Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Physik (ITP)
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Moderne Theoretische Physik I (TheoD, QM I)
Dozent: Prof. Dr. Frans R. Klinkhamer
Assistent: Dr. Viacheslav A. Emelyanov

- `Abgabe am Montag, den 20.06.2016; Besprechung am Mittwoch, den 22.06.2016`
- `Aktuelle Informationen zur Vorlesung befinden sich unter folgendem Link: https://www.itp.kit.edu/~slava/quantenmechanik_ss_16.html`
- `Melden Sie sich rechtzeitig für Vorleistung und Klausur durch das QISPOS-System an. Dies ist erforderlich und erfolgt unter https://campus.studium.kit.edu`

Name: _____ Übungsgruppe: _____ Punkte: _____

# Übungsblatt 9

### Aufgabe 9.1: Die Messwahrscheinlichkeit (8 Punkte)

(a) Der lineare hermitesche Operator $\hat{A}$ habe abzählbar unendlich viele Eigenwerte $\{a_i\}$, wobei $i \in \mathbb{N}$, mit orthonormierten Eigenzuständen $\psi_{a_i}$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden am System im Zustand $\psi = \psi_{a_1} + (i/2)\psi_{a_3}$ die Werte $a_1$, $a_2$ und $a_3$ gemessen? **(3 Punkte)**

(b) In Aufgabe 3.3.b haben wir die Wellenfunktion $\psi_0(q) \propto \exp(-\alpha q^2)$ eines freien Teilchens mit $\alpha > 0$ betrachtet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P_E$ den Energiewert $E$ an diesem Teilchen zu messen? Bestimmen Sie danach, wie diese Wahrscheinlichkeit von der Zeit abhängt. Berechnen Sie auch die Wahrscheinlichkeit irgendeinen beliebigen Energiewert zwischen 0 und unendlich an diesem Teilchen zu messen. **(5 Punkte)**

### Aufgabe 9.2: Der Drehimpulsoperator (8 Punkte)

(a) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass $\left[\hat{l}_x, \hat{l}_y\right] = i\hbar\,\hat{l}_z$. Zeigen Sie die Kommutatoralgebra benutzend, dass $\left[\hat{l}_i, \hat{l}_j\right] = i\hbar\,\epsilon_{ijk}\,\hat{l}_k$ im allgemein gilt, wobei $\epsilon_{ijk}$ das Levi-Civita Symbol mit $\epsilon_{xyz} = +1$ ist. **(2 Punkte)**

(b) Zeigen Sie, dass $\left[\hat{l}_i, \hat{\mathbf{l}}^2\right] = 0$ gilt, wobei $\hat{\mathbf{l}}^2 = \hat{l}_x^2 + \hat{l}_y^2 + \hat{l}_z^2$ ist. **(2 Punkte)**

(c) Bestimmen Sie die Kommutatoren $\left[\hat{x}_i, \hat{l}_j\right]$, $\left[\hat{p}_i, \hat{l}_j\right]$, $\left[\hat{l}_i, \hat{\mathbf{r}}^2\right]$ und $\left[\hat{l}_i, \hat{\mathbf{p}}^2\right]$. **(2 Punkte)**

(d) Zeigen Sie, dass ein Operator, der mit zwei Komponenten des Drehimpulses kommutiert, dann auch mit der dritten Komponente vertauschbar ist. **(2 Punkte)**



Stand 13. 06. 2016 um 09:12:26

**Aufgabe 9.3: Der kohärente Zustand (8 Punkte)**

Betrachten wir einen normierten Zustand $|\alpha\rangle$, der ein Eigenzustand des Vernichtungsoperator $\hat{a}$ (siehe Aufgabe 7.1) mit dem Eigenwert $-\alpha$ ist, d.h. $\hat{a}|\alpha\rangle = -\alpha|\alpha\rangle$ gilt.

(a) Zeigen Sie, dass die Unschärferelation in diesem Zustand saturiert ist. **(3 Punkte)**

(b) Drücken Sie diesen Zustand als eine Linearkombination der Energieeigenzustände $\{|n\rangle\}$ des harmonischen Oszillators mit der Frequenz $\omega$ aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen, dessen Zustand durch $|\alpha\rangle$ beschrieben wird, im Zustand $|n\rangle$ anzutreffen? Um was für eine Verteilung handelt es sich? **(5 Punkte)**