
Klassische Theoretische Physik III — Übungsblatt 13

Wintersemester 2024/2025

Link: https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2494353

Abgabe: Montag, 03.02.2025 um 14:00 Uhr via ILIAS

Besprechung: Mittwoch, 05.02.2025

Hinweis: Benennen Sie Ihre Lösungen im Format „Blatt_13_uvwxy_Nachname.pdf“, wobei uvwxy das Kürzel Ihres Anmeldenamens bei ILIAS ist.

1. Lorentz-Transformationen und Gleichzeitigkeit

$10 + 10 + 5 + 15 = 40$ Punkte

In dieser Aufgabe lernen wir, dass es vom Bezugssystem abhängt, ob zwei Ereignissen gleichzeitig stattfinden oder nicht. Betrachten Sie zwei Ereignisse $(ct_1, x_1, 0, 0)$ und $(ct_2, x_2, 0, 0)$, gemessen aus einem Inertialsystem K , die durch $(c\Delta t, \Delta x, 0, 0)$ getrennt sind. Zur Vereinfachung können Sie $\Delta x > 0, \Delta t > 0$ annehmen. Betrachten Sie nun Δs aus einem sich entlang der x -Achse mit der Geschwindigkeit v bewegenden Inertialsystem K' , mit

$$ct_i = \gamma(ct'_i + \beta x'_i)$$

$$x_i = \gamma(x'_i + \beta ct'_i)$$

$$y_i = y'_i$$

$$z_i = z'_i$$

für $i = 1, 2$, wobei $\beta = v/c$ und $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$.

- Zeigen Sie, dass für $\Delta s^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 > 0$ ein Inertialsystem K' existiert, in dem beide Ereignisse am selben Ort stattfinden. Was ist die relative Geschwindigkeit dieses Inertialsystems zum Beobachtersystem K ?
- Zeigen Sie, dass für $\Delta s^2 < 0$ ein Inertialsystem K' existiert, in dem beide Ereignisse zur selben Zeit stattfinden. Bestimmen Sie die relative Geschwindigkeit dieses Inertialsystems zum Beobachtersystem K .
- Kann die zeitliche Reihenfolge zweier Ereignisse im Fall $\Delta s^2 < 0$ umgekehrt werden? Begründen Sie Ihre Antwort auch im Hinblick auf die Kausalität.
- Stellen Sie sich vor Sie fahren mit dem Fahrrad zur Uni und durchqueren unterwegs einen Tunnel. Da Sie spät zur Vorlesung sind, fahren Sie mit der halbsbrecherischen Geschwindigkeit $v = \frac{3}{5}c$ relativ zum Ruhesystem des Tunnels. Sie stellen fest, dass aus Ihrer Perspektive der Tunnel genauso lang ist wie das Fahrrad (Länge L'), sodass es nur einen einzigen Zeitpunkt gibt zu dem das Fahrrad sich vollständig im Tunnel befindet.

Eine Fußgängerin, die nahe dem Tunnel an der Ampel steht ($v = 0$) beobachtet dies. Wie stellt sich die Situation aus Sicht der Fußgängerin dar? Wie viel Zeit vergeht aus ihrer Sicht zwischen dem Zeitpunkt zu dem das Fahrrad vollständig im Tunnel verschwindet und dem Zeitpunkt zu dem der vorderste Punkt des Fahrrads am Ende des Tunnels wieder auftaucht?

2. Relativistische Geschwindigkeitsaddition

10 + 10 = 20 Punkte

Das Raumschiff Enterprise ruhe am Ursprung des Bezugssystems K und sende eine Sonde in positive x -Richtung aus. Des Raumschiff ruht weiterhin, während die Sonde sich mit der Geschwindigkeit $\frac{2}{3}c$ bewegt.

- Ein weiteres Raumschiff, die Challenger, bewegt sich ebenfalls in positive x -Richtung mit Geschwindigkeit v betrachtet aus K und misst die Geschwindigkeit der Sonde. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich die Sonde im Ruhesystem der Challenger K' ? Sie können die Transformationsformeln aus Abschnitt 7.2.2 im Skript verwenden. Berechnen Sie auch die Grenzfälle in denen sich das Raumschiff besonders langsam ($\beta \ll 1$) und besonders schnell ($\beta \gtrsim 1$) bewegt in erster Ordnung in $\beta = v/c$.
- Um eine Kollision mit der Enterprise zu vermeiden, führt die Challenger ein Ausweichmanöver durch. Nach dem Manöver bewegt sie sich auf einem Kurs in positive y -Richtung mit Geschwindigkeit v betrachtet aus K . Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich nun die Sonde aus Sicht der Challenger? Berechnen Sie wieder die Grenzfälle $\beta \ll 1$ und $\beta \gtrsim 1$ in erster Ordnung in β .

3. Lebensdauer von Myonen

10 + 10 = 20 Punkte

Durch Wechselwirkung zwischen kosmischer Strahlung und Teilchen in der Atmosphäre werden Myonen erzeugt. Nehmen Sie an, dass N_0 Myonen zum Zeitpunkt $t = 0$ erzeugt werden. Da Myonen zerfallen, werden zu einem späteren Zeitpunkt t nur noch

$$N = N_0 e^{-t/\tau}$$

übrig sein. Hier ist $\tau = 2.20 \mu\text{s}$ die mittlere Lebensdauer eines Myons in Eigenzeit.

- Nehmen Sie an, dass sich die Myonen mit einer Geschwindigkeit $v = 0.98c$ relativ zur Erde bewegen. Was ist die Lebensdauer der Myonen für einen Beobachter, der relativ zur Erde gesehen ruht?
- Wie viele Myonen sind übrig, nachdem sie eine Strecke von 15 km zurückgelegt haben?

4. Punktladung im Dielektrikum

10 + 10 = 20 Punkte

Eine Punktladung q befindet sich auf der z -Achse bei $z = d$. Der Halbraum $z > 0$ wird von einem Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstante ϵ_1 ausgefüllt, der Halbraum $z < 0$ von einem Medium mit Dielektrizitätskonstante ϵ_2 .

- Verwenden Sie die Methode der Spiegelladungen, um das elektrostatische Potential im gesamten Raum zu finden. Bestimmen Sie den Wert der Spiegelladungen mit Hilfe der Randbedingungen.
- Bestimmen Sie die induzierte Ladungsverteilung, sowie die gesamte induzierte Ladung.