Institut für Theoretische Physik der Universität Karlsruhe
Prof. Dr. F. R. Klinkhamer, Dr. Ch. Rupp

Theoretische Physik D im Sommersemester 2006

Übungsblatt 11

Name: _____ Tutorium: _____

Abgabe bis Dienstag, 11.7.06, 11:30 Punkte: _____

Aufgabe 29: *Kugelförmiger Potentialtopf* 4 Punkte

Wir betrachten das Potential

$$V(\vec{x}) = \begin{cases} 0 & \text{falls } |\vec{x}| < R \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Lösen Sie die Radialgleichung für den Drehimpuls $l = 0$ und finden Sie die Grundzustandsenergie. (1 Punkt)

b) Lösen Sie unter Verwendung der sphärischen Besselfunktionen $j_k(x)$, $n_k(x)$ die Radialgleichung für $l > 0$. Definition und Eigenschaften dieser Funktionen finden Sie z.B. unter `http://mathworld.wolfram.com/SphericalBesselFunction.html`. Die ersten Nullstellen der sphärischen Besselfunktionen erster Art sind:

$j_0(x)$:	3.14	6.28	9.42
$j_1(x)$:	4.49	7.73	10.90
$j_2(x)$:	5.76	9.10	12.32

(2 Punkte)

c) Vergleichen Sie die Entartung der Energieniveaus qualitativ mit dem Coulombpotential. (1 Punkt)

Aufgabe 30: *Würfelförmiger Potentialtopf* 4 Punkte

Wir betrachten das Potential

$$V(\vec{x}) = \begin{cases} 0 & \text{falls } \max(|x_1|, |x_2|, |x_3|) < R \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Finden Sie alle Energieeigenzustände, indem Sie die dreidimensionale zeitunabhängige Schrödingergleichung durch Trennung der Variablen lösen. (2 Punkte)

b) Bestimmen Sie die Entartungsgrade der niedrigsten sechs Energieeigenwerte. Können Sie die Entartungen auf eine Symmetrie zurückführen? (2 Punkte)

Aufgabe 31: *Wasserstoffatom* 4 Punkte

a) Ein Wasserstoffatom befinde sich im Zustand

$$\psi = \frac{1}{6}\left(4\,\psi_{100} + 3\,\psi_{211} - \psi_{210} + \sqrt{10}\,\psi_{21,-1}\right) .$$

Berechnen Sie die Norm von ψ sowie die Erwartungswerte der Energie, des Drehimpulsquadrats und der z-Komponente des Drehimpulses.

b) Ein Wasserstoffatom befinde sich im Grundzustand. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich das Elektron weiter vom Proton entfernt aufhält als dies in der klassischen Mechanik bei derselben Gesamtenergie erlaubt wäre.

(je 2 Punkte)