

Zehntes Übungsblatt zur Theorie D (QM I)

Abgabe: 28.06.2005 10:45 Uhr

NAME:

GRUPPE:

Aufgabe 1

(7 Punkte)

Für ein physikalisches System sei der vierdimensionale Zustandsraum aufgespannt durch die Basisvektoren $|j, m_z\rangle$, die gemeinsame Eigenvektoren zu den Drehimpulsoperatoren \vec{J}^2 und J_z bezüglich der Eigenwerte $j(j+1)\hbar^2$ bzw. $m_z\hbar$ mit $j = 0$ oder 1 und $-j \leq m_z \leq j$ sind.

- (i) Wir bezeichnen die gemeinsamen Eigenvektoren zu \vec{J}^2 und J_x mit $|j, m_x\rangle$. Drücken Sie diese durch Kets $|j, m_z\rangle$ aus.
- (ii) Betrachten Sie ein System in dem Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} \{ |1, m_z = 1\rangle + |1, m_z = 0\rangle + |1, m_z = -1\rangle - i|0, m_z = 0\rangle \} .$$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man bei einer gleichzeitigen Messung von \vec{J}^2 und J_x die Werte $2\hbar^2$ bzw. \hbar ? Berechnen Sie den Erwartungswert und die Wahrscheinlichkeiten für die möglichen Messwerte bezüglich der Observablen J_z , wenn sich das System im Zustand $|\Psi\rangle$ befindet. Beantworten Sie diese Frage auch für die Observablen \vec{J}^2 und J_x .

Aufgabe 2

(3 Punkte)

Betrachten Sie ein System mit Drehimpuls $j = 1$. Der Zustandsraum sei aufgespannt durch die drei Eigenvektoren $\{|+1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle\}$ von \vec{J}^2 und J_z zu den Eigenwerten $2\hbar^2$ und $+\hbar, 0, -\hbar$. Der Zustand des Systems sei:

$$|\psi\rangle = \alpha |+1\rangle + \beta |0\rangle + \gamma |-1\rangle, \quad \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C} .$$

Berechnen Sie $\langle \vec{J} \rangle$, sowie $\langle J_x^2 \rangle$, $\langle J_y^2 \rangle$ und $\langle J_z^2 \rangle$ als Funktion von α, β, γ . Verwenden Sie hierzu z.B. die in der Vorlesung in VI.B.4 angegebene Matrizendarstellung.