

<p>Name:</p> <p>Tutorium: Punkte:</p>

Aufgabe 18: *Mikroskop und Unschärferelation*

3 Punkte

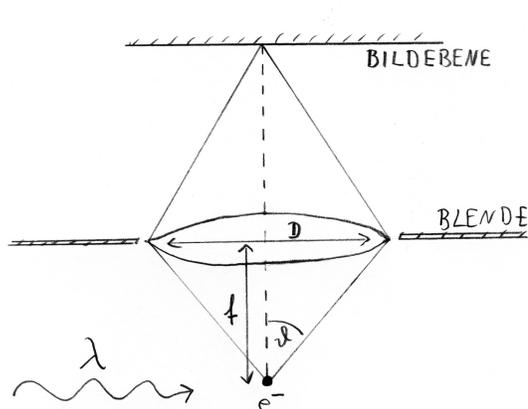
Der Ort eines Elektrons soll bestimmt werden, indem man dieses durch ein Mikroskop betrachtet. Hierfür wird eine Linse mit Durchmesser D und Brennweite f verwendet. Wir stellen uns vor, daß das Elektron an die Objektebene des Mikroskops gebunden ist. Das Elektron wird von links mit Licht der Wellenlänge λ beleuchtet (siehe Skizze). Das Licht stellen wir uns als einen Strom von Photonen vor, die mit dem Elektron elastisch zusammenstoßen und teilweise zur Linse und dann in die Bildebene gestreut werden.

Im Folgenden betrachten wir nur die x -Komponente von Ort und Impuls.

Wie genau kann das Elektron nach den Regeln der klassischen Optik mit einem solchen Mikroskop lokalisiert werden (dies liefert uns die Ortsunschärfe Δx)?

Wir betrachten den einfachen Spezialfall, daß das Elektron vor der Wechselwirkung mit einem Photon im Brennpunkt der Linse ruht (das Elektron wird also wie ein klassisches Teilchen behandelt). Angenommen, ein Photon stößt mit dem Elektron zusammen und wird in die Bildebene gestreut. In welchem Bereich kann dann der Impuls des Elektrons nach dem Stoß liegen, d.h. wie groß ist die Impulsunschärfe Δp ?

Berechnen Sie das Unschärfeprodukt $\Delta x \Delta p$ für den Fall kleiner Winkel.



(P.T.O.)

Aufgabe 19: Unschärfe in der klassischen Mechanik

4 Punkte

Wir betrachten ein Punktteilchen der Masse m , das sich gemäß den Gesetzen der klassischen Mechanik in einer Dimension frei bewegt. Zur Zeit $t = 0$ seien Ort und Impuls des Teilchens aufgrund einer ungenauen Messung nicht genau bekannt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte für Ort und Impuls habe die Form $f(x, p) = g(x)h(p)$. Die Wahrscheinlichkeit, daß der Ort des Teilchens zur Zeit $t = 0$ im Intervall $[x_1, x_2]$ liegt, ist also $\int_{x_1}^{x_2} dx g(x)$; die Wahrscheinlichkeit, daß der Impuls des Teilchens zur Zeit $t = 0$ im Intervall $[p_1, p_2]$ liegt, ist $\int_{p_1}^{p_2} dp h(p)$.

Berechnen Sie Erwartungswert und Standardabweichung für Ort und Impuls des Teilchens zur Zeit $t > 0$ und drücken Sie diese durch die entsprechenden Erwartungswerte und Standardabweichungen zur Zeit $t = 0$ aus.

Aufgabe 20: Kontinuitätsgleichung für ein komplexes Potential

3 Punkte

Leiten Sie eine Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte eines Teilchens im komplexen Potential

$$V(\vec{r}) = V_1(\vec{r}) + iV_2(\vec{r})$$

ab. Ist die Norm erhalten?

Aufgabe 21: Unschärferelation für Wassertropfen

2 Punkte

Die Position eines Wassertropfens von 1 mm Durchmesser soll mit der Genauigkeit 10^{-3} mm bestimmt werden. Was folgt daraus für die quantenmechanische Unschärfe der Geschwindigkeit? (Verwenden Sie für die Masse eines Wassertropfens $m \approx 10^{-6}$ kg.)