Universität Karlsruhe SS 2003
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Ralph v. Baltz, Dr. Ralph Werner 17.7.03
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre werner@tkm.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt Nr. 11 zur Theorie D: Anwendungen

1 **Störungstheorie.** An einem linearen harmonischen Oszillator mit Hamiltonian

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2$$

werde ein Störpotential $V_s(x) = -m\omega^2 a^2 x$ angelegt. (a^2 regelt die Stärke der Störung.)

a) Berechnen Sie die Änderung der Grundzustandsenergie bis einschließlich 2. Ordnung Störungstheorie.

b) Das Problem ist exakt lösbar! (*Hinweis*: Skizzieren Sie das Gesamtpotential.) Vergleichen Sie die exakten Energie-Eigenwerte mit dem Resultat von a).

2 **Stern-Gerlach-Experiment.** Strahlen aus Metallatomen mit ungerader Elektronenzahl spalten in einem inhomogenen Magnetfeld in zwei divergente Teilstrahlen. Daraus lässt sich schließen, dass Elektronen ein magnetisches Moment mit zwei Zuständen tragen, es sich also um Spin-1/2-Teilchen handelt. Die Quantisierungsachse sei so gewählt, dass einer der Teilstrahlen dem Spinzustand $|\uparrow_z\rangle = \binom{1}{0}$ entspricht. An diesem Teilstrahl werde ein zweites Stern-Gerlach-Experiment durchführt. Was misst man in Richtung $\boldsymbol{n} = (\cos\varphi\sin\vartheta, \sin\varphi\sin\vartheta, \cos\vartheta)^\dagger$?

3 **Spur eines linearen Operators.** Unter der Spur eines linearen Operators $\hat{A}$ versteht man die Summe der Diagonalelemente seiner Matrixdarstellung:

$$\text{Spur } \hat{A} = \sum_n A_{nn}; \qquad A_{mn} = (\psi_m, \hat{A}\psi_n) \equiv \langle m|\hat{A}|n\rangle\,.$$

Zeigen Sie, dass die Spur invariant unter zyklischer Vertauschung der Operatoren ist, d.h., dass Spur $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$ = Spur $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ = Spur $\hat{B}\hat{C}\hat{A}$ ist. Zeigen Sie, dass Spur $\hat{A}$ invariant gegen Basiswechsel ist, d.h., Spur $\hat{A}'$ = Spur $\hat{A}$ mit $\hat{A}' = \hat{U}\hat{A}\hat{U}^{-1}$.

— Besprechung in den Übungsgruppen am Do., dem 24.7.03 —