Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Physik (ITP)
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Moderne Theoretische Physik I (TheoD, QM I)
Dozent: Prof. Dr. Frans R. Klinkhamer
Assistent: Dr. Viacheslav A. Emelyanov

- `Aktuelle Informationen zur Vorlesung befinden sich unter folgendem Link: https://www.itp.kit.edu/~slava/quantenmechanik_ss_16.html`
- `Melden Sie sich rechtzeitig für Vorleistung und Klausur durch das QISPOS-System an. Dies ist erforderlich und erfolgt unter https://campus.studium.kit.edu`

Name: _____ Übungsgruppe: _____ Punkte: _____

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1: Das Stefan-Boltzmann-Gesetz (8 Punkte)

Das Kirchhoffsche Gesetz impliziert, dass die Energiedichte ρ der elektromagnetischen Strahlung, die durch schwarze Körper emittiert wird, nur von der Temperatur T des Körpers abhängig ist. Es sei angenommen, dass sich die Strahlung in einem Zylinder (Volumen V) mit perfekt reflektierendem und sich frei bewegendem Kolben befindet.

- Stellen Sie die Abhängigkeit der Energiedichte $\rho(T)$ der Strahlung von der Temperatur T fest. (**3 Punkte**)

  Hinweis: Der Druck P der isotropen Strahlung ist durch $P = \rho/3$ gegeben.

- Stellen Sie auch die Abhängigkeit der Entropie $S(T)$ der Strahlung von T fest. (**3 Punkte**)

- Berechnen Sie die Intensität I (die Strahlungsleistung pro Fläche und Raumwinkel) dieser Strahlung und die Luminosität L (die Strahlungsleistung pro Fläche in einer Richtung, d.h. im Raumwinkel $\Omega = 2\pi$) als Funktionen der Temperatur T. (**2 Punkte**)

Aufgabe 1.2: Das Plancksche Strahlungsgesetz (14 Punkte)

Die Energiedichte $\rho(T)$ der Strahlung ist durch die spektrale Energiedichte $\rho(\nu, T)$ wie folgt

$$\rho(T) \;=\; \int_0^{+\infty} d\nu\, \rho(\nu, T) \tag{1}$$

gegeben, worin ν die Frequenz der elektromagnetischen Radiation ist. Es wurde von W. Wien gezeigt, dass $\rho(\nu, T) = \nu^3 g(\nu/T)$, worin $g(x)$ eine beliebige Funktion der Variablen x ist.

- Zeigen Sie, dass das Wiensche Gesetz im Einklang mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz steht. (**1 Punkt**)

- Im Rahmen der klassischen Physik kann man zeigen, dass die Rayleigh-Jeans-Verteilung, d.h. $\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$, gelten muss. Wo liegt das Problem mit dieser Verteilung? Unter welchen Bedingungen ist sie physikalisch zuverlässig? Wie muss $g(x)$ sich unter diesen Bedingungen verhalten? (**3 Punkte**)

- W. Wien hat gezeigt, dass die sogenannte Wiensche Verteilung, d.h. $\rho(\nu, T) = \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T}$, worin α und β positive Konstanten sind, gelten muss.[1] Wo liegt das Problem mit dieser Verteilung? Unter welchen Bedingungen ist sie physikalisch zuverlässig? Wie muss $g(x)$ sich unter diesen Bedingungen verhalten? (**3 Punkte**)

- Es hat sich herausgestellt, dass die korrekte Verteilung durch das Plancksche Gesetz

$$\rho(\nu, T) \;=\; \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left(\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T} \right) - 1 \right)^{-1} \tag{2}$$

  gegeben ist, worin h die Plancksche Konstante ist. Diese Verteilung benutzend, stellen Sie die Konstanten α, β sowie die Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = L/T^4$ fest. (**3 Punkte**)

- Schätzen Sie die Temperatur der Photosphäre der Sonne ab, indem Sie annehmen, dass das Maximum der Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges beim Maximum der spektralen Energiedichte der Photosphäre liegt. Vergleichen Sie diese mit der tatsächlichen Temperatur der Photosphäre. (**4 Punkte**)

  Bemerkung: Das Emissionsspektrum der Photosphäre entspricht in erster Näherung dem eines schwarzen Körpers.

Aufgabe 1.3: Wahrscheinlichkeiten (3 Punkte)

In der Milchstraße gibt es ca. $N = 10^{11}$ Sterne. Wir machen jetzt die Annahme: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Stern einen Planeten hat, ist $p_1 = 10^{-5}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einem Planeten lebensfreundliche Bedingungen herrschen, ist $p_2 = 10^{-15}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich auf einem solchen Planeten tatsächlich Leben entwickelt, ist $p_3 = 10^{-25}$. Der Einfachheit halber nehmen wir weiter an, dass es keine Sonnensysteme mit mehr als einem Planeten gibt.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in einem zufällig ausgewählten Sonnensystem Leben gibt? (**1 Punkt**)

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in der Milchstraße auf mindestens einem Planeten Leben gibt? (**2 Punkt**)

[1] Das Experiment von F. Paschen besagtet annähernd damals auch für die Wiensche Verteilung.