

Übungsblatt 13

Ausgabe: 08 Februar 2026
Abgabefrist: 15 Februar 2026

Bitte laden Sie Ihre Lösungen als PDF Datei auf ILIAS hoch und benennen Sie diese mit Ihrem Nachnamen (z.B. Blatt13.Einstein.pdf).

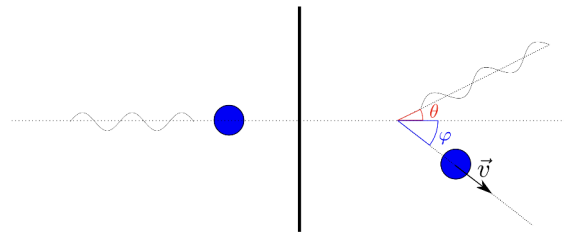
Um die folgenden Aufgaben zu lösen, wird dringend empfohlen, die Kapitel 20, 21 und 22 des Vorlesungsskripts von Prof. Dr. Melnikov sorgfältig zu lesen, oder alternativ Kapitel 12 des Lehrbuchs *Elektrodynamik: eine Einführung* von D. J. Griffiths. Verwenden Sie zur Lösung der Aufgaben die *meistens-minus*-Konvention, das heißt, nehmen Sie für die Metrik $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ an. Beachten Sie, dass das Lehrbuch von Griffiths die *meistens-plus*-Konvention $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ verwendet.

Aufgabe 1 – Zur gleichen Zeit, am gleichen Ort

[40 Punkte]

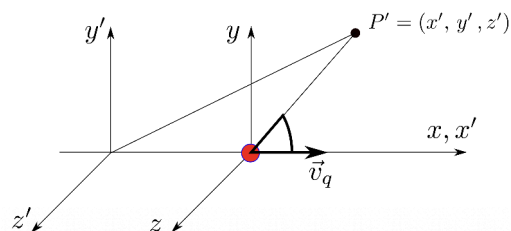
Betrachten Sie zwei Ereignisse, 1 und 2, die in der Raumzeit durch $\Delta x^\mu = (c\Delta t, \Delta x, 0, 0)$ getrennt sind, mit $\Delta x > 0$ und $\Delta t > 0$.

- A) [10 Punkte] Zeigen Sie, dass es ein Inertialsystem gibt, in dem die beiden Ereignisse am gleichen Ort stattfinden, falls $\Delta x^\mu \Delta x_\mu > 0$ gilt. Bestimmen Sie die Relativgeschwindigkeit dieses Bezugssystems.
- B) [10 Punkte] Zeigen Sie, dass es ein Inertialsystem gibt, in dem die beiden Ereignisse zur selben Zeit stattfinden, falls $\Delta x^\mu \Delta x_\mu < 0$ gilt. Bestimmen Sie die Relativgeschwindigkeit dieses Bezugssystems.
- C) [10 Punkte] Können zwei Ereignisse im Fall $\Delta x^\mu \Delta x_\mu < 0$ zeitlich vertauscht werden? Begründen Sie Ihre Antwort auch im Hinblick auf die Kausalität.
- D) [10 Punkte] Betrachten Sie ein zweidimensionales Diagramm mit Δx auf der x -Achse und $\Delta(ct)$ auf der y -Achse. Identifizieren Sie die Bereiche des Diagramms, die zu $\Delta x^\mu \Delta x_\mu > 0$ und $\Delta x^\mu \Delta x_\mu < 0$ gehören, sowie die Bahn einer elektromagnetischen Welle, die bei $\Delta t = 0$ emittiert wird und sich in x -Richtung ausbreitet.

Aufgabe 2 – Compton-Streuung
[20 Punkte]

Abbildung 2.1: Darstellung der Compton-Streuung.

Betrachten Sie ein Photon mit der Energie E , das sich entlang der x -Achse ausbreitet und an einem ruhenden Elektron streut. Nach dem Streuprozess wird das Photon um einen Winkel θ abgelenkt, und das Elektron erhält eine Geschwindigkeit, die mit der x -Richtung einen Winkel φ bildet, wie in Abbildung 2.1 dargestellt.

- [5 Punkte]** Parametrisieren Sie den Viererimpuls p^μ und p'^μ des Elektrons vor und nach der Streuung sowie den Viererimpuls k^μ und k'^μ des Photons vor und nach der Streuung.
- [5 Punkte]** Welchen Wert hat $p'_\mu p'^\mu$?
- [10 Punkte]** Verwenden Sie das vorherige Ergebnis für $p'_\mu p'^\mu$ sowie die Viererimpulserhaltung, um die Energie des Photons nach der Streuung als Funktion des Winkels θ herzuleiten.

Aufgabe 3 – Felder einer bewegten Ladung
[40 Punkte]

Abbildung 3.1: Bewegte Ladung aus der Sicht der Bezugssysteme \mathcal{I} und \mathcal{I}' .

Ziel dieser Aufgabe ist es zu zeigen, wie sich die komplizierte Form der elektrischen und magnetischen Felder einer bewegten Ladung mithilfe relativistischer Transformationen einfacher herleiten lässt.

Betrachten Sie hierzu ein Teilchen mit der Ladung q und zwei Bezugssysteme \mathcal{I} und \mathcal{I}' . In \mathcal{I} befindet sich das Teilchen in Ruhe im Ursprung des Bezugssystems, während es sich in \mathcal{I}' mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_q = v \vec{e}_x$ bewegt, wie in Abbildung 3.1 dargestellt.

- [20 Punkte]** Leiten Sie die Komponenten von \vec{E}' im Bezugssystem \mathcal{I}' her, indem Sie das Teilchen zunächst in seinem Ruhesystem \mathcal{I} betrachten und anschließend transformieren. Drücken Sie das Ergebnis in Abhängigkeit von den Koordinaten von \mathcal{I}' aus.
- [20 Punkte]** Leiten Sie die Komponenten von \vec{B}' im Bezugssystem \mathcal{I}' her, indem Sie das Teilchen zunächst in seinem Ruhesystem \mathcal{I} betrachten und anschließend transformieren. Drücken Sie das Ergebnis in Abhängigkeit von den Koordinaten von \mathcal{I}' aus.