Moderne Theoretische Physik I SS 2021

Prof. Dr. Jörg Schmalian
Vanessa Gall, Dr. Roland WillaBlatt 12
Abgabe 16.07.2021**Wichtige Informationen:**

- Sie können sich im CAMPUS System für die Klausur und den Übungsschein anmelden.
- Dies ist das letzte Aufgabenblatt in diesem Semester. Insgesamt waren 76 Punkte zu vergeben. Mit 38 Punkten (inkl. Minitalks) erreichen Sie den Übungsschein.
- Wenn Sie Interesse an einer Bachelorarbeit im Bereich der Festkörperphysik haben, würde sich das TKM (Theorie, Campus Süd) und das assoziierte IQMT (Theorie und Experiment, Campus Nord) über Ihre Kontaktaufnahme freuen.

1. Anwendung Heisenberg Bild 2

Wir wollen uns hier mit einem Teilgebiet der Festkörperphysik befassen, der Spintronics genannt wird. Er beschäftigt sich mit Problemen, die durch (wechselwirkende) Spins beschrieben werden können. Hierzu betrachten wir einen Mehrteilchen-Hamilton-Operator

$$\hat{H} = J \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{s}}_j \cdot \hat{\mathbf{s}}_{j+1} + \gamma \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{s}}_j \cdot \mathbf{B}. \quad (1)$$

Dieser beschreibt N verschiedene, aus der Vorlesung bekannte und durch die Pauli Matrizen darstellbare Spins $\hat{\mathbf{s}}_j$ (mit $|\hat{\mathbf{s}}_j| = 1/2$) auf einem Ring, die an ein externes magnetisches Feld $\mathbf{B}$ koppeln. Da die erste Summe Produkte von benachbarten Spins enthält, kann man den gesamten Hamilton-Operator nicht als Summe von individuellen Spin-Operatoren schreiben die jeweils nur ein $\hat{\mathbf{s}}_i$ enthalten. Dadurch wird dies zu einem *wechselwirkenden* Problem.

Beachten Sie die Kommutatorrelationen für Spin-1/2 und bringen Sie die Heisenberg-sche Bewegungsgleichung in die Form (bestimmen Sie $\hat{\mathbf{M}}_j$)

$$\frac{d\hat{\mathbf{s}}_j}{dt} = \hat{\mathbf{M}}_j \times \hat{\mathbf{s}}_j. \quad (2)$$

2. Störungstheorie: Harmonischer Oszillator

Bestimmen Sie die Eigenenergien E_n des Hamiltonians

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} \hat{x}^2 + \gamma \hat{x}^4 \quad (3)$$

in erster Ordnung Störungstheorie.

Bestimmen Sie die passende dimensionslose Kopplungskonstante und die Energiekorrektur bis zur linearen Ordnung. Bestimmen Sie die Quantenzahl n bei der für gegebenes γ die Störungstheorie zusammenbricht. Interpretieren Sie dieses Ergebnis.

3. Störungstheorie: Atom im Potential

Es sei ein geladenes Teilchen in einem Coulomb-Potenzial und einem parabolischen Potenzial ausgesetzt. Der Hamilton-Operator ist dann

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}', \quad (4)$$

mit $\hat{H}_0$ dem Hamilton-Operator des Coulomb Problems und der Störung $\hat{H}' = \kappa z^2/2$.

- a) Geben Sie die Eigenenergien des Wasserstoffproblems und deren Entartung wieder.
- b) Berechnen Sie die Korrektur der Grundzustandsenergie zu linearer Ordnung in κ .
- c) Werten Sie den Kommutator $[\hat{H}', \hat{L}_z]$ aus und diskutieren Sie die Konsequenzen Ihres Ergebnisses auf Ausdrücke der Form $\langle n, l', m' | [\hat{H}', \hat{L}_z] | n, l, m \rangle$. Hier sind $|n, l, m\rangle$ Eigenzustände des Coulomb Hamilton Operators.
- d) Bestimmen Sie die Matrix $M = \langle \phi' | \hat{H}' | \phi \rangle$, wobei $|\phi\rangle = |n, l, m\rangle$ und $|\phi'\rangle = |n', l', m'\rangle$ zum entarteten Eigenraum mit Hauptquantenzahl $n = 2$ gehören. Diagonalisieren sie die Matrix und diskutieren Sie ob die Entartung aufgehoben wurde.

Hinweis: Verwenden Sie obige Ergebnisse sowie die Wellenfunktionen des Coulombproblems (Kugelkoordinaten, siehe Vorlesung).