Name:

Tutorium: Punkte:

Aufgabe 34: *Würfelförmiger Potentialtopf*

4 Punkte

Wir betrachten das Potential

$$V(\vec{x}) = \begin{cases} 0 & \text{falls } \max(|x_1|, |x_2|, |x_3|) < R \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

- i) Finden Sie alle Energieeigenzustände, indem Sie die dreidimensionale zeitunabhängige Schrödingergleichung durch Trennung der Variablen lösen. (2 Punkte)
- ii) Bestimmen Sie die Entartungsgrade der niedrigsten sechs Energieeigenwerte. Können Sie die Entartungen auf eine Symmetrie zurückführen? (2 Punkte)

Aufgabe 35: *Wasserstoffatom*

4 Punkte

- i) Ein Wasserstoffatom befinde sich im Zustand

$$\psi = \frac{1}{6} \left(4\psi_{100} + 3\psi_{211} - \psi_{210} + \sqrt{10}\psi_{21,-1} \right).$$

Berechnen Sie die Norm von ψ sowie die Erwartungswerte der Energie, des Drehimpulsquadrats und der z -Komponente des Drehimpulses.

- ii) Ein Wasserstoffatom befinde sich im Grundzustand. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich das Elektron weiter vom Proton entfernt aufhält als dies in der klassischen Mechanik bei derselben Gesamtenergie erlaubt wäre.

(je 2 Punkte)

(P.T.O.)

Aufgabe 36: Wellenpaket im Coulomb-Potential

4 Punkte

Wir betrachten ein Wellenpaket $\psi(r, \theta, \phi, t)$ aus den stationären Zuständen ψ_{nlm} . Zur Zeit $t = 0$ ist dieses gegeben durch:

$$\psi(r, \theta, \phi, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_{n,n-1,n-1}(r, \theta, \phi).$$

Die Koeffizienten c_n sollen bei einem großen Wert n_0 ein Maximum besitzen und um diesen konzentriert sein.

i) Geben Sie einen Ausdruck für $\psi(r, \theta, \phi, t)$ an.
(1 Punkt)

ii) Wir schreiben $n = n_0 + \nu$. Entwickeln Sie die Phase von $\psi(r, \theta, \phi, t)$ nach ν/n_0 . Begründen Sie, daß das Wellenpaket in der Äquatorialebene $\theta = \pi/2$ konzentriert ist.
(2 Punkte)

iii) Zeigen Sie, daß das Betragsquadrat des Wellenpakets die Form hat:

$$|\psi(r, \pi/2, \phi, t)|^2 = g(r, \phi - \omega t).$$

(1 Punkt)

iv) Bonus (1 Punkt): Bestimmen Sie die Frequenz ω .

Ein lokalisiertes Wellenpaket aus Zuständen mit hoher Hauptquantenzahl nennt man ein Rydberg-Wellenpaket. Es folgt ungefähr einer klassischen Keplerbahn. Solche Zustände können mit Hilfe von Laser-Pulsen experimentell erzeugt werden, siehe z.B. J.A. Yeazell, C.R. Stroud Jr., "Observation of spatially localized atomic electron wave packets", Phys. Rev. Lett. **60** (1988), 1494.