Prüfungsprotokoll der Fachschaft Physik

Fachschaft Physik

Vorlesungen, die geprüft werden:
Moderne Theoretische Physik I und Moderne Theoretische Physik II

Prüfer: Prof. A. Mirlin

Datum der Prüfung: 02.05.2024

Prüfungsart: Mündliche Prüfung

Vor der Prüfung:

Welche Vorlesungen hast du gehört? Waren diese von den Prüfern und hast du diese auch regelmäßig besucht? Theo D bei Schmalian, Theo E bei Melnikov und Theo F bei Mirlin.

Fanden vor der Prüfung Absprachen statt (Form, Inhalt, Literatur, Skripte, ...)? Wenn ja, welche? Wurden sie eingehalten? Nein, er hat sich nur direkt vor der Prüfung nochmal kurz versichert, dass die Prüfung nach dem neuen System abgehalten werden soll.

Wie lange hast du auf die Prüfung gelernt und hast du alleine oder in einer Gruppe gelernt? Etwa zwei Monate. Zuerst habe ich alleine Protokolle durchgelesen um einen Überblick über die Fragen zu bekommen. Danach bin ich dann die konkreten Themen durchgegangen und habe Herleitungen nachvollzogen/möglichst oft durchgerechnet. Die letzen Wochen wurde ich dann von Freund*innen abgefragt, was zumindest mir immer am meisten bringt.

Welche Literatur/Skripte hast du verwendet? Kannst du Empfehlungen aussprechen? Skripte der jeweiligen Volresungen (s.o.)

Kannst du Tipps für die Vorbereitung geben? (Lernstil, ...) Beim Lernen sind die Altprotokolle super hilfreich, da Mirlin einige Fragen sehr gern hat und dafür andere Dinge (die theoretisch im Stoff enthalten wären) noch nie abgefragt hat. Außerdem gibt es ein paar Stichworte und Details, die ihm durch die Protokolle hinweg wichtig scheinen, auf die eins so viel besser gefasst sein kann.

Zur Prüfung:

Wie ist der Prüfungsstil (Prüfungsatmosphäre, (un)klare Fragestellungen, Fragen nach Einzelheiten oder eher größere Zusammenhänge, gezielte Zwischenfragen oder lässt er/sie dich erzählen) der Prüfer? Wird Unwissen abgeprüft? Allgemein sehr angenehme Atmosphäre :) Er versucht zu helfen, wenn eins mal auf dem Schlauch steht und formuliert auf Nachfrage auch um - hat bei mir aber leider auch dazu geführt, dass er mir Zeit geben wollte selbst auf einfache Fehler zu kommen, wozu ich dann teilweise recht ausführlich nachrechnen musste ^^

Was war schwierig in der Prüfung? Umfangreiche Herleitungen stellenweise auswendig lernen zu müssen, da Mirlin oft nicht die ganze Rechnung sehen mag und dann an den (Zwischen)-Ergebnissen interessiert ist.

Welche Fragen wurden konkret gestellt? M: Können Sie mir etwas zu Messungen in der Quantenmechanik sagen. Was messen wir da und wie können wir das darstellen?
* Messgrößen beschrieben durch hermitesche Operatoren ($O^\dagger = O$).
* Eigenwertgleichung $O|n\rangle = o_n|n\rangle$ mit reellen Eigenwerten o_n, welche wir messen können.
* Wellenfunktion entwickelt über Eigenzustände $|\Psi\rangle = \sum_n a_n|n\rangle$.
* Wahrscheinlichkeit, EW o_n zu messen gegeben durch $|a_n|^2$.

M: Okay und was passiert mit der Wellenfunktion, wenn wir gemessen haben?
* Die kollabiert - bei erneuter Messung (der selben Messgröße) erhalten wir also das gleiche Ergebnis.
* Für einen anderen Operator muss aber natürlich wieder von vorne angefangen werden.

M: Dann betrachten wir jetzt ein Teilchen in einer Potentialmulde...
* Potential aufgemalt und so definirt, dass es mit $-V_0$ symmetrisch von $-a$ bis a geht und sonst 0 ist. (Leider habe ich hier die Vorzeichen etwas ungeschickt definiert, was mich dann später erwischt hat ^^)
* Lösungsansatz für $E < V_0$ aufgeschrieben: $\Psi(-\inf < x < -a) = A * e^{kx} + B * e^{-kx}, \Psi(-a \leq x \leq +a) = C * e^{i\kappa x} + D * e^{-i\kappa x}, \Psi(a < x < inf) = F * e^{kx} + G * e^{-kx}$.
* Wellenzahl $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ und $\kappa = \frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar}$ aufgeschrieben. (Hier wurde ich unterbrochen, da er mit den Vorzeichen nicht zufrieden war. Da ich das Potential negativ definiert hatte, müsste die Energie für den betrachteten Fall ja auch negativ sein, sodass ich zuerst ein $-E$ in der ersten Wurzel korrigiert habe. Danach wurde ich leider nicht erlöst und sollte ihm einmal ausführlich vorrechnen, dass für κ aus der Schrödingergleichung $E + V$ (und nicht $-$) folgt. Also ja, mein Fehler :/)
* Anschließend weiter gemacht mit Normierung: $B = F = 0$ und Symmetrie $A = G, C = D$ (gerade), bzw. $A = -G, C = -D$ (ungerade).
* Dann Stetigkeit von Ψ und $\partial_x\Psi$ aus der Notwendigkeit von Differenzierbarkeit begründet und für $x = a$ in beide eingesetzt. * Daraus transzendente Gleichung $k = \kappa \tan(\kappa a)$ durch Division (Hier war es ihm noch wichtig, das mit $\gamma^2 = k^2 + \kappa^2$ umzuschreiben. Er wollte dann noch wissen, wie die Lösungen dafür aussehen. Hatte schon Angst, das für die grafische Lösung jetzt aufzeichnen zu müssen, aber er war zufrieden sobald ich erwähnt hatte, dass aus den trigonometrischen Funktionen periodisch und damit unendlich viele Lösungen folgen)

M: Wie sieht da jetzt aus mit Drehimpulsen in der Quantenmechanik?
* Angefangen mit $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$.
* Kommutatorrelation für $[L_i, L_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}L_k$ und $[L^2, L_i] = 0$ aufgeschrieben und erklärt, dass der verschwindende Kommutator erwünscht ist, um beide in einer gemeinsamen Basis ausdrücken zu können.
* Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $L_\pm = L_x \pm iL_y$ definiert und über $L_zL_\pm|m\rangle = \hbar(m \pm 1)|m\rangle$ die Wirkung zeigen wollen. (Auf der rechten Seite fehlt obviously ein $L_\pm$. Weil ich aufgeregt war, habe ich das aber leider nicht direkt gesehen und anstatt es mir zu sagen, hat Mirlin mich ermutigt das nochmal händisch nachzurechen. Das ging überraschend gut, aber da ich

$[L_z, L_\pm] = \hbar L_\pm$ nicht mehr auswendig hatte, war es doch eine etwas längliche Rechnung T.T)
* Nachdem das geschafft war, konnte ich endlich fertig argumentieren, dass $L_\pm = \mu_\pm |m \pm 1\rangle$.

M: Was kann man damit jetzt noch weiter machen?
* Wollte näher auf Quantenzahlen eingehen und hatte die Abbruchbedingung $L_+|m_{\max}\rangle = 0$ aufgeschrieben (Wurde dann aber nochmal unterbrochen und nach der Begründung gefragt, warum wir das fordern. Hier habe ich etwas gebraucht, dann aber mit dem Hinweis auf die Definition von L^2 realisiert, dass L_z dadurch beschränkt ist und die Zustände somit nicht beliebig groß/klein werden dürfen.)
* Daraufhin weitergemacht und die analoge Bedingung für L_- hingeschrieben, auf hinweis, dass ich es wegen der Zeit nur kurz skizzieren soll $\mu_\pm = \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)}$ eingeführt und einfach gesagt, dass nach einsetzen $-l < m < l$ folgt, was aufgrund der ganzzahligen Schritte bedeutet, dass l ganz oder halbzahlig ist, was auf Bahndrehimpulse bzw. Spins zurückzuführen ist. (Das ist eines der Details, welche Mirlin immer wichtig sind und er sah dann auch gleich zufriedener aus :)

(Theo E wurde dann smooth und ohne weiteren Kommentar übersprungen xD)

M: Dann machen wir jetzt noch etwas statistische Physik. Betrachten Sie mal ein System aus nicht wechselwirkenden Bosonen...
* In Besetzungszahldarstellung $Z_\lambda = \sum_{n_\lambda} \exp[-\beta n_\lambda (E_\lambda - \mu)$ angefangen und kurz begründet, wie die aus der Großkanonischen Zustandssumme $Z_G = \prod_\lambda Z_\lambda$ folgen würde (War ihm nicht explizit genug, also habe ich es doch von vorne nochmal ausgeschrieben ^^).
* Auf Rückfrage hier noch kurz klargestellt, dass λ die Zustände der einzelnen Teilchen (gerade letzteres war ihm sehr wichtig, da ich zunäscht nur von Zuständen geredet hatte) und n_λ die Besetzungszahl ist, also angibt, wie viele Teilchen einen Zustand einnehmen.
* Anschließend wieder zurück zur Ursprungsrechnung gekommen und mit den Eigenschaften von Bosonen plus $exp[-\beta(E_\lambda - \mu) < 1$ begründet, dass die Summe gerade eine geometrische Reihe ist und damit eine explizite Darstellung $Z_\lambda = \frac{1}{1 - \exp(-\beta(E_\lambda - \mu))}$ hat.
* Bin dann kurz noch auf die Wahrscheinlichkeit eingegangen und habe den Erwartungswert $\langle n_\lambda \rangle$ (die Bose Einstein Statistik) aufgeschrieben.

M: Wie kommmen wir von hier dann auf die thermodynamischen Größen?
* Großkanonisches Potential $\Omega = -k_B T \ln(Z_G)$ aufgeschrieben, eingesetzt und noch etwas vereinfacht. Von da aus, dann mit $\Omega(T, V, \mu) = U - TS - \mu N$ weitergemacht und beispielhaft nach der Entropie umgestellt. (Damit ist er glaube ich immer happy und will es nicht explizit ausgerechnet haben).

M: Wir haben jetzt noch vier Minuten, können Sie kurz etwas dazu sagen, was dieses System für tiefe Temperaturen macht?
* Erklärt, dass für tiefe Temperaturen und abhängig von den betrachteten Dimensionen (hat ihn direkt gefreut das zu hören, da er auf die Unterscheidung eigentlich immer eingeht) der Grundzustand makroskopisch besetzt ist, also die Mehrzahl aller Bosonen den Grundzustand einnehmen.
* So schnell ich konnte das Großkanonische Potential in Grundzustand (den zu benennen war ihm wichtig) und höhere Zustände aufgeteilt und letztere in Integral überführt, also $\Omega = k_B T \ln(1-z) + \frac{k_B T V}{(2\pi\hbar)^d} \int_0^\infty \nu(\epsilon) \ln(1 - z e^{-\beta\epsilon}) d\epsilon$. Dann begründet, dass wir uns für die Tewilchenzahl interessieren, was nach der schon an der Tafel stehenden Relation ja $-\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}$ ist und deshalb angefangen die Ableitungen skizzenhaft aufzuschreiben: $N = \frac{z}{1-z} + \text{const}(\frac{d}{\alpha})\Gamma(\frac{d}{\alpha})\text{Li}_{\frac{d}{\alpha}}(z)$ um

anschließend mit der Riemannschen Ceta Funktion zu verargumentieren, dass allgemein $d > \alpha$ gelten muss um eine beschränkte Teilchenzahl zu erhalten, bzw. andernfalls das obige Integral divergiert und keine Bose Einstein Kondensation stattfindet.

Feedback zur Prüfung

Fandest du die Benotung angemessen? Für den Verlauf definitiv nachvollziehbar.

Würdest du die Prüfer weiterempfehlen? Ja, da die Fragen anhand der Protokolle ziemlich zuverlässig vorhersehbar sind und Mirlin allgemein sehr freundlich prüft.