Übungsblatt Nr. 4 zur Theorie D: Potentialbarrieren und -töpfe

Schriftlich, Abgabe bis Fr., dem 30.5.03 um 7:50 Uhr, im Kasten im Foyer des Physikhochhauses.

Bitte markieren Sie **deutlich Gruppennummer und Übungsleiter** auf Ihrer Lösung.

Rückgabe in den Übungen am 5.6.03.

- 1** **Teilchen im eindimensionalen Kastenpotential.** Gegeben sei ein Teilchen der Masse m in einem Kastenpotential der Form

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{für } |x| < a \\ 0 & \text{für } |x| > a \end{cases}$$

mit $V_0 > 0$. Gesucht sind die Energien und Wellenfunktionen der gebundenen Zustände.

- Berechnen Sie die Eigenfunktion innerhalb und außerhalb des Kastens zunächst getrennt, und setzen Sie dann diese Lösung bei $x = \pm a$ stetig differenzierbar aneinander. Unterscheiden Sie die Lösungen nach ihrer Parität.
- Sie erhalten eine transzendente Gleichung für die Energie E in Abhängigkeit von der Potentialtiefe V_0 . Lösen Sie diese Gleichung graphisch. Wie viele gebundene Zustände gibt es?
- Was passiert im Fall $a \rightarrow 0$ mit $a V_0 = \alpha = \text{const}$?

- 2** **Streuung an der endlichen Potentialbarriere.** Betrachten Sie die Streuung eines von $x = -\infty$ einfallenden Teilchenstromes an der Potentialbarriere

$$V(x) = \begin{cases} U > 0 & \text{für } -a/2 < x < a/2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Berechnen Sie den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten $R(E)$ und $T(E)$ für die Teilchenenergien $0 < E < U$ und $E > U$. [Möglicherweise ist die Formel $i \cot x = (1 + e^{-2ix})/(1 - e^{-2ix})$ hilfreich.]
- Skizzieren Sie die Energieabhängigkeit von R für Energien $E > U$ und interpretieren Sie das Ergebnis.
- Skizzieren Sie die Ortswahrscheinlichkeitsdichte $|\Psi(x)|^2$ für Energien $0 < E < U$. Wie verhält sich die Durchlässigkeit $T(E)$ in diesem Energiebereich im Limes großer Barrierenbreite a ?