Name:

Tutorium: Punkte:

Aufgabe 25: Funktionen von Operatoren

2 Punkte

i) Berechnen Sie e^{σ_z} , wobei $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ist. (1 Punkt)

ii) Zeigen Sie, daß für einen zeitabhängigen Operator $A(t)$ im allgemeinen gilt

$$\frac{d}{dt}e^{A(t)} \neq \frac{dA(t)}{dt}e^{A(t)}$$

Erläutern Sie warum. (1 Punkt)

Aufgabe 26: Diagonalisieren einer hermiteschen Matrix

6 Punkte

Diagonalisieren Sie die hermitesche Matrix

$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix},$$

mit Hilfe einer unitären Transformation, $H' = UHU^\dagger$, mit

$$U = e^{\frac{i}{2}\phi\sigma_y} e^{\frac{i}{2}\psi\sigma_z},$$

und

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Was sind die zugehörigen Eigenzustände?

(P.T.O.)

Aufgabe 27: Kommutatorrelation

1 Punkte

Bestimmen Sie den Doppelkommutator $[x, [x, H]]$, wobei der Hamilton-Operator $H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$. Dieser Kommutator ist die Basis für die Thomas-Reiche-Kuhn Summenregel für die Intensität optischer Absorption von Atomen.

Aufgabe 28: Allgemeine Unschärferelation

3 Punkte

Die allgemeine Unschärferelation für zwei hermitesche Operatoren A, B mit $[A, B] = iC$ lautet

$$(\Delta A)^2 (\Delta B)^2 \geq \frac{1}{4} |\langle C \rangle|^2$$

Wenden Sie diese Relation auf die Operatoren $H = p^2/(2m) + V(x)$ und x an um zu zeigen, daß Energieeigenzustände mit endlicher Ortsunschärfe einen verschwindenden Impulserwartungswert haben.