

Fach: Theoretische Physik		
PrüferIn: Schmalian		
☒ BP ☐ NP ☐ SF ☐ EF ☐ NF ☐ LA	Datum: 22. April 2020	Fachsemester: 7
Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, E, F		
Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Keine. Theo D Klinkhammer, Theo E Melnikov, Theo F Mirlin		

Zur Vorbereitung

Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: -
Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: -
Verwendete Literatur/Skripte: Skripte: Schmalian Theo D und Theo F, Melnikov Theo E (Vorlesungsmitschrieb Klinkhammer und Mirlin) Bücher: Quantentheorie/Gernot Münster, (Fließbach)
Dauer der Vorbereitung: ca. 6 Wochen, die letzten 2-3 Wochen intensiv
Art der Vorbereitung: Zusammenfassungen mit Skripten und Büchern, alleine verfasst, dann ca. 2 Wochen vor der Prüfung Protokolle abfragen lassen.
Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Genug Zeit einplanen (umfangreicher Stoff), Lernen auf Verständnis kostet auch seine Zeit, ist aber zu empfehlen. Mit Kommilitonen über alle möglichen Probleme sprechen/erklären bietet neue Blickwinkel und hilft die doch oft komplexe Materie besser zu verstehen.

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Ich war zu Beginn sehr aufgeregt, aber Prof. Schmalian war sehr freundlich und konnte mich zum Glück etwas beruhigen. Insgesamt sehr angenehm, stellt eine Frage und lässt einen dann zunächst mal erzählen, fragt wenn nötig nochmal genauer nach, falls man seine Frage vielleicht anders verstanden hat und er auf etwas anderes hinaus will, gibt Zeit zum Nachdenken. Von den Themengebieten durchläuft wurden Themen aus Theo D, dann E und dann Theo F (zum Schluss kurz) abgefragt, wobei Theo D den Hauptteil ausmachte, wie bei den meisten anderen Protokollen.
Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Er gibt immer den Anstoß weiterzudenken und Zeit zum Nachdenken. Falls man etwas auf dem Schlauch bei einer Frage steht, hilft er freundlich mit kleinen Tipps und gibt erneut Zeit zum Denken oder formuliert die Frage etwas um.
Kommentar zur Prüfung: Sehr angenehm, sehr freundlicher Prüfer, sehr zu empfehlen
Kommentar zur Benotung: 1,0 (war überrascht, aber sehr zufrieden :))
Die Schwierigkeit der Prüfung: Sich den doch umfangreichen Stoff verständlich zu machen (Standardfragen sollten sitzen) und ruhig zu bleiben, auch wenn eine Frage kommt, die man noch nie gehört hat. Glück mit den Fragen.

Die Fragen

Das Protokoll wurde leider erst recht spät nach der eigentlichen Prüfung ausformuliert. Ich habe versucht mich so gut es geht zu erinnern. Keine Garantie auf die Formulierungen und Reihenfolge der einzelnen Fragen und Antworten, da ich sehr aufgeregt war, der grobe Ablauf sollte jedoch passen. Die Prüfung fand an der Tafel statt, aus Corona-Hygienemaßnahmen.

S - Schmalian

I - Ich

S: Fangen wir mit der Schrödingergleichung (SG) an, was können Sie mir dazu sagen, was bedeutet sie?

I: SG hingeschrieben, etwas erklärt (alles vermutlich etwas durcheinander, von jedem mal etwas angerissen) stationärer Zustand, Zeitentwicklung durch Hamiltonoperator (H) gegeben (Zeitentwicklungsoperator U hingeschrieben), einzelne Komponenten ($p \rightarrow -i\hbar \nabla$), nichtrelativistische Gleichung, Quantensystem durch SG bestimmt. Die Wellenfunktion Ψ beschreibt einen quantenmechanischen Zustand eines Teilchens (=Wellenpaket) im Hilbertraum, normiert, der Zustand ist vollständig bestimmt. Wellenfkt. Ψ ist eine Lösung der SG und entspricht einer Wahrscheinlichkeitsamplitude, $|\Psi|^2$ der Aufenthaltswahrscheinlichkeit. Wellenfkt. meist komplexe Funktion, globale Phase lässt sich beliebig hinzufügen, fällt bei der Wahrscheinlichkeit weg. Kurze mündliche Erklärung/Berechnung des Wahrscheinlichkeitsstroms j (Endformel hingeschrieben), Berechnung mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung (hingeschrieben) und der SG (Schmalian-Skript), Integration über ein Volumenelement dV , Satz von Gauß $\rightarrow$ Wahrscheinlichkeitserhaltung. SG ist eichinvariant, wenn neben den Potentialen auch die Wellenfunktion transformiert wird.

S: jetzt haben Sie schon meine nächste Frage beantwortet...gut, was passiert denn bei einer Messung?

I: Eine Messung ändert die Wellenfunktion, sie kollabiert auf einen zufälligen Eigenwert des Operators ($p = |\langle \Phi | \Psi \rangle|^2$, wobei Φ ein Eigenzustand des entsprechenden Operators ist). Der Eigenwert entspricht dem Ergebnis der Messung.

S: Okay, ja, bei wem haben Sie den Theo gehört?

I: Theo D Prof. Klinkhammer, Theo E Prof. Melnikov und Theo F bei Prof. Mirlin.

Dann hat er mich verschiedenen Sachen zu Messungen gefragt und viel geholfen, ich war sehr unsicher und auch verwirrt, habe mich versucht an alles zu erinnern, was ich von Messungen weiß oder gelesen habe.....

S: Lässt sich nur das Teilchen durch eine Wellenfunktion beschreiben?

I: Nein, auch die Messapparatur kann als Quantensystem beschrieben werden, Gesamtwellenfkt., kann manchmal als Produkt von Objekt und Messgerät dargestellt werden, Zustände lassen sich präparieren (Beispiel mit Spinfiltern, kurz versucht zu erklären).

S: Lässt sich ein zuvor bestimmter Quantenzustand kopieren, also 1:1? Was glauben Sie, ich weiß, dass Sie vermutlich davon noch nie etwas gehört haben, ich will einfach nur sehen wie Sie denken.

(Okay, da kann ja viel schiefgehen :O)

I: (Etwas am verzweifeln XD) Ähm, ich glaube nicht, komplett identisch sollte nicht gehen, da die Eigenzustände zufällig angenommen werden.....

S: Ja richtig, das geht nicht, das liegt an dem No-Cloning-Theorem. Haben Sie das schonmal gehört?

(Er hat mich noch etwas mit Tensorprodukten der einzelnen Hilberträume von Objekt und Messapparatur und die Verknüpfungen hinschreiben lassen, Kopie und Original, so gut ich es hinbekommen habe, ich erinnere mich schlecht.)

I: Nein, zumindest erinnere ich mich nicht....

S: Das hätte mich auch gewundert, ich wollte ja nur wissen, wie Sie mit Problemen umgehen, die Sie nicht kennen, aber das haben Sie doch ganz gut gemacht, mehr wollte ich nicht.

(Okay, wenn er das sagt :D, ich war nur sehr verwirrt...)

S: Stellen Sie sich jetzt ein Teilchen im magnetischen Feld vor, in 2-Dim, wie ist dies zu beschreiben?

I: SG hingeschrieben für ein Teilchen im magnetischen Feld $H = 1/2m(p - eA)^2$ (minimale Kopplung, ohne el. Feld) A ist beliebig wählbar aufgrund der Eichfreiheit ($\rightarrow$ Landau-Niveaus). (Prof. Schmalian wollte die für A allgemeine Lösung.) Vergleich von H zum H_0 ($H = p^2/2m + 1/2m\omega_L^2 x^2$), Berechnung der Kommutatoren $[x_i, p_j] = i\hbar \delta_{ij}$, quadratische Abhängigkeit von x und p , daher vergleichende Berechnung der Kommutatoren $[p_x - eA_x, p_y - eA_y] = \dots = -i\hbar eB_z$ durch $1/2m(p_i - eA_i)^2 = 1/2m(p_x - eA_x)^2 + \dots$ $\Rightarrow k = 1/m$, $\omega_L = \sqrt{k/m} = 1/m$. Daraus lassen sich die Eigenenergien des Systems ablesen zu $E = \hbar \omega_L$ also analog zu einem H_0 (durch die gleiche Struktur), wobei $\omega_L = eB/m$. Die Bewegung eines Teilchens im Magnetfeld in einer Ebene ist äquivalent zum H_0 , auf Kreisbahnen mit ω_L

S: Wie sieht die Entartung in diesem System aus?

I: Unendlichfache Entartung in x - oder y -Richtung, je nach Wahl von A .

S: Ja, das gilt für eine unendliche Fläche, aber wenn wir jetzt ein begrenztes Rechteck haben?

I: Hier habe ich die charakteristische Länge des Systems hingeschrieben $l_B = \sqrt{\hbar / (m\omega_L)} = \sqrt{\hbar / (eB)}$ nach dieser sollte die Wellenfunktion auf $1/e$ abgefallen sein, bei kleinen B -Feldern gibt es keine Oszillationen, da der Kreisradius zu groß ist.

S: Ja, jetzt betrachten wir aber B -Felder, die klein genug sind, wie groß ist dann die Entartung?

I: Ich war sehr aufgeregt und habe mich weiter selbst verwirrt, ich habe Hilfe bekommen die Fläche $A = L_x \times L_y$ zu wählen, die Entartung ist daher nicht unendlich, l_B entspricht dem Durchmesser der Kreise, die sich in die Fläche A legen lassen. Für die Entartung ergibt sich daher ca. $A/l_B^2 \sim AeB/\hbar$.

S: Okay, was können Sie mir zu Dirac erzählen?

I: Standardantworten, SG nicht lorentzinvariant, Suche nach relativistischer lorentzinvarianter Gleichung, Ansatz mit Klein-Gordon-Gleichung, Probleme, relativistische Gleichung 1. Ordnung in der Zeit und Raum, sollen gleichgestellt sein, Ansatz $\bar{h}\partial_t\Psi = h\Psi = (c\alpha\cdot p + mc^2\beta)\Psi = E^2$, E entspricht der relativistischen Energie $\sqrt{c^2p^2 + m^2c^4}$. Vergleich, aus entstehenden Bedingungen folgt, dass es sich bei α und β um 4×4 -Matrizen handeln muss (kurz die Konstruktion angerissen, spurlos, ect., kleinste mathematische Objekte, welche alle Bedingungen erfüllt, sind 4×4 -Matrizen), ich glaube beide hingeschrieben (aus Paulimatrizen, insgesamt 4 Generatoren). Ψ ist ein 4-komponentiger Spinor, Teilchen und Antiteilchen (negative Energie), Spin up und Spin down. Dirac-See-Interpretation kurz angerissen, Lösung für negative Energien (Antiteilchen), keinen stabilen Grundzustand $\rightarrow$ Pauli-Prinzip, Energiedispersion gezeichnet, positiver und negativer Zweig.

S: Gut, kann man denn jetzt die SG aus der Diracgleichung erhalten?

I: Ja, das wäre der nichtrelativistische Grenzfall (will anfangen etwas zu rechnen, da meinte Prof. Schmalian, dass das nicht nötig sei, ich solle nur mein Vorgehen erklären). Wähle stationären Zustand, also $H\Psi = E\Psi$ und $E = E_0 + E_{\text{kin}}$, wobei $E_0 \gg E_{\text{kin}}$, Einsetzen von α und β , sowie dem Spinor $\Psi = (\Phi, \chi)$, erhalte 2 Gleichungen. Durch einsetzen der Energie ergibt sich so die SG (siehe Pauli-Gleichung) $\rightarrow g=2$, nichtrelativistischer Grenzfall der Dirac-Gleichung unter Berücksichtigung der minimalen Kopplung.

S: Was passiert in 2-Dim?

I: Die 3 Paulimatrizen reichen aus (2×2 -Matrizen), der Dirac-Spinor besitzt nur 2 Komponenten, es ist kein Spin vorhanden, nur Teilchen/Antiteilchen.

S: Wie viele unabhängige Matrizen lassen sich in 4-Dim allgemein konstruieren, reichen diese aus um alle Bedingungen zu erfüllen?

I: Hier stand ich etwas auf dem Schlaue, ich weiß nicht mehr genau was ich gesagt habe, aber dass 5 benötigt werden in 4-Dim, also immer $d+1$, wegen dem „Massenfreiheitsgrad“ und den d Translationsfreiheitsgraden in d -Dim.

S: Ja genau, und insgesamt lassen sich natürlich 16 unabhängige Matrizen konstruieren (macht Sinn, ka warum ich verwirrt war :D). Aber lassen wir das. Wie ist das mit den negativen Energien zu verstehen?

I: Die Lösungen mit den negativen Energien lassen sich als Antiteilchen zum Elektron interpretieren, dem Positron (Spin $\frac{1}{2}$), gleiche Masse, aber negativer gleichgroßer Ladung. Dies lässt sich erkennen, wenn der Ladungskonjugationsoperator C auf die komplex konjugierte Dirac-Gleichung angewendet wird. Ich erinnere mich nicht mehr ganz genau, wollte die negativen Energien aber auf diese Art erklären, meine aber das wir in einer kurzen Diskussion darauf gekommen sind, dass die Antiteilchen wie Teilchen mit negativen Massen wirken (Energiedispersion).

S: Okay, Sie haben gesagt die einzelnen Spinor-Komponenten hängen mit dem Spin zusammen, wie lässt sich dies feststellen?

I: Versucht mündlich zu erklären, anfangen mit $[H, L] \neq 0$, kommutieren nicht, definiere Gesamtdrehimpuls $J = L + S$ mit dem Spinoperator S , sodass $[H, J] = 0$ gilt. Anwendung des Spinoperators S auf den Dirac-Spinor Ψ sollte dann jeweils Spin up oder Spin down (S_z), je nach Komponente, ergeben.

S: Ja, das sollte gehen, gut, ich dachte an die Aufspaltung im Magnetfeld, aber Ihre Lösung passt auch, sehr gut.

I: Ahja, mit dem Stern-Gerlach-Experiment, durch die Magnetfeldaufspaltung nach der Spinkomponente.

S: Ja genau, dann kommen wir noch kurz zum Ising-Modell, was können Sie mir dazu sagen?

I: Allgemeine Beschreibung des Modells, zur Beschreibung von Ferromagnetismus, berücksichtigt Wechselwirkung der Spins untereinander $\rightarrow$ Heisenbergmodell, Kopplungskonstante $J_x = J_y = 0$ ($J > 0$ Ferro, $J < 0$ Antiferro) $\Rightarrow$ Ising-Modell in 1-Dim: $H = -J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - \gamma B \sum_i s_i$, periodische Anordnung (Ring), kanonische Zustandssumme, Anwendung periodischer Randbedingungen $s_{N+1} = s_1$, Aufstellen der Transfermatrix T , Methode zur Lösung des Problems (Prof. Schmalian wollte 1-2 Einträge kurz berechnet sehen, um zu sehen, dass ich es verstanden habe, habe ich kurz erklärt und das Ergebnis in die Matrix eingetragen). Kurze Erklärung zu Diagonalisierung, Berechnung der 2 Eigenwerte (mit $\lambda_{1/2} \sim \dots \cosh(\dots) \pm \sqrt{\dots}$), einer größer, es gilt $Z = \text{Tr}(T^N)$, mit unserer diagonalen Transfermatrix T' und somit $Z = \text{Tr}(T'^N) = \lambda_1^N + \lambda_2^N \rightarrow \lambda_1^N$ für $N \rightarrow$ unendlich, falls λ_1 größer ist. Aus Z lässt sich F , M und die magnetische Suszeptibilität bestimmen.

S: Wie sieht die Magnetisierung aus, z.B. bei $T=0$ (wollte eine Zeichnung)?

(Bin mir nicht mehr ganz sicher wie die Fragen formuliert waren, leider.)

I: Zeichnung M über B , für $T \neq 0$ gibt es keine Magnetisierung für $B=0$, keine spontan geordnete Phase, für $T=0$ ergibt sich $M = N \mu_B$, eine Polarisierung des Systems, Spins richten sich aus durch ihr magnetisches Moment (bei höheren Dimensionen auch bei $T > 0$)

S: Okay, was passiert, wenn ich ein B -Feld anlege?

I: Spins sollten nach B -Feld ausgerichtet werden.

S: Ab wann findet die Ausrichtung statt bei welchem B -Feld, J ist ja auch noch da? (So in der Art, glaube ich) Größer als J oder schon von Anfang an?

I: Ja das sollte dann eigentlich in der Größenordnung von J geschehen, würde ich meinen.

S: Ja genau, okay, wir sind schon am Ende, gehe Sie bitte kurz raus.

Ich wurde nach nicht all zu langer Zeit wieder hereingerufen. Mir wurde gesagt, ich habe manchmal etwas unsicher und nervös gewirkt, aber sie wollten mir das nicht negativ auslegen und ich konnte ja alles

im großen und ganzen beantworten und die Kleinigkeiten wären nicht schlimm gewesen, weshalb sie sich für die bessere Note entschieden haben.