Fach: Theoretische Physik		
PrüferIn: Schmalian		
⊗ BP ◯ NP ◯ SF ◯ EF ◯ NF ◯ LA	Datum: 05. April 2018	Fachsemester: 7
Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D & E & F		
Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Theo D		

Zur Vorbereitung

Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: -
Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: -
Verwendete Literatur/Skripte: Bücher von Norbert Straumann und Skript von Schmalian zu Theo F. Ansonsten noch aus diversen Quellen. Viel über physics.stackexchange.com.
Dauer der Vorbereitung: 4 Wochen
Art der Vorbereitung: allein
Allgemeine Tips zur Vorbereitung: -

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Sehr schnell hat Schmalian begonnen etwas 'abgefahrene' Fragen zu stellen. Hat Spaß gemacht.
Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? -
Kommentar zur Prüfung: Großartiger Prüfer, wenn man auch während der Prüfung noch Spaß daran hat über ein neues Problem nachzudenken.
Kommentar zur Benotung: 1.0
Die Schwierigkeit der Prüfung: -

Die Fragen

Abkürzungen: P - Prüfer S - Student
P: In der Quantenmechanik haben wir ja eine Wahrscheinlichkeitsdichte. Diese erfüllt eine Kontinuitätsgleichung. Nennen sie mir den zugehörigen Vektorstrom.
S: Stelle erst einmal klar, dass ich mich auf ein nichtrelativistisches Teilchen ohne Spin beschränkte. Für eine Wellenfunktion ϕ lautet dann die Stromdichte $j = Re(\phi^\ast(p/m)\phi)$.
P: Wie sieht dass denn jetzt in Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes (noch immer Teilchen ohne Spin) aus?
S: Erwähne, dass man Eichinvarianz der Stromdichte (auf physikalischer Grundlage) fordert. Im obigen Ausdruck ist dann der Impulsoperator schlicht mit dem kanonischen Impulsoperator zu ersetzen, d.h. $j = Re(\phi^\ast((p + q/c A)m)\phi)$.
P: Sie haben von Eichinvarianz gesprochen. Wie genau sehen denn jetzt diese Eichtransformationen aus?
S: Die Eichtransformationen des Vektorpotentials sind gegeben durch Addition des Gradienten einer skalaren Funktion Λ, das heißt

$A \mapsto A + \nabla \Lambda$. Die zugehörige Transformation der (skalaren) Wellenfunktion (welche man einführt um Eichinvarianz der Schrödinger-Gleichung zu erhalten) ist gegeben durch $\phi \mapsto \phi \exp(\pm i \Lambda)$.
P: Wie transformiert sich denn das skalare Potential (elektromagnetisches Potential)?
S: Musste für einige Zeit überlegen und habe dann über das relativistische Vierer-Potential argumentiert, dass $\Phi \mapsto \Phi \pm \partial_{c t}\Lambda$ modulo Vorzeichen das Transformationsverhalten angibt.
P: Jetzt möchten wir ein nicht-relativitsches Elektron (ohne Spin) betrachten, welches in zwei Dimensionen (x-y-Dimensionen) eingeschränkt ist mit einem homogenen B-Feld, das in z-Richtung ausgerichtet. Wie sieht der Hamiltionian aus?
S: $H = 1/2m * \pi^2$, wobei $\pi = p - e/c A$ der kanonische Impuls darstellt.
P: Ich würde jetzt gerne das Spektrum des Hamiltons bestimmen, ohne in der Rechnung eine konkrete Eichung für das Vektorpotential festzulegen. Rechnen Sie doch einmal den Kommutator der x-y-Komponenten des kanonischen Impulses aus.
S: [rechnet...] Es ergibt sich $[\pi_x, \pi_z] = -iq/c (\partial_x A_y - \partial_y A_x) = iq/c B_0$, wobei B_0 die Feldstärke des angelegten Magnetfeldes angibt.
P: Sehr gut und das ist ja jetzt sogar ein eichinvarianter Ausdruck! Kommt ihnen da etwas bekannt vor?
S: Das sieht ja aus wie konjugierte Orts- und Impulsvariablen.
P: Und was wissen Sie über einen Hamilton-Operator, der Summe der Quadrate solcher konjugierter Variablen ist?
S: Daraus folgt jetzt, dass der obige Hamilton-Operator (und damit auch sein Spektrum) einem harmonischen Oszillator äquivalent ist.
P: Richtig, jetzt machen wir das gleiche Spiel doch noch einmal für ein Dirac-Teilchen in 2 Raumdimensionen.
S: Erst einmal sollte ich die Dirac Gleichung in 1+2 Dimensionen spezifizieren. (Anmerkung: Es gibt hier zwei inäquivalente Versionen der Dirac-Gleichung und weiterhin wird damit auch nicht wirklich ein Elektron beschrieben, da die Gleichung nicht paritätsinvariant ist, aber das habe ich hier nicht angesprochen) Habe ein wenig rumprobiert, er hat dann kurzerhand eingewendet:
P: Nehmen sie doch einfach $(\pi^x \sigma_x + \pi^y \sigma_y + p^0 \sigma_0)\phi = 0$. Um es einfach zu halten einmal masselos.
S: Und ich soll jetzt das energetische Spektrum bestimmen. Dafür quadriere ich einmal den Dirac-Operator und erhalte eine Klein-Gordon-Gleichung mit minimaler Kopplung, das heißt $(\partial_0^2 - \pi_x^2 - \pi_y^2)\phi = 0$ zumindest bis auf Naturkonstanten. Nach obigem Argument entspricht der Teil $\pi_x^2 + \pi_y^2$ dem Hamiltonian eines Harmonischen Oszillators. Folglich ist das Energiespektrum gemäß $E \sim \pm\sqrt{N + cst.}$ mit ganzen Zahlen N quantisiert.
P: Richtig, tatsächlich verschwindet diese Konstante sogar. Das Energiespektrum ist "mit der Wurzel" quantisiert. Wie sieht das denn jetzt mit Masse aus?
S: In der genannten "Klein-Gordon-Gleichung" tritt dann wahrscheinlich ein zustätzlicher Masseterm aus. Das Spektrum sollte dann gemäß $E \sim \pm\sqrt{N + m^2}$ quantisiert sein (modulo Konstanten).
P: Auch richtig. Dann gehen wir jetzt zu einem anderem Problem über. Wie betrachten ein Zweizustandssystem mit dem zeitabhängigen Hamilton-Operator $H = \epsilon(t) \sigma_z + \Gamma \sigma_x$. Wir nehmen zum Beispiel einmal an, dass $\epsilon(t) = - v t$. Angenommen zu Zeiten $t \to - \infty$ ist das System im Grundzustand. Wie sieht das denn jetzt gegen $t \to + \infty$.
S: Ich gehe auf die beiden Grenzfälle der adiabatischer Näherung und der 'Sudden Approximation' ein. In ersterem (bei langsamer Änderung) landet man zum Ende im Grundzustand des 'späten' Hamiltonians. In zweiterem (bei schneller Änderung) passiert nichts.

P: Was heißt denn jetzt langsam bzw. schnell?
S: Das wäre langsam oder schnell relativ zu 'charakteristischen Energieskalen des Systems'. In Formeln wäre das...[denke nach und bin ein wenig durcheinander]
P: Na was gibt es denn für Zeitskalen, die sie aus $\hbar$ und den Systemparametern konstruieren können?
S: $\hbar/\Gamma$ und Γ/v. Ach und 'schnell/langsam' bedeutet nun, dass letzterer Ausdruck 'klein/groß' im Verhältnis zu ersterem ist.
P: Gut. Machen wir doch einmal was anderes. Zweite Quantisierung! Wie sieht denn des Energie-Impuls-Tensor eines skalaren bosonischen Feldes aus?
S: Also ich weiß, dass der Energie-Impuls-Tensor durch Ableitungen der Lagrangedichte hervorgeht. Für ein skalares bosonisches Feld (wechselwirkungsfrei) ist das die Klein-Gordon-Langrangedichte $\mathcal{L} = \partial_vu\phi^\ast \patial^\nu\phi - m^2 \phi^\ast\phi$. Na, und nacj allzu viel kann man ja jetzt nicht ableiten...[probiere ein wenig, Schmalian hilft] und es gilt $T_{\mu \nu} = \partial\mathcal{L}/\partial(\partial_\mu\phi)\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}\mathcal{L}$.
P: Angenommen, wir stellen uns das System doch einmal eingeschränkt in einer Box oder in einem Festkörper vor. Wie würden sie es jetzt modellieren, wenn ein Experimentalphysiker diesen Festkörper äußeren Deformationen aussetzen würde.
S: [Habe Frage erst einmal falsch verstanden. Er wollte wissen, wie sich die Langrangedichte verändert] Naja, äußere Kräfte führen gewissermaßen zu einer Veränderung der Metrik. Deshalb würde man die 'flache' Minkowski-Metrik mittels derer man in der Lagrangedichte kontrahiert mit einer variablen Metrik ersetzen. [Wollte mir jetzt noch überlegen, wie eine Metrik in dem besprochenen Fall genau auszusehen hat, aber er war schon zufrieden.]
P: Zum Ende noch etwas Statistische Physik. Bestimmen sie doch einmal die Zustandssumme des eindimensionalen Ising-Modells.
S: Schreibe Hamilton mit nächster-Nachbar-Kopplung hin und skizziere einmal, das man das ganze durch Einführen der 'Transfermatrix' lösen kann. Habe dann mit etwas Nachdenken die Rechnung durchgeführt [diese findet man zum Beispiel im Buch von Norbert Straumann].