

Fach: Theoretische Physik		
PrüferIn: Shnirman		
<input checked="" type="radio"/> BP <input type="radio"/> NP <input type="radio"/> SF <input type="radio"/> EF <input type="radio"/> NF <input type="radio"/> LA	Datum: 26. April 2023	Fachsemester: 6
Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, Theo E, Theo Fa		
Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Theo D		

Zur Vorbereitung

Abprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: -
Abprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: -
Verwendete Literatur/Skripte: Shnirman Theo D Skript, Schwabl: Statistische Mechanik, 2006, Heinrich Theo E Skript, Garst Theo F Skript
Dauer der Vorbereitung: 6 Wochen
Art der Vorbereitung: Täglich ca. 4 bis 5 Stunden abwechselnd anki-Karten erstellen und lernen - aufbauend auf den Fragen der Altprotokolle. Letzten zwei Wochen dann Altprotokolle abfragen in der Gruppe
Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Altprotokolle durchlesen hilft enorm (Bose-Einstein-Kondensat ist z.B. die Klassiker-Frage), orientiert Euch an den Skripten von ihm und den behandelten Themen, falls neue Fragen kommen sollten

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Mischung aus alten Fragen und neuen Fragen (z.B. Aharonov-Bohm, Streuung), am Anfang kleine Startschwierigkeiten wegen Nervosität, die aber nach kurzer Zeit verflogen ist
Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Stellt Fragen neu, hackt aber doch so lange auf dem Thema rum, bis er gehört hat, was er wollte. Auch wenn Fragen falsch beantwortet sind oder nur halbrichtig, fragt er nochmal nach, ob man sich denn da sicher ist
Kommentar zur Prüfung: Prof. Shnirman ist super nett und geduldig. Ich empfehle teilweise auch nachzufragen, ob er die gesamte Herleitung haben möchte oder nur das Endergebnis sehen will - die Herleitung interessiert ihn nämlich oftmals nicht so wirklich - mehr das physikalische Verständnis. Nicht verunsichern lassen von manchen Fangfragen (Teilchenzahl für $s=5/2$ Boson :)) und Hängern ab und zu, weil Ihr die Fragen nicht ganz rafft.
Kommentar zur Benotung: 1.0
Die Schwierigkeit der Prüfung: Zu wissen was er hören will. Meistens nämlich nicht die exakte Herleitung, sondern eher die physikalische Begründung, warum man denn das so macht (z.B. Begründung, warum 1 halb oder ganzzahlig ist)

Die Fragen

I: Ich

S: Shnirman

$h = \hbar$

$w = \omega$

S: Wie lautet die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung

I: $i\hbar \frac{d}{dt} \Psi = H \Psi$

S: Welche Eigenschaften hat H ?

I: linear und hermitesch

S: Was bedeutet das?

I: linear: keine weiteren Terme von Ψ im Hamiltonian (sonst wäre keine Superposition der Wellenfunktionen möglich!)

hermitesch: komplex konjugiert und transponiert.

Irgendwie draufgekommen, dass Ψ im Hilbert Raum ist

I: Hilbert-Raum ist Vektorraum, der vollständig bzgl. seiner durch das Skalarprodukt induzierten Norm

ist \rightarrow Hilbert Raum der Quadratintegrierbaren Fkt. und der Spinwellenfunktionen, der $2s+1$ entartet ist

S: Ist der Drehimpulsoperator denn hermitesch.

I: Angesetzt mit $\int_a^b dx \phi(x) \cdot p \Psi(x)$ (da war ihm wichtig zwei verschiedene Wellenfunktionen zu nehmen und nicht zweimal Ψ)

Danach partiell integrieren und argumentieren, dass im allgemeinen p nicht hermitesch ist, da $[\phi(x)p]$ nicht null ist, sondern nur für $a=b=\infty$, da für quadratintegrierbare Funktionen die Funktionen gegen Null konvergieren müssen für $x \rightarrow \infty$

S: Kennen Sie den Aharonov-Bohm-Effekt.

I: Ja * Er hat mir kurz den Aufbau mit dem Doppelspalt und dem lokal isolierten B-Feld davor gezeichnet: Aufgrund der Eichinvarianz transformieren die Wellenfunktionen wie folgt: $\Psi' = \Psi e^{i q \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x}}$, wobei $\mathbf{A} = \nabla \chi$. Dadurch unterscheiden sich die beiden Wellenfunktionen durch eine Phase $\Delta \chi = \int ds \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \rightarrow$ Interferenzmuster am Schirm verschiebt sich (Abstände Maxima und Minima bleiben dabei aber gleich. das war ihm wichtig)

S: Okay, Wasserstoff-Atom. Was sind die Erhaltungsgrößen (Noether-Theorem angedeutet)?

I: Zeittranslationsinvarianz \rightarrow Energieerhaltung und Rotationsinvarianz \rightarrow Drehimpulserhaltung

S: Sind alle Komponenten von L erhalten?

I: Kurz überlegt. Ja, denn L_i kommutiert jeweils mit H und ist deshalb erhalten (Ehrenfest-Theorem hingeschrieben).

S: Können Sie auch zeigen, dass wenn $[A, H] = 0$ auch die nicht diagonalen Elemente erhalten sind?

I: *Keine Ahnung, auf was er hinaus wollte*

S: Rechnen Sie doch mal konkret $\frac{d}{dt} \langle \phi | A | \Psi \rangle$

I: Gemacht, $\frac{d}{dt}$ jeweils durch $H/i\hbar$ bzw. $-H/i\hbar$ ersetzt und das ganze auf den Kommutator gebracht \rightarrow ist also auch erhalten, weil $[A, H] = 0$

S: Okay, wie ist das Energiespektrum?

I: $E_n = -Ry/n^2$

S: Wie ist die Entartung? Und haben Sie da nicht noch was vergessen?

I: Klar, eine 2 wegen Spinentartung. Entartung allgemein ist n^2 (Summenformel hingeschrieben von $l=0$ bis $l=n-1$ mit jeweils $2l+1$)

S: Schön, und was ist das CSCO hier und wozu ist das gut?

I: H , L^2 und L_z , wobei hier L_z aus Konvention gewählt wird. CSCO hebt Zustandsentartung vollständig auf.

S: Was ist mit L^4 ?

I: anstelle von L^2 , auch okay.

S: ja aber zusätzlich zu L^2 .

I: ja, dann haben wir ja L^2 doppelt wegen $L^4 = (L^2)^2$ und dann irgendwie argumentiert, dass das ja unnötig wäre. Hat ihm gereicht, wobei er noch kommentierte, dass es unabhängige Observablen im CSCO sind und man das eigentlich ergänzen müsste zu dem Begriff.

S: Was ist das Wigner-Eckart-Theorem?

I: Hingeschrieben und erklärt, dass man damit einfach - sobald man das reduzierte Matrixelement einmal bestimmt hat - Matrixelemente ausrechnen kann. Z.B. für den Stark-Effekt.

S: Schön, dann betrachten wir doch gleich mal den quadratischen.

I: Auswahlregeln hergeleitet über Parität und Wigner-Eckart und erklärt, dass erste Ordnung wegfällt, wegen $l+l' = 0$, also gerade. Zweite Ordnung ist dann proportional zu E^2 (noch gesagt, dass bei Kombination von $l+l'$ und Wigner-Eckart wir die Bedingung $l'=l \pm 1$ bekommen).

S: Ja und was wäre ohne das Wigner-Eckart Theorem?

I: Kurz nicht gewusst, worauf er hinaus wollte. Aber dann bemerkt, dann hätten wir natürlich noch anstelle von $\sum_{m \neq 1} \langle m | z | 100 \rangle$ mit $l'=1$ noch $l'=3,5, \dots$ also noch mehr Matrixelemente.

S: Da haben Sie Recht. Okay, nochmal zum H-Atom. Gibt es auch andere Energie-Lösungen?

I: Ja, E_n ist ja nur die Lösung für gebundene Zustände. Es gibt dann auch noch Streuzustände für $E > 0$. er wollte dann noch irgendwie wissen wie Streuung in 3D aussieht und was sie charakterisiert. Hab mit Lippmann-Schwinger angesetzt, aber das wollte er nicht. Nach einigem Hin und Her sind wir darauf gekommen Wirkungsquerschnitt und er wollte, dass ich das Streuproblem einfach skizziere mit Potential.

S: Was ist denn der Wirkungsquerschnitt?

I: Anzahl an Teilchen pro Zeit und Raumwinkel geteilt durch den Fluss der einfallenden Teilchen j_{in} .

S: Dann hat er ja die Dimension einer Fläche (wollte hier glaub ich einfach hinaus, dass der Wirkungsquerschnitt ja anschaulich einfach die effektive Fläche

sei, die das zu streuende Teilchen sieht. Irgendwie sowas. Am besten schaut Ihr euch das nochmal genauer an :D) Hat dann nach einigen Erklärungsversuchen von mir eingelenkt und wollte wissen, ob mir das optische Theorem was sagen würde.

I: Ja, das ist $\sigma = 4\pi/k f_k(\Theta=0)$, also im Endeffekt der "Schatten" den das Streupotential wirft

S. Okay, kommen wir nochmal zur Schrödinger-Gleichung. Was passiert, wie sieht die Übergangsamplitude aus, wenn ich eine zeitabhängige Störung habe?

Wusste hier überhaupt nicht worauf er hinaus wollte, weil er hier die Formel ausgerechnet nicht haben wollte. Er hat dann die Frage noch ein paar Mal leicht umformuliert, bis ich dann gerafft hab, dass er einfach will, dass ich den finalen Zustand $|f\rangle$ aus der alten Basis (bei der die Störung noch nicht da ist) an die mit dem Zeitentwicklungsoperator entwickelten Zustände des Anfangszustands $|i\rangle$ von links dranpacken soll (hier auch kurz ein paar Worte zum Zeitentwicklungsoperator verloren. Stichwort Dyson- und Zeitordnungsoperator). War ihm hier auch wichtig, dass die finalen Zustände noch aus der "alten", also ungestörten Basis, kommen!

S: Okay, dann betrachten wir mal eine zeitabhängige Störung $V = x^2 p^2$ für den HO. Wie ist die Übergangsamplitude für $|i\rangle = |0\rangle$ und $|f\rangle = |3\rangle$?

I: Kurz überlegt und dann darauf gekommen, dass das gar nicht geht, da wir nur eine gerade Anzahl an Auf- und Absteigeoperatoren haben xD (So Fangfragen werden manchmal gestellt).

S: Da habe ich Ihnen natürlich eine sinnlose Frage gestellt (lacht). Also, dann mal für $|f\rangle = |8\rangle$.

I: Erste Ordnung geht nicht, da wir nur maximal bis $|4\rangle$ kommen. Also zweite Ordnung betrachten (hat ihm dann hier schon gereicht, weil er gemerkt hat, dass ich das konnte).

S: Gut, dann kommen wir zu Dirac. Schreiben Sie mal die kovariante Dirac-Gleichung hin und wie sie aussieht, wenn ein EM-Feld anwesend ist.

I: Hingeschrieben und minimale Kopplung mit $p_\mu \rightarrow p_\mu - gA_\mu$. Wollen Sie auf die Pauli-Gleichung hinaus?

S: Hm ja gut, dann schreiben Sie die doch gleich auch hin.

I: Getan für positive Energien (wollte hier gar nichts über den Landè Faktor hören) und davor noch erklärt, dass A_μ ein Vierervektor ist, während Ψ ein Viererspinor ist (wollte hier dann nur die Bestimmungsgleichung $S(\Lambda)$, die die Transformation von Spinoren angibt, hingeschrieben haben).

S: Und wie sieht die Gleichung für negative Energien aus?

I: Hab gesagt, entweder invertiert man die Masse oder wendet Feynman-Stückelberg an.

S: Aber Feynman-Stückelberg ist doch die Interpretation. Wie würden Sie das für negative Energien machen? *wollte hier darauf hinaus, dass für negative Energien die Masse negativ sein muss (das ist noch keine Interpretation, sondern einfach mathematische Tatsache). Feynman Stückelberg ist dann erst der Versuch der Interpretation der negativen Masse*

I: Okay, genau. Die Interpretation von Feynman war dann, dass wir ein Teilchen mit negativer Energie, dass sich in negative Raumzeit ($-r$ und $-t$) bewegt interpretieren, als Teilchen mit positiver Energie, dass sich in positive Raumzeit bewegt ($+t, +r$) und mit invertierter Ladung (=Antiteilchen).

S: Gut, dass ist ja jetzt die Teilchenphysiker-Interpretation. Wie sehen das denn die Festkörperphysiker?

I: Dirac-See, alle negativen Energien sind schon besetzt und aufgrund des Pauli-Prinzips können dadurch Elektronen positiver Energie nicht auf die energetisch niedrigeren Niveaus fallen (hab hier gesagt, dass die von $E=0$ aus aufgefüllt sind, aber natürlich fangen die Zustände erst ab $+mc^2$ an. Heißt wir haben eine Bandlücke!). Dann noch erwähnt, dass wir genau $E=2mc^2$ brauchen, um ein Loch zu erzeugen.

S: Genau, dann kommen wir nun zu Theo F. Was für Ensembles kennen Sie denn?

I: mikrokanonisches, kanonisches, großkanonisches.

S: Wie sieht die Dichtematrix des mikrokanonischen aus?

I: $\rho = \sum_n W_n |n\rangle\langle n|$ (hab hier argumentiert, dass ρ ja hermitesch ist und ich deshalb schon das ganze in der diagonalisierenden Basis darstelle). Dann noch erwähnt, dass $|n\rangle$ Mikrozustände sind (=Vielteilchenzustand) und im mikrokanonischen $W_n = 1/Z$ ist. Z ist dabei einfach die Anzahl an realisierten Mikrozuständen im Energieintervall $[E, E+dE]$, da ja das ganze System komplett isoliert ist, d.h. $E = V = N = c$ (Hat dann gefragt, warum wir hier dE haben und nicht einfach E nehmen. Wusste ich Null und hab dann mit Energieunschärfe begründet, weiß aber nicht, ob das richtig war. Er hat dann aber zum Glück abgelassen und meinte, dass sonst unsere Rechnungen nicht gut werden. Schaut Euch das ruhig nochmal an, wenn Ihr da auch keine Ahnung habt xD)

Dann kam der größte "Hänger" der Prüfung, weil er nun auf das kanonische Ensemble hinauswollte. Aber nicht über Lagrange-Multiplikatoren, sondern über irgendeine Betrachtung des Gesamtsystems mit System und daran gekoppelten Wärmebad als mikrokanonisch. Nach einigem Hin und Her hab ich langsam erahnen können, dass er darauf hinaus will und deshalb vorgeschlagen, dass ich das mit der Methode der Lagrange

Multiplikatoren lieber machen möchte. Hat er durchgehen lassen :D (wollte hier aber auch nur grob den Ansatz umrissen haben und hat dann abgewunken als er gemerkt hat, dass ich wusste wies geht)

Dann sollte ich noch für ein ideales Bose-Gas die Bose-Verteilung ausrechnen.

Also, Fock-Zustände kurz erläutert und dann das übliche Vorgehen bis ich die Zustandssumme hergeleitet hatte. Dann noch kurz gesagt, wie ich auf die Verteilung kommen würde ($\langle n_{\lambda} \rangle = 1/Z_{\lambda} \sum_{n_{\lambda}} e^{-\beta(E_{\lambda} - \mu)n_{\lambda}} = 1/\beta d/d\mu \ln(Z_{\lambda})$) und die dann direkt hingeschrieben. Sind dann auf BEK gekommen.

S: Schreiben Sie mal das Integral dazu auf:

I: $N = 1/z^{(-1)-1} + V/\lambda^3 T^3 g_{3/2}(z)$ (z ist die Fugazität hier)

S: Das ist natürlich richtig, aber wieso haben Sie hier den Grundzustand gesondert behandelt?

Nicht gewusst, worauf er hinaus wollte.

S: Schreiben Sie doch mal das Integral aus (mit Zustandsdichte und Besetzungsdichte)

I: $N = \int_0^{\infty} D(e) n_B(e - \mu)$

Hab dann was davon geredet, dass wir ja z.B. für quadratische Dispersion $D(e) \propto \sqrt{e}$ haben und wir deshalb den $e=0$ Term gesondert behandeln müssen.

S: Ja, aber warum dürfen Sie das. Es gibt ja auch Bose-Einstein Gase, bei denen Sie das nicht müssen

I: (bin dann drauf gekommen) Ah, natürlich, wenn das Integral für $\mu \rightarrow 0$ konvergiert, müssen wir das machen, weil dann ja die Anzahl an Teilchen in den angeregten Zuständen konstant ist. Wenn wir dann noch mehr Teilchen dazupacken, ist dann natürlich die Frage, wo die hingehen (in den Grundzustand). Dann erst müssen wir die Anzahl an Teilchen im Grundzustand N_0 gesondert behandeln.

S: Genau, das wollte ich hören. Gut, dann haben Sie Spin 5/2 Bosonen

I: Spin 5/2 (grinst)?

S: Okay, sagen wir Spin 3 in 1-D für ein freies Boson mit $n_b = 7$. Wie ist die Gesamtzahl an Teilchen für diesen Zustand?

I: Spin- und Impulsentartung $\rightarrow N = 7 \cdot 7 \cdot 2$ (wobei in 1-D die Energie ja $E = p_x^2/2m$ ist, d.h. $\pm p_x$ möglich ist und wir deshalb eine zweifache Entartung haben).

S: Okay, das war jetzt eine Stunde. Gehen Sie bitte raus