

Fach: Theoretische Physik

PrüferIn: Mirlin

☒ BP ☐ NP ☐ SF ☐ EF ☐ NF ☐ LA

Datum: 25. Juli 2019

Fachsemester: 6

Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, Theo E, Theo Fa, Theo F

Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Theo Fa, Theo F

Zur Vorbereitung

Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: Das ganze Spektrum, allerdings nur 20 min jeweils für QM1, QM2 und statistische Physik, daher kein Expertenwissen vorausgesetzt.

Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: Hat zwar gemeint, dass er sich bei Theo E evtl. am Skript von Prof. Melnikov orientieren würde, aber den Eindruck bei der Prüfung nicht.

Verwendete Literatur/Skripte: Theo D Schmalian-Skript, Theo E Melnikov-Skript, Theo Fa+F Mirlin-Skript.

Kleinigkeiten im Steinhäuser-Skript nachgelesen.

Für Quantenmechanik habe ich sehr viel im Sakurai nachgeschlagen, für stat. Physik ein wenig im Nolting.

Dauer der Vorbereitung: 8 Wochen, im Schnitt etwa 2 Stunden am Tag

Art der Vorbereitung: Hauptsächlich alleine; Den gesamten Stoff in der Chronologie durchgearbeitet und in kondensierter Form aufgeschrieben. Später noch einige Protokolle mit einem Lernpartner durchgegangen.

Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Früh genug anfangen. Zunächst auf Verständnis lernen, aber später dann auch die wichtigen Inhalte auswendig lernen, da bei der Prüfung schnelle Antworten ohne lange Herleitung verlangt werden können. Allgemein auf Schnelligkeit trainieren. Abfragen lassen und/oder selbstständig mündlich den Stoff wiederholen hilft, Sicherheit beim Formulieren und Erklären zu gewinnen. Studentenausweis mitbringen.

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Reibungsfrei, es wurden alles in allem ganz angenehme Fragen gestellt. Der Prüfer hat häufig nur ein Stichwort genannt und gemeint, ich solle das erklären und/oder motivieren. Also ohne konkrete Frage.

Ich glaube er war dankbar, dass ich ihm die Arbeit weggenommen habe, konkrete Fragen

zu formulieren (was ihm schwer fiel, vermutlich lag es an der Hitze) und oft einfach kurz

zusammengefasst habe, was es über das jeweilige Thema wichtiges zu sagen gibt.

Er hat auch erstaunlich wenig nachgehakt, oder mich unterbrochen.

Anmerkung: Ich musste nicht an der Tafel vorrechnen, sondern auf einem Blatt Papier.

Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Wenn er mit einer Antwort nicht ganz zufrieden war, hat er sie selbst verbessert.

Kommentar zur Prüfung: Geht schneller vorbei, als erwartet.

Kommentar zur Benotung: 1,0

Die Schwierigkeit der Prüfung: Eher die Vorbereitung als die Prüfung selbst; das gesamte Themenspektrum zu beherrschen und vieles nicht nur herleiten können, sondern auch aus dem Stehgreif auswendig wissen.

Die Fragen

P: Es sind je 20 min für QM1, QM2 und statistische Physik vorgesehen.

P: Schrödingergleichung erklären und motivieren.

I: Erklärt, dass de-Broglie-Materiewellen Ausgangspunkt sind, mit der Forderung, dass $p^2/2m = E = h\nu$. Man möchte Teilchen als eine Welle beschreiben können.

-> Ansatz der Form $\Psi = A \exp(ikx - \omega t)$ für freies Teilchen, eingesetzt in allgemeine Wellengleichung mit n-ter Ordnung der Zeit- und l-te Ordnung der Ortsableitung liefert die Beziehung $2n = 1$. Mit der sinnvollen Wahl $n=1$ und der richtigen Wahl der Konstanten folgt die zeitabhängige S. Gleichung.

P: Was ist H ?

I: Linearer, hermitescher Operator, der die Energie repräsentiert und reelle Eigenwerte hat.

P: Wie sieht H explizit aus?

I: $H = p^2/2m + V(r)$

P: Was ist p ? Wie sieht p explizit aus?

I: Impulsoperator, in Ortsdarstellung hingeschrieben.

P: Harmonischer Oszillator

I: Habe Hamiltonian für 1D-H.O. hingeschrieben, sowohl mit Ortskoordinaten, als auch durch Leiteroperatoren ausgedrückt. Erklärt, warum man diese Operatoren einführt (Energiespektrum ohne Kenntnis der WF lösbar) und deren Wirkung auf Energie-EZ angeben.

P: Wie sieht nun das Energiespektrum aus?

I: Habe Operator $N = a \cdot a^\dagger$ eingeführt, kommutiert mit $H \rightarrow$ Eigenwertgleichung $N|n\rangle = n|n\rangle$.

Man kann zeigen, dass n positive ganze Zahlen annehmen kann (nicht-negativ wäre hier richtig, ist aber glaube ich nicht aufgefallen). Damit ist das Spektrum durch eine Nullpunktsenergie von $\hbar\omega/2$ und äquidistante E-niveaus charakterisiert.

P: Wie bestimmt man Wellenfunktionen?

I: Benutzt, dass $a|0\rangle = 0$, wertet diese Gleichung in Ortsdarstellung aus und findet für den Grundzustand: $\Psi_0(x) = A \exp(-x^2/2x_0^2)$ mit charakteristische Länge $x_0 = \sqrt{\hbar/m\omega}$. Die angeregten Zustände findet man durch Anwenden des Aufsteigeroperators auf $|0\rangle$.

P: Wie sehen die WF aus?

I: $\Psi_n(x) = C_n \cdot H_n(x/x_0) \cdot \Psi_0(x)$

P: Gut, jetzt kommen wir zum Zentralpotenzial.

I: $H = p^2/2m + V(r)$ umgeformt zu $H = (p_r^2 + L^2/r^2)/2m + V(r)$ mit radialem Impuls p_r und Impulsoperator L .

P: Welche Koordinaten wählen wir jetzt?

I: Habe nicht ganz verstanden, worauf er hinaus wollte, wollte dann mit H-Atom und Relativkoordinaten anfangen, aber er wollte beim allgemeinen Zentralpotenzial bleiben. Habe dann gesagt, dass man ein v_{sco} suchen soll, um Eigenzustände durch Quantenzahlen zu charakterisieren. Wegen $[L, H] = 0 = [L^2, H]$ und $[L_i, L_j] \neq 0$ gibt es zwei gute Quantenzahlen zu L^2 und L_z . Die dritte Quantenzahl muss mit dem radialen Impuls zusammenhängen.

Habe dann verstanden, dass er den Separationsansatz sehen wollte: $\psi(x) = R(r)Y(\theta, \phi)$.

Habe gesagt, dass der winkelabhängige Teil tatsächlich die Kugelflächenfunktionen sind. Der Separationsansatz liefert dann noch die Radialgleichung.

P: Wie sieht die aus?

I: Hingeschrieben.

P: Die Zeit für QM1 ist fast rum, damit kommen wir zum Thema Drehimpuls.

I: Kommutatorrelation hingeschrieben und gesagt, dass das die definierende Eigenschaft von Drehimpulsen in der QM sei.

P: Wie kann man diese Relation zeigen? (er meinte wohl eher motivieren)

I: Also das ist erstmal ein Postulat. Motivieren kann man dies aber, wenn man sich Drehungen (etwa 3×3 Rotationsmatrizen) anschaut und feststellt, dass Drehungen um verschiedene Achsen nicht kommutieren (ich hätte an dieser Stelle erwähnen sollen, dass Drehimpulsoperatoren die Generatoren von Drehungen sind, aber er wollte sowieso was anderes hören).

P: Ja das stimmt zwar, aber es gibt da doch eine Beziehung mit dem Impuls.

I: Bin darauf gekommen, dass er $L = r \times p$ meinte, d.h. man kann mit Hilfe von $[x, p] = i\hbar$ explizit zeigen, dass die Relation für den Bahndrehimpuls gilt.

P: Eigenwerte von Drehimpulsoperatoren?

I: EW-Gleichungen hingeschrieben und gesagt, welche Werte j und m annehmen können.

P: Jetzt QM2: Wie geht die Addition von Drehimpulsen?

I: Gesamtdrehimpuls $J = J_1 + J_2$ eingeführt. Erklärt, dass es zwei unterschiedliche Basen $|j_1 j_2; m_1 m_2\rangle$ und $|j_1 j_2; j m\rangle$ gibt, die sich für den Produktzustand eignen. Diese Basen sind durch eine unitäre Trafo mit den Clebsch-G.-Koeffizienten miteinander verknüpft.

P: Führen Sie die Drehimpulsaddition am Bsp. zweier $j=1/2$ Teilchen durch.

I: Die 3 Triplets und den Singulettzustand durch die $|j_1 j_2; m_1 m_2\rangle$ Kets ausgedrückt.

P: Kommen wir zur Dirac-Gleichung, motivieren Sie diese.

I: Wir wollen eine lorentzinvariante Bewegungsgleichung. S.Gleichung nicht lorentzinvariant, da Ort und Zeit nicht gleichgestellt sind. Ansatz von Dirac in natürlichen Einheiten hingeschrieben, d.h. $H = \alpha p + m \beta$. Man möchte, dass relativistische E-p-Beziehung erfüllt ist, wenn H quadriert wird. Dadurch erhalten wir Bedingungen an α und β .

P: Wie sehen diese Bedingungen aus?

I: Vier Bedingungen aufgeschrieben.

p: Wie sieht die Standarddarstellung der 4×4 Matrizen aus? Warum kann es keine kleinere Dimension sein?

I: Hab gesagt, dass wir das in der VL von Melnikov nicht gezeigt haben, aber hab es trotzdem versucht, so wie ich es bspw. im Skript von Steinhauser gelesen hatte: Die Spur aller vier Matrizen muss verschwinden und da sie quadriert 1 ergeben, müssen Eigenwerte ± 1 sein. Damit können ungerade Dimensionen ausgeschlossen werden. Der Grund, warum d nicht 2 sein kann, ist dass wir in 2d bereits die Pauli-Matrizen haben.

P: Richtig, in 2d gibt es nur die drei antikommutierenden Pauli-Matrizen, wir brauchen aber hier 4.

P: Die Zeit für QM2 ist fast rum, erklären Sie noch kurz zeitabhängige Störungstheorie und wie man zu Fermi's goldener Regel kommt.

I: Ausgangspunkt ist $H = H_0 + V(t)$, wobei Eigenkets $|n\rangle$ von H_0 bekannt sind.

Dyson-Reihe für den Zeitenwicklungsoperator im WW-Bild liefert in erster

Ordnung: (hingeschrieben). Entwicklung $|\psi\rangle(t) = \sum_n |n\rangle \langle n|U|i\rangle$

$\langle n|U|i\rangle(t)$ gibt also die Wahrscheinlichkeitsamplitude für Übergänge von $|i\rangle$ zu $|n\rangle$.

Um zur Fermi's Regel zu kommen betrachte konstante Störung, die bei $t=0$ eingeschaltet wird. Integral auswerten und Grenzwert für $t \rightarrow \text{unendlich}$ liefert F.G.R. Hab noch hinzugefügt, dass es sinnvoll ist, die Gleichung in differentieller Form mit Zustandsdichte hinzuschreiben.

P: Und wie sieht das aus, wenn wir zeitlich oszillierende Störung haben?

I: Rechnung komplett analog, mit der Ersetzung $\omega_n \rightarrow \omega_n \pm \omega$ (wobei ω die Frequenz der Störung ist).

P: Ja, d.h. was ändert sich an F.G.R.?

I: In der Delta-F. kommt noch $\pm \hbar \omega$ für Emission/Absorption.

P: Ok, jetzt bleiben noch 20 min für statistische Physik. Was ist die Fundamentalgleichung der Thermodynamik?

I: Ich wusste erst nicht, ob er einen der Hauptsätze meinte. Er hat dann präzisiert, dass er an dem Differential der inneren Energie interessiert sei. Hab $dU = \delta Q - \delta W$ hingeschrieben.

P: Und wie kann man das noch schreiben?

I: typischerweise, wenn mechanische Arbeit verrichtet wird: $dU = TdS - pdV$

P: Jetzt gibt es noch andere thermodynamische Potenziale. Warum und wie führt man die ein?

I: Die innere Energie eignet sich als Potenzial, wenn in einem System die Entropie und (hier) das Volumen festgehalten werden, weil dann im GG aussagen über U gemacht werden können. Für andere natürliche Variablen führt man eine Legendre-Trafo durch, Beispiel $F = U - TS$. dF hingeschrieben.

P: Gut, beschreiben Sie das kanonische Ensemble.

I: Zunächst gesagt, was ein statistisches Ensemble ist. Hier ist die Randbedingung, dass Teilchenzahl und Erwartungswert der Energie fest sind, die Energie der einzelnen Elemente des Ensembles variieren kann. Wollte direkt W_n hinschreiben, aber dann wollte er es etwas ausführlicher sehen. Hab $H|n\rangle = E_n|n\rangle$ und die Nebenbedingungen $\sum_n W_n = 1$ und $\sum_n W_n E_n = U$ hingeschrieben. Entropie hingeschrieben $S = -k_B \sum_n (W_n \ln W_n)$ und gesagt, dass dies bei Gleichverteilung gilt, da hat er mich korrigiert (Gleichverteilung im kanonischen Ensemble ist natürlich Schwachsinn). W_n findet man nun, indem man mit der Methode der Lagrange-Multiplikatoren das Maximum der Entropie bzgl. W_n sucht. W_n hingeschrieben.

P: Kommen wir zum idealen Bose-Gas. Erklären Sie die Bose-Einstein-Kondensation.

I: Makroskopische Besetzung des Grundzustands, d.h. $p=0$, das in 3d nur für Bosonen auftreten kann, da kein Ausschließungsprinzip wie bei Fermionen.

P: Warum tritt sie nicht in 1d oder 2d auf?

I: Habe mit dem Ausdruck für N und der Konvergenz des Integrals für $\mu=0$ argumentiert.

Er war nicht ganz mit meiner Argumentation zufrieden, hat es etwas genauer formuliert: Der Beitrag der nicht-kondensierten Phase ist in 3d endlich und wird Null für $T=0$.

Daraus folgt, dass der Kondensatsbeitrag makroskopisch wichtig werden muss.

P: Landau-Theorie

I: Eine Beschreibung für die Nähe des Phasenübergangs, man macht einen Ansatz für das Freie-Energie-Funktional. Da Ordnungsparameter ϕ klein, bietet sich eine Entwicklung an, wobei für $h=0$ (äußeres Feld) nur gerade Potenzen von ϕ auftreten könnten. Bei räumlich homogenem Feld Ansatz für FEF-dichte hingeschrieben.

Für die Zustandssumme nimmt man den größten Beitrag (Sattelpunktnäherung), d.h. wenn das FEF bzgl. ϕ minimal ist.

P: Wie sieht ϕ als Funktion von T aus?

I: Graph gezeichnet und erklärt, dass es bei $T=T_c$ spontane Symmetriebrechung gibt.

P: Wie verhält sich ϕ in der Nähe von T_c (Skalenverhalten)?

I: ϕ ist proportional zu $\sqrt{T_c - T}$

P: Langevin-Gleichung

I: DGL hingeschrieben und erklärt, dass diese ein Teilchen beschreiben soll, das inmitten von vielen kleinere Teilchen Stöße erfährt.

$\xi(t)$ ist stochastische Kraft, die im Mittel verschwinden

und zeitlich deltakorreliert sein soll: $\langle \xi(t) \rangle = 0$, $\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = q \delta(t - t')$.

P: Wie kommt man zu einer Beziehung zwischen Dissipation und Fluktuation?

I: Aus der allgemeinen Lösung für $v(t)$ und der Korrelationsrelation lässt sich $\langle v^2(t) \rangle$

berechnen. Wusste die Formel nicht auswendig, bin aber dann darauf gekommen, dass

$\langle v^2(t) \rangle$ proportional zu q/γ sein muss, wobei γ den dissipativen Teil der Langevin Gleichung beschreibt. $\langle v^2(t) \rangle$ ist aber aus der klassischen kinetischen Gastheorie

proportional zu $m k_B T$. Damit ist q proportional zu γ (Eine Form des Fluktuations-Dissipations-Theorems)