Name:

Tutorium: Punkte:

Aufgabe 9: *Atomare Skalen*

3 Punkte

Aus den Naturkonstanten $\hbar$, e (reduzierte Plancksche Konstante, Elementarladung, $e > 0$) und m_e (Elektronmasse) läßt sich eine Größe a_0 der Dimension Länge gewinnen,

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$$

(in SI-Einheiten). Geben Sie den Wert von a_0 in m und Ångström an. Bestimmen Sie die dimensionlose Schrödingergleichung für ein Elektron in einem Potential $V(x)$ mit Hilfe der Länge a_0 . Die sich ergebenden Vorfaktoren von $i d/dt$ und $V(x)$ definieren eine charakteristische Zeit- bzw. Energieskala. Geben Sie deren Werte in Sekunden bzw. eV an.

Aufgabe 10: *Potentialtöpfe und Barrieren*

2 Punkte

- i) Betrachten Sie einen Potentialtopf $V(x) = -c[\delta(x) + \delta(x - d)]$, $c > 0$.
Lösen Sie die Schrödingergleichung und zeigen Sie, daß $E = -\hbar^2 \rho^2 / 2m$ und

$$e^{-\rho d} = \pm \left(1 - \frac{\rho \hbar^2}{mc} \right).$$

Skizzieren Sie die graphische Lösung.

- ii) Betrachten Sie eine Potentialbarriere $V(x) = c[\delta(x) + \delta(x - d)]$, $c > 0$.
Unter welchen Bedingungen für ρ (wobei $\rho = \sqrt{2mE}/\hbar > 0$) ist der Reflexionskoeffizient dieser Barriere gleich null? Skizzieren Sie die graphische Lösung.

i) Betrachten Sie nun den Potentialtopf

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 < 0 & \text{falls } 0 \leq x < b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{a})$$

Stellen Sie einen Ansatz für die Wellenfunktion stationärer Zustände auf. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen den Ansatzkoeffizienten für $x > b$ und denen für $x < 0$ her und geben Sie die Transfermatrix an. Ist dieser Zusammenhang linear?
(2 Punkte)

ii) Betrachten wir nun speziell den Fall $E > 0 > -V_0$. Wie viele freie Parameter (Koeffizienten in der Wellenfunktion) gibt es für festes E ? Wieviele davon sind "physikalisch"? (2 Punkte)

Wir betrachten die physikalische Situation, daß eine Welle von links ($x < 0$) einläuft und teilweise durch den Potentialtopf läuft, teilweise reflektiert wird. Welcher Bedingung an die Koeffizienten der Wellenfunktion entspricht diese Situation? (1 Punkt)

Berechnen Sie den Transmissionskoeffizienten T , der (für diesen Fall) definiert ist als das Verhältnis der Betragsquadrate der Amplituden von im Bereich $x < 0$ ein- und im Bereich $x > b$ auslaufender Welle. (1 Punkt)

Wann wird T maximal? (1 Punkt)

(2 Punkte)