

Fach: Theoretische Physik		
PrüferIn: Schmalian		
☒ BP ☐ NP ☐ SF ☐ EF ☐ NF ☐ LA	Datum: 10. März 2020	Fachsemester: 7
Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, E, F		
Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? keine		

Zur Vorbereitung

Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: keine
Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: keine
Verwendete Literatur/Skripte: Theo D und E: Sakurai I und in Teilen II, TheoD-Skript und Übungen Schmalian, TheoE-Skript Melnikov Theo F: Nolting, TheoF-Skript und Übungen Schmalian
Dauer der Vorbereitung: 8 Wochen mit Unterbrechungen, davon 2 Wochen sehr intensiv
Art der Vorbereitung: zuerst Bücher gelesen und zusammengefasst für ein allgemeines Verständnis, dann Schmalian-Skripte durchgegangen und über die Blätter geschaut. Die letzten zwei Wochen sehr viele Protokolle abgefragt.
Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Schmalian fragt teilweise Aufgaben aus den Übungsblättern ab - anschauen lohnt sich. Man sollte alle Rechenschritte und Näherungen in Herleitungen motivieren können.

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Sehr entspannte, drucklose Atmosphäre. Einige Standardfragen, aber auch immer wieder etwas Neues. Einige Male konnten wir lachen. Schmalian gibt die Themen vor.
Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Zeit zum Überlegen, Hilfestellung von Schmalian (zB. ein Beispiel, wo ein ähnlicher Ansatz wie der gesuchte schon mal verwendet wurde).
Kommentar zur Prüfung: Hat Spaß gemacht. Man kam schlauer raus, als man reingegangen ist.
Kommentar zur Benotung: Beste Note.
Die Schwierigkeit der Prüfung: Vorher nicht nervös sein - die Atmosphäre ist wirklich angenehm.

Die Fragen

S=Schmalian

I=ich

<Schmalian macht sich Kaffee und bietet mir auch einen an.>

S: Bei wem haben Sie die Moderne Theoretische Physik gehört? Was hat Ihnen am meisten Spaß gemacht?

I: ...Besonders faszinierend finde ich, dass man Systeme aus quantenmechanischen Gründen nicht unendlich scharf bestimmen kann, aber trotzdem nachweisbare Aussagen über das System treffen kann. Das finde ich insbesondere auch an der Statistischen Physik interessant, weil man dort wirklich große Systeme betrachtet.

S: Aber in der Statistischen Physik ist die Unbestimmtheit eine andere als in der Quantenmechanik.

I: Ja, in der Statistischen Physik ist es ein messtechnisches Problem, in der Quantenmechanik eine generelle Unschärfe.

S: Fangen wir einfach mit einem HO an. Wie sieht der Hamiltonian aus?

I: Zuerst Hamiltonian aufgeschrieben: $H = p^2/(2m) + m\omega^2/2 x^2$.

S: Zeichnen Sie bitte einmal den Grundzustand.

I: Quadratisches Potenzial gezeichnet, Gaußfunktion dazwischen (hab zuerst vor lauter Nervosität nach außen zu einer periodischen Funktion erweitert, aber nachdem mich Schmalian darauf hingewiesen hat, diese sofort korrigiert; später meinte er, er hat diesen Fehler unter Fluktuationen am Anfang gezählt und hat sich daher nicht negativ auf die Note ausgewirkt).

S: Woher wissen Sie, dass es eine Gaußfunktion ist?

I: HO kann man auch mit Auf- und Absteiger-Operatoren schreiben. Definition mit Proportionalitäten hingeschrieben (also $x \leftrightarrow i\hbar \frac{d}{dx}$ etc.). mündlich: Daraus folgt, dass H proportional zum Produkt von Auf- und Absteiger ist. Mit den Kommutatorrelationen kann man zeigen, dass diese Operatoren die Quantenzahl der Eigenfunktion erhöhen bzw. erniedrigen. Wir fordern ferner, dass es einen Grundzustand $|0\rangle$ gibt, für den $a|0\rangle = 0$ gilt. Wenn wir für $x \leftrightarrow i\hbar \frac{d}{dx}$ einsetzen und p als Ableitung betrachten, erhalten wir ungefähr diese Differenzialgleichung: $x\Psi + i\Psi' = 0$. Die Lösung dieser DGL ist die Gaußfunktion, die somit den Grundzustand beschreibt.

S: Jetzt kennen wir den Grundzustand - aber was ist dieses Psi, diese Wellenfunktion, überhaupt?

I: Mathematisch: Ein Element des Hilbertraums, iA komplexe Lösung der Schrödingergleichung für ein Quantenteilchen oder System von Quantenteilchen. Anschauliche Interpretation (sofern man im Rahmen der Quantenmechanik überhaupt von "Anschaulichkeit" sprechen kann): Psi als Wahrscheinlichkeitsamplitude, Betragsquadrat von Psi als tatsächliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit mit ortabhängigen Werten zwischen 0 und 1. Normierung: Integral über den gesamten Raum über Betragsquadrat von Psi ist 1.

S: Kennen Sie Airport-Physik? Als Physiker ist man ja öfters unterwegs und da sitzt man auch ab und an am Flughafen und wenn man dort ein Problem lösen möchte, dann muss man das häufig ohne Zugriff auf Computer, Fachbücher oder -artikel. Da macht man dann einfach Abschätzungen mit Papier und Bleistift.

I: Oder in der Mensa auf der Serviette.

<Schmalian lacht.>

S: Ich möchte, dass Sie nun ein solches Problem lösen. Und zwar sollen Sie die charakteristische Länge eines HO abschätzen. Ich weiß, dass Sie das noch nie so gemacht haben, aber ich möchte einfach mal sehen, wie Sie damit umgehen. Womit fangen Sie an?

I: Wir haben gerade bereits den Grundzustand gezeichnet. Die charakteristische Länge ist nun die Standardabweichung der Gaußfunktion.

S: Wie können Sie diese mit den im Hamiltonian gegebenen Größen berechnen?

I: Im Hamiltonian stehen m, omega und h (versteckt im Impulsoperator, hab ich erst auf seine Nachfrage gesehen). Daraus bastel ich via Einheitencheck eine Größe mit der Einheit Länge: $\sqrt{\hbar/(m\omega)}$.

S: Das ist alles richtig, was Sie da gemacht haben, aber ich möchte Ihnen noch einen anderen Weg zeigen: Und zwar kann ich mir diese ganzen Einheiten nicht merken und setze stattdessen die kinetische Energie mit der potenziellen gleich, das macht man ja meistens so. Der Impuls ist proportional zu $\hbar k$, also $\hbar/a$, wobei a die charakteristische Länge ist. Die potenzielle Energie ist $m\omega^2/2 a^2$ und wenn ich das gleichsetze und auflöse, erhalte ich genau das gleiche Ergebnis wie Sie.

S: Jetzt schauen wir uns einen Doppelspalt an. Nur halte ich einen der Spalte zu, sodass wir effektiv einen Einzelspalt sehen. Einen unendlich dünnen. Was sehen wir?

I: Habe zuerst auf Interferenz am Einzelspalt respektive an der Kante getippt.

S: Was würde denn dann interferieren?

I: Man spricht davon, dass das Elektron mit sich selber interferiert.

S: Das ist schon mal gut. Ich möchte den Einzelspalt aber unendlich dünn haben.

I: <herumdrucken> Dann breitet sich hinter dem Spalt eine Kugelwelle aus.

S: Genau, und das ist genau wie eine Punktwelle für Teilchen.

I: Dann haben wir keine Interferenz. Intensitätsverteilung auf dem Schirm hingezeichnet (etwa gaußförmig).

S: Richtig. Ich glaube, ich habe Sie ein wenig verwirrt. Öffnen wir nun beide Spalte, welches Bild sehen wir dann?

I: Dann haben wir Interferenz. Interferenzbild grob hingezeichnet.

S: Was interferiert hier genau?

I: An den Spalten breitet sich jeweils eine Kugelwelle aus und die treffen in den Raumpunkten hinter den Spalten aufeinander und interferieren.

S: Jetzt möchte ich, dass Sie den Abstand zwischen zwei Minima abschätzen.

I: Abstand erst mal eingezeichnet, um Zeit zu gewinnen. Wenn wir nun den Abstand der Minima berechnen wollen, dann brauchen wir die charakteristischen Längenskalen des Systems. Das sind der Abstand der Spalte, der Abstand von den Spalten zum Schirm und die deBroglie-Wellenlänge des Elektrons, welche die kinetische Energie repräsentiert.

S: Richtig. Dass Sie daraus die Minima über die Winkel berechnen können, glaube ich Ihnen, das haben Sie sicherlich schon sehr oft gemacht.

S: Nun messe ich in 30% der Fälle, ob das Teilchen durch den unteren Spalt geht oder nicht. Was passiert?

I: Sobald ich den Ort des Teilchens einmal festgelegt habe, verschwindet die Interferenz.

S: Und wie sieht das Interferenzbild nun insgesamt aus?

I: Eine Überlagerung von Interferenz ohne Kontrolle und keine Interferenz, sobald kontrolliert wird.

S: Richtig. Die Messung ist ja aber sowieso ein merkwürdiges Konzept. Stellen Sie sich einmal vor, wir würden nicht nur das zu beobachtende Quantenteilchen als Quantensystem betrachten, sondern auch das Experiment, mit dem wir eine Messung machen. Haben Sie eine Meinung dazu? Das ist keine Frage mit einer normalen Antwort, ich möchte nur wissen, was Sie dazu sagen können. Da können Sie nicht falsch antworten.

I: Kann ich schon, denn Sie haben gefragt, ob ich eine Meinung dazu habe und wenn ich das verneinen würde, aber eine hätte, dann hätte ich eine falsche Antwort gegeben.

<Schmalian lacht.>

I: Aber ja, ich habe eine Meinung und kann die Ihnen auch sagen. Um das Ergebnis der Messung aus dem Apparat zu bekommen, muss man ja das Experiment selber messen. Also die Wellenfunktion des Apparats kollidiert. Bissle philosophiert.

S: Das habe ich jetzt nicht verstanden, aber das ist egal. Ich wollte nur sehen, was Sie dazu sagen können.

S: Nun schauen wir uns mal ein spinloses, nichtrelativistisches Teilchen im Magnetfeld an. Können Sie den Hamiltonian dazu aufschreiben?

I: $H = \frac{\pi^2}{2m}$ mit π =kanonischer Impuls= $(p - e/c \cdot A)$ in Gauß-Einheiten, ohne c in SI. Das Aussehen des kanonischen Impulses erhält man, wenn man von der Lorentzkraft ausgeht und die Lagrange-Funktion aufstellt und nach der kanonisch konjugierten Variablen ableitet (Theo B). A ist das Vektorpotenzial und hängt über $B = \text{rot}(A)$ mit dem B-Feld zusammen.

S: Wie sieht die Lösung ohne Eichung von A aus?

I: Wenn man nun die zugehörige Schrödingergleichung lösen möchte, dann schreibt man π^2 als Summe der Quadrate der Komponenten. ZB. für B in z -Richtung hat π nur Komponenten in x - und y -Richtung, also $\pi^2 = \pi_x^2 + \pi_y^2$. Diese beiden erfüllen eine Kommutatorrelation $[\pi_x, \pi_y] = \hbar/i \cdot B$ modulo Vorfaktor. Das erinnert stark an den Kommutator von x und p im quantenharmonischen Oszillator. Identifikation liefert als Ergebnis eine Quantisierung der Energieniveaus.

S: Jetzt kann ich A aber durch Eichtransformationen verändern. Damit ändert sich ja auch H , ist das nicht ein Problem?

I: Nein, das ist kein Problem (Schmalian hat später positiv angemerkt, dass ich mich nicht habe aus dem Konzept bringen lassen). Es muss nur die Schrödingergleichung invariant unter Eichtrafo bleiben und das ist sie, wenn man Ψ eine komplexe Phase hinzufügt. Diese verschwindet, wenn man das physikalisch relevante Betragsquadrat berechnet.

S: Und was ist mit dem Wahrscheinlichkeitsstrom?

I: Diesen fügen wir einen Term proportional zu $A \cdot |\Psi|^2$ hinzu. Der steht eigtl immer da, ist aber logischerweise 0, falls wir kein B-Feld haben. (edit: Man kann natürlich auch $A = \text{grad}(f)$ für $B=0$ wählen, aber durch die Phase in Ψ verschwindet der Term dann doch.)

S: Gut, schauen wir uns den relativistischen Fall an. Wie sieht denn die Diracgleichung aus, erstmal ohne B-Feld? Nicht die Kurznotation, da sieht man nicht so viel.

I: Allgemeiner Hamiltonian: $c \cdot \alpha \cdot p + \beta \cdot m \cdot c^2$.

S: α und β sind 4×4 -Matrizen. Wieso?

I: Bedingungen folgen, wenn man H^2 berechnet und mit der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung vergleicht. Eigenwerte sind nur plus und minus 1 und spurlose Matrizen, deswegen müssen die Matrizen eine gerade Dimension haben.

S: Aber dann kann ich doch auch 2×2 -Matrizen nehmen?

I: Das geht, aber nur im zweidimensionalen, masselosen Fall. In drei Dimensionen benötigen wir drei Matrizen, die die Raumkoordinaten beschreiben, und eine weitere für die Masse.

S: Nun schauen wir uns ein masseloses, dh. ultrarelativistisches Teilchen in 2D mit B-Feld an. Wie sieht der Hamiltonian hier aus? Auch das haben Sie noch nicht gerechnet, überlegen Sie einfach mal.

I: $H = c \cdot \pi \cdot \sigma$, wobei der Spin aus der α -Matrix herkommt.

S: Oben haben wir den Fall ja bereits für ein nichtrelativistisches Teilchen gelöst und die Landau-Niveaus als Lösung erhalten; wie erhalten wir die nun hier?

I: Äh...Stocken meinerseits.

S: Was hat denn Dirac gemacht, um von der Klein-Gordon-Gleichung auf die Diracgleichung zu kommen?

I: Ah, Quadrieren des Hamiltonians! Also $H^2 = c^2 \cdot (\pi \cdot \sigma)^2$. $(\pi \cdot \sigma)^2 = \pi_i \cdot \pi_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$, Einsetzen der Relation für σ_i und σ_j mit Kronecker-Delta und Kreuzprodukt, letzter Term fällt weg (Epsilon-Tensor ist antisymmetrisch, $\pi_i \cdot \pi_j$ ist symmetrisch, kleine Hilfe von Schmalian dazu bekommen), also nur π^2 . Lösung dann analog zum nichtrelativistischen Fall.

S: Und wie sehen die Eigenwerte nun aus?

I: Wir haben den Hamiltonian ja quadriert, also muss man noch bei den Eigenwerten die Wurzel ziehen.

S: Das ist ein interessantes Ergebnis: Im relativistischen Fall liegen die Landau-Niveaus nicht mehr äquidistant.

S: Nun zu Theo F. Was ist Bose-Einstein-Kondensation?

I: Makroskopische Besetzung des Grundzustands bei Temperaturen größer 0 K, Grenzwert hingeschrieben (s. Schmalian-Skript, da ist auch die Herleitung der kritischen Temperatur ganz schön beschrieben. Wichtig ist ihm dabei, dass man die Abschätzungen argumentativ belegen kann).

S: Wie kommt man nun auf die kritische Temperatur (Bose-Temperatur)?

I: Herleitung analog zu Schmalians Skript, aber nur Proportionalitäten. Wichtig: $n \sim (k_B T)^{3/2}$

S: Skizzieren Sie einmal die Temperaturabhängigkeit der Anzahl der besetzten Zustände im Grundzustand.

I: $\langle N \rangle_{\text{gesamt}} = \langle N \rangle_{(E>0)} + \langle N \rangle_{(E=0)}$. $\langle N \rangle_{(E>0)}$ kann nach obiger Rechnung mit der kritischen Temperatur und $\langle N \rangle$ ausgedrückt werden, da in diesem Integral der Grundzustand wegen der Zustandsdichte keinen Beitrag liefert in 3D. Auflösen nach $\langle N \rangle_{(E=0)}$ liefert $\sim (1 - (T/T_c)^{3/2})$. Zeichnen. Für $T > T_c$ ist $\langle N \rangle_{(E=0)}$ Null.

S: Nun noch zu Phasenübergängen. Sie können sich eine Ordnung aussuchen und dann zeichnen Sie bitte F, S und C in Abhängigkeit der Temperatur.

I: Definition der Ordnung eines Phasenübergangs nach Ehrenfest wiedergeben (aus Versehen Boltzmann gesagt, war nicht schlimm). Phasenübergang 1. Ordnung: Knick in F (zuerst Knick falsch gezeichnet, denn die Steigung muss im Betrag zunehmen nach dem Knick, weil $S \sim -dF/dT$ zunimmt), Sprung in S mit Zusammen zur latenten Wärme erklärt und C wird unendlich bei T_c .

S: Das war's, gehen Sie bitte kurz raus.