



Institut für Theoretische Physik der Universität Karlsruhe
Prof. Dr. F. R. Klinkhamer, Dr. Ch. Rupp

Theoretische Physik D im Sommersemester 2006
Übungsblatt 12

Name: _____

Tutorium: _____

Abgabe bis Dienstag, 18.7.06, 11:30

Punkte: _____

Aufgabe 32: *Zeeman-Effekt*

4 Punkte

Der Hamiltonoperator für ein Teilchen der Masse m und Ladung q in einem räumlich und zeitlich konstanten Magnetfeld \vec{B} lautet:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A}(\vec{x}) \right)^2 \quad \text{mit } \vec{A} = -\frac{1}{2} \vec{x} \times \vec{B}.$$

Bestimmen Sie die Energieeigenfunktionen und -werte eines Wasserstoffatoms, das sich in einem solchen Magnetfeld befindet. Vernachlässigen Sie hierbei Terme der Ordnung $|\vec{B}|^2$.

Hinweise: Wählen Sie ein günstiges Koordinatensystem. Versuchen Sie, die Wechselwirkung mit dem Magnetfeld durch den Drehimpuls auszudrücken.

Aufgabe 33: *Elektrostatistisches Potential eines Wasserstoffatoms im Grundzustand*

3 Punkte

Berechnen Sie das elektrostatische Potential einer Ladungsverteilung, die der Wahrscheinlichkeitsdichte des Elektrons des H-Atoms im Grundzustand entspricht. Berücksichtigen Sie auch das Kernpotential (punktförmiger, unendlich schwerer Kern) und gehen Sie von der Poisson-Gleichung aus.

Hinweis: Achten Sie auf Integrationskonstanten und bestimmen Sie diese über das Verhalten bei $r = 0$ und $r \rightarrow \infty$.

Aufgabe 34: Wellenpaket im Coulomb-Potential

5 Punkte

Wir betrachten ein Wellenpaket $\psi(r, \theta, \phi, t)$ aus den stationären Zuständen ψ_{nlm} . Zur Zeit $t = 0$ ist dieses gegeben durch:

$$\psi(r, \theta, \phi, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_{n,n-1,n-1}(r, \theta, \phi).$$

Die Koeffizienten c_n sollen bei einem großen Wert n_0 ein Maximum besitzen und um diesen konzentriert sein.

- a) Geben Sie einen Ausdruck für $\psi(r, \theta, \phi, t)$ an.
(1 Punkt)
- b) Wir schreiben $n = n_0 + \nu$. Entwickeln Sie die Phase von $\psi(r, \theta, \phi, t)$ nach ν/n_0 . Begründen Sie, daß das Wellenpaket in der Äquatorialebene $\theta = \pi/2$ konzentriert ist.
(2 Punkte)
- c) Zeigen Sie, daß das Betragsquadrat des Wellenpakets die Form hat:

$$|\psi(r, \pi/2, \phi, t)|^2 = g(r, \phi - \omega t),$$

und bestimmen Sie die Frequenz ω .

(2 Punkte)

Ein lokalisiertes Wellenpaket aus Zuständen mit hoher Hauptquantenzahl nennt man ein Rydberg-Wellenpaket. Es folgt ungefähr einer klassischen Keplerbahn. Solche Zustände können mit Hilfe von Laser-Pulsen experimentell erzeugt werden, siehe z.B. J.A. Yeazell, C.R. Stroud Jr., "Observation of spatially localized atomic electron wave packets", Phys. Rev. Lett. **60** (1988), 1494.