Fach: Theoretische Physik

PrüferIn: Schmalian

☒ BP ☐ NP ☐ SF ☐ EF ☐ NF ☐ LA	Datum: 04. Mai 2017	Fachsemester: 8
--	---------------------	-----------------

Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D,E,F

Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Theo A,D
--

Zur Vorbereitung

Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: keine

Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: keine
--

Verwendete Literatur/Skripte: Theo D: Skript von Schmalian, Schwabl

Theo E: Skript von Steinhauser

Theo F: Skript von Schmalian, Fließbach

Dauer der Vorbereitung: 4,5 Wochen

Art der Vorbereitung: Zu Beginn Skripte/Inhalte durchgearbeitet und Themen zusammengefasst (Karteikarten). In den letzten 1,5 Wochen habe ich mich Protokolle abfragen lassen.
--

Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Schaut euch die Protokolle an und schreibt euch die Themen raus, die er abfragt. Vor allem in Theo E und auch etwas in Theo F kann man die Themen einschränken.

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Zu Beginn in Theo D habe ich die Sachen nicht genau rechnen können, obwohl alles in seinem Skript drin ist. In Theo E und F lief alles solide bzw. sogar sehr gut. Auf den Verlauf der Prüfung hatte ich keinen wirklichen Einfluss. Theo E und F fielen aufgrund des zähen Theo-D-Teils sehr kurz aus.
--

Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Er hat zunächst gewartet und die Frage nochmal wiederholt und umgewandelt. Dann irgendwann geholfen bzw. die Antwort selbst am Schluss gesagt.

Kommentar zur Prüfung: Ich bin leider an den einfachen Sachen gescheitert. Auf die Vorfaktoren legt er nicht so viel Wert, solange sie einigermaßen Sinn ergeben (Dimensionen!)

Kommentar zur Benotung: Eine 2.0, die gerecht war. Eine bessere Note wäre durchaus drin gewesen.
--

Die Schwierigkeit der Prüfung: DGL 1. Ordnung zur Berechnung der Grundzustandsfunktion des HO $:-D$ und der Beweis, dass die Quantenzahl n beim HO ganzzahlig ist.
--

Die Fragen

P - Prüfer

S - Student

P: Das einfachste bzw. grundlegende System in der Quantenmechanik ist ja der harmonische Oszillator. Wie würden Sie den denn behandeln?

S: (Hamiltonian vom 1D-HO hingeschrieben). Hier ist es jetzt zweckmäßig Auf- und Absteigeoperatoren einzuführen, die den Hamiltonian diagonalisieren (a und a⁺ aufgeschrieben). Damit sieht der Hamiltonian so aus: $H = \hbar\omega(N + 1/2)$ mit $N = a^+ a$.

P: Dann berechnen Sie mir mal die Grundzustandsfunktion des harmonischen Oszillators explizit!

S: (hieran bin ich schön gescheitert, obwohl es doch so einfach ist :-D) DGL aufstellen mit Operator a auf Eigenzustand |n>.

Damit erhält man eine DGL 1.Ordnung.
(Hier wollte ich jetzt völlig falsch einen Ansatz machen, anstatt sie über Separation der Variablen zu lösen!)

(Nach langem Hin und Her kam mir dann mit viel Hilfe irgendwann die "Idee")
Gleichung, die zum Ziel führt lautet:
 $\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{\psi} = \text{Faktor} \int_{x_0}^x x dx$

P: Gut, dann schauen wir uns mal die Operatoren mal näher an. Welche Relationen erfüllen denn N, a und a⁺?

S: (Kommutatoren hingeschrieben).

P: So und jetzt zeigen Sie mir mal, warum die Quantenzahl n eine ganze Zahl sein muss!

S: (hier bin ich dann zum zweiten Mal auf dem Schlauch gestanden!)

S: Lösung: zunächst Wirkung von a und a⁺ als ganzzahlige Schritte von n zeigen
 $N a |n\rangle = (a N - a) |n\rangle = (n-1)a |n-1\rangle$ (a⁺ analog mit n+1).

Dann $a |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$ voraussetzen und $n = n_{\min}$ setzen. (Hier dann mit viel Hilfe von Schmalian irgendwann) Daraus folgt, dass für $a |n_{\min}\rangle = \sqrt{n_{\min}} |n_{\min} - 1\rangle \neq 0$ sein, also muss $n_{\min} = 0$ sein.

P: Damit ist das Problem skaliert und n kann nicht z.B. 37/2 sein.

P: Schreiben Sie mir die Drehimpulsalgebra hin. Welche Relationen erfüllen die?

S: (Kommutatoren für L und L² hingeschrieben, L² definiert)

P: Aus welcher Eigenschaft eines Systems folgt immer Drehimpulserhaltung?

S: Rotationsinvarianz.

P: Genau. Was wissen wir dann über die Eigenfunktionen, wenn wir von einem allgemeinen Drehimpuls, also nicht $L = r \times p$, ausgehen. (Nachdem ich hier auch gestockt habe) Welche Quantenzahlen charakterisieren mir ein solches System

S: (Er wollte erstmal auf die Eigenwertgleichungen hinaus -> hingeschrieben) $L_z |l m\rangle = \hbar m |l m\rangle$ und $L^2 |l m\rangle = \hbar^2 l(l+1) |l m\rangle$.

P: Gut, was wissen wir denn über m? Welche Werte kann das annehmen?

S: (Spektrum aufgeschrieben, also $l = 0, \dots, n-1$ und $m = -l, \dots, +l$)

P: Was ist denn jetzt dieses n schon wieder?

S: Die Hauptquantenzahl!

P: Die gibt es hier aber nicht! Sie denken ans Wasserstoffatom. Wie groß kann denn l werden?

S: Na dann Unendlich!

P: Und was ist mit m? Ist das jetzt eine ganze Zahl?

S: Nein, das geht auch halbzahlige!

P: Ok und jetzt nehmen wir mal an, dass wir $L = r \times p$ haben. Was wissen wir dann über die Erwartungswerte von z.B. L_x?

S: (Erwartungswert hingeschrieben in Integralschreibweise) Ergibt $\langle L_x \rangle = i \cdot \text{reelle Zahl}$, also muss der 0 sein! (steht bei ihm irgendwie im Skript!)

P: Naja. Wie ist das denn im 1s-Zustand des Wasserstoffatoms? Wie ist das denn da mit den Erwartungswerten?

S: Da sind alle Drehimpulse Null. Das ist nicht so einfach.

P: Warum ist das denn so?

S: (auch hier wieder keine Antwort gehabt)

P: Na, was passiert denn, wenn Sie L_x auf den Zustand |100> anwenden?

S: Ich erhalte eine Linearkombination auf den Eigenzuständen von L_z, da |100> ja kein EZ zu L_x ist.

P: Und mit welchen Quantenzahlen? Na Null! Da l=0 ist, kann ja nur m=0 gelten!

P: Ein geladenes Teilchen im EM-Feld ohne Spin: Wie behandeln Sie das? Was muss man da beachten?

S: (Hamiltonian hingeschrieben) Aufgrund der minimalen Kopplung verändert sich der Hamiltonian.

P: Jetzt ist A ja so eine Hilfsgröße und nicht eindeutig bestimmt.

S: Richtig, ich kann meine Potentiale eichtransformieren. (Eichtransformationen für A und Φ hingeschrieben)

P: Jetzt verändert sich ja dadurch aber auch die Schrödingergleichung, oder? Und damit auch die Energie, wenn der Hamiltonian sich so ändert?!

S: Nein, da die Wellenfunktion ja mittransformiert werden muss! (transformierte WF hingeschrieben)

P: Nehmen wir mal an, dass wir uns in einem Gebiet befinden, in dem B=0 ist, aber A nicht verschwindet! Wie ändert sich dann die Wellenfunktion?

S: (es handelt sich hierbei nicht direkt um den Aharonov-Bohm-Effekt, sondern nur so eine ähnliche Betrachtung!!) Dann transformiert ψ etwas anders. Die WF wird zu $\psi \cdot \exp\{\text{Vorfaktor} \cdot \int A dr\}$ (also A wird über den Raum integriert).

P: Richtig. Erzählen Sie mir mal etwas über die Dirac-Gleichung!

S: (Dirac-Gleichung hingeschrieben). Motivation für die D-Gl sind die relativistische Energie-Impuls-Beziehung. Sie muss lorentzinvariant sein und eine positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte besitzen.

P: Was heißt lorentzinvariant? Was ist denn eine Lorentztransformation? Mündlich genügt.

S: Invariant unter Lorentztransformation bedeutet bei dem Wechsel von einem Inertialsystem in ein anderes im relativistischen Fall. (damit war er zufrieden)

P: Und die Wahrscheinlichkeitsdichte?

S: $\langle n | \rho | n \rangle \geq 0$ muss gelten.

P: Das stimmt jetzt aber nicht immer. Zum Beispiel bei der Klein-Gordon-Gleichung ist das negativ.

Also für spinlose Bosonen gilt das nicht. Was ist da der Trick?

S: Man nimmt es als Ladungsdichte, also vorzeichenbehaftet.

P: Genau. Weiter mit der Dirac-Gleichung.

S: Diracs Idee war, eine Gleichung für relativistische Spin-1/2-Teilchen zu finden, die ähnlich zur Schrödingergleichung ist.

Sein Ansatz für den Hamiltonian war:

$$H = \sum_i \alpha_i \partial_{x_i} + \beta mc^2.$$

Aus dem Ansatz ergeben sich Eigenschaften für die α und das β .

Sie müssen hermitesch sein, damit H hermitesch ist und Matrizen wegen der Rotationsinvarianz des Hamiltonian.

P: Sind das sicher Matrizen? Können es nicht auch Differentialoperatoren sein?

S: Doch bestimmt auch, aber Matrizen sind eleganter!

P: Genau mit Differentialoperatoren macht das nur niemand, aber es ginge trotzdem. Welche Eigenschaften ergeben sich denn für die Matrizen?

S: $\alpha^2 = \beta^2 =$ Einheitsmatrix.

Die Alphas antikommutieren mit den Betas und es gilt $\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 2 \delta_{ij}$

Einheitsmatrix. Außerdem sind die Eigenwerte plus/minus 1 und die Spur verschwindet. Damit wissen wir, dass die Dimension gerade sein muss. Und zwar 4

P: Wie kommen Sie darauf?

S: Es gibt nur 3 antikommutierende 2x2-Matrizen (Pauli-Matrizen), wir brauchen aber 4 Stück.

P: Was ist denn dann mit diesem ψ ? Was ist das?

S: Ein 4-komponentiger Spinor. Die Komponenten stehen für positive und negative Energien mit jeweils Spin up/down.

P: Gut, aufgrund der fortgeschrittenen Zeit, müssen wir uns jetzt etwas beeilen. Ich zeichne Ihnen jetzt zwei mögliche Verläufe für die freie Energie auf und Sie entscheiden, welcher der richtige ist und warum. (zeichnet F über einmal mit positiver Steigung und einmal mit negativer Steigung, beides Kurven haben einen Knick)

S: (es geht um Phasenübergang 1.Ordnung!) Der Plot mit der negativen Steigung ist der richtige, da die Entropie gleich der negativen ersten Ableitung der freien Energie ist und $S \geq 0$ sowie $dS \geq 0$!

P: Zeichnen Sie mir S und c_v über T für diese freie Energie!

S: (beides hingezeichnet) S verläuft erst monoton wachsend. Hat an der Stelle des Knicks (T_C) einen Sprung und dann wieder monoton steigend. c_v hat eine Singularität an der Stelle (Plots sind auf Wikipedia unter "Phasenübergang" ganz gut!)

P: Mir gefällt vor allem die Unstetigkeiten, die Sie hier bei S gezeichnet haben an dem Sprung! Gut, das war's. Gehen Sie bitte kurz raus.