Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Physik (ITP)
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Moderne Theoretische Physik I (TheoD, QM I)
Dozent: Prof. Dr. Frans R. Klinkhamer
Assistent: Dr. Viacheslav A. Emelyanov

- `Besprechung am Mittwoch, den 15.06.2016`
- `Aktuelle Informationen zur Vorlesung befinden sich unter folgendem Link: https://www.itp.kit.edu/~slava/quantenmechanik_ss_16.html`
- `Melden Sie sich rechtzeitig für Vorleistung und Klausur durch das QISPOS-System an. Dies ist erforderlich und erfolgt unter https://campus.studium.kit.edu`

Name: _____ Übungsgruppe: _____ Punkte: _____

Übungsblatt 8 – Probeklausur

Aufgabe 8.1: Fragebogen (8 Punkte)

(a) Durch was beschreibt man den Zustand eines Systems in der Wellenmechanik? **(1 Punkt)**

(b) Was entspricht eine Observable in der Wellenmechanik? **(1 Punkt)**

(c) Was ist die De-Broglie-Wellenlänge? **(1 Punkt)**

(d) Was versteht man unter dem Welle-Teilchen-Dualismus? **(1 Punkt)**

(e) Wie lauten die folgenden Kommutatoren: $[\hat{q}, \hat{q}]$, $[\hat{q}, \hat{p}]$ und $[\hat{p}, \hat{p}]$? **(1 Punkt)**

(f) Was versteht man unter der Heisenbergschen Unschärferelation? **(1 Punkt)**

(g) Wie lautet die allgemeine Schrödinger-Gleichung eines Teilchens? **(1 Punkt)**

(h) Was versteht man unter der stationären Schrödinger-Gleichung? Geben Sie sie an. **(1 Punkt)**

Aufgabe 8.2: Der Potentialwall (8 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m befinde sich in einem Potential, das von der folgenden Form ist

$$U(q) \;=\; \begin{cases} 0\,, & \text{für } q \,<\, 0\,, \\ U_0\,, & \text{für } q \,>\, 0\,, \end{cases} \tag{1}$$

wobei $U_0 > 0$. Das Teilchen bewege sich von links nach rechts und seine Energie betrage $E = U_0/4$.

Stand 03. 06. 2016 um 15:24:31

(a) Bestimmen Sie die physikalisch akzeptable Wellenfunktion des Teilchens in diesem Potential. **(3 Punkte)**

(b) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte links von der Stufe gegeben ist durch

$$|\psi(q)|^2 \;=\; \frac{4}{k^2+p^2}\big(k\cos(kq)-p\sin(kq)\big)^2\,, \tag{2}$$

wobei $k=\big(2mE/\hbar^2\big)^{\frac{1}{2}}$ und $p=\big(2m(U_0-E)/\hbar^2\big)^{\frac{1}{2}}$ gilt. **(1 Punkt)**

(c) Berechnen Sie den minimalen Abstand links von der Stufe ($q<0$), bei dem die Wahrscheinlichkeitsdichte, das Teilchen in diesem Punkt zu finden, maximal ist. **(2 Punkte)**

(d) Berechnen Sie den minimalen Abstand links von der Stufe, bei dem die Wahrscheinlichkeitsdichte, das Teilchen in diesem Punkt zu finden, minimal ist. **(2 Punkte)**

Aufgabe 8.3: Der harmonische Oszillator (8 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Heisenbergsche Unschärferelation im Grundzustand, der durch die Wellenfunktion $\psi_0(q)\propto\exp(-m\omega q^2/2\hbar)$ beschrieben wird, saturiert ist, d.h., dass in diesem Zustand $\Delta q\Delta p=\hbar/2$ gilt. **(2 Punkte)**

Hinweis: Um dies zu zeigen, benutzen Sie die folgenden Integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dq\, e^{-q^2} \;=\; \sqrt{\pi} \quad \textit{und} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dq\, q^2 e^{-q^2} \;=\; \sqrt{\pi}/2\,. \tag{3}$$

(b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, das im Grundzustand befindliche Teilchen außerhalb des klassisch erlaubten Bereiches anzutreffen. **(3 Punkte)**

Hinweis: Das folgende Integral

$$\mathit{erf}(x) \;=\; \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-x}^{+x} dq\, e^{-q^2} \tag{4}$$

bezeichnet man als Fehlerfunktion. Nicht elementar berechenbar, liegt aber tabelliert vor: $\mathit{erf}(0)=0$, $\mathit{erf}(+\infty)=1$ *und* $\mathit{erf}(1)\approx 0.843$.

(c) Bestimmen Sie die Zeitentwicklung des Ortsoperators und Impulsoperators, indem Sie annehmen, dass diese Operatoren am Zeitpunkt $t=0$ durch $\hat{q}$ bzw. $\hat{p}$ gegeben sind. Zeigen Sie danach, dass der folgende Kommutator gilt

$$\big[\hat{q}(t),\hat{p}(t')\big] \;=\; i\hbar\cos\omega(t-t')\,. \qquad \textbf{(3 Punkte)} \tag{5}$$