

Fach: Theoretische Physik		
PrüferIn: Shnirman		
☒ BP ☐ NP ☐ SF ☐ EF ☐ NF ☐ LA	Datum: 22. März 2023	Fachsemester: 7
Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, Theo E, Theo F		
Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Theo A		

Zur Vorbereitung

Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: -
Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: -
Verwendete Literatur/Skripte: TheoD: Shnirman, Schmalian TheoE: Melnikov, Heinrich TheoF: Shnirman, Mirlin
Dauer der Vorbereitung: 7 Wochen
Art der Vorbereitung: Gruppe
Allgemeine Tips zur Vorbereitung: -

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Recht analog zu anderen Altprotokollen auch, mit klassischen Themen
Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? -
Kommentar zur Prüfung: Entspannter als erwartet aber trotzdem klare Prüfungssituation
Kommentar zur Benotung: 1,0 super zufrieden
Die Schwierigkeit der Prüfung: Wasserstoffatom im Photonengas. Im Nachhinein nicht wirklich schwierig aber so aus dem Stehgreif war ich etwas verwirrt.

Die Fragen

- S: Wie schaut die Schrödinger Gleichung aus?
 I: (Zeitabhängige Schrödinger Gleichung hingeschrieben) und gesagt, dass H der Hamiltonoperator ist, und Ψ mein Zustandsvektor im Hilbertraum.
 S: Welche Eigenschaften hat H ?
 I: Hermitesch und linear, wobei hermitesch selbstadjungiert bedeutet.
 S: Was ist ein Hilbertraum?
 I: Vektorraum mit Skalarprodukt und vollständig.
 S: Zwischenfrage/Ergänzung, dass die Elemente im Allgemeinen komplex sein können/sind. Wie kommt man nun auf die zeitunabhängige Schrödinger Gleichung?
 I: Separationsansatz ($f(t) \cdot \psi(r)$) liefert zwei Bestimmungsgleichungen einmal für die Zeitabhängigkeit und zum anderen eben die stationäre Schrödingergleichung.
 S: Schreiben sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung auf
 I: ($H \cdot \Psi = E \cdot \Psi$)

S: Wie sieht dann mein Zeitentwicklungsoperator aus?

I: $(U(t, t_0) = \exp(-i/\hbar H(t - t_0)))$ für einen zeitunabhängigen Hamiltonoperator

S: Wenden sie den Operator mal auf Ψ an.

I: $(U(t - t_0)\Psi = \sum_n \langle n | \Psi \rangle \exp(-i/\hbar E_n(t - t_0)) | n \rangle)$ Hierbei wende ich zunächst den Projektionsoperator auf meinen Zustand an und erhalte dann in meinem Zeitentwicklungsoperator gerade die Eigenenergien anstatt meines Hamiltonoperators.

S: Sehr gut. Was hat der Zeitentwicklungsoperator mit Wellenpaketen zu tun?

I: Nunja, Wellenpakete sind Überlagerungen von ebenen Wellen und jede einzelne dieser ebene Wellen kann ich mit dem Zeitentwicklungsoperator separat entwickeln.

S: Liegen ebene Wellen im Hilbertraum?

I: Nein, darum bilden wir ja gerade Wellenpakete, um sie normierbar zu machen.

S: Genau. Können sie mir die Gruppengeschwindigkeit eines Wellenpaketes herleiten?

I: Dafür schreibe ich erstmal die Formel für ein Wellenpaket hin (steht ausführlich in seinem Skript) schreibe meine Gewichtsfunktion in Betrag und Phase um und bilde aus der Phase und den restlichen Koeff. meine Gesamtphase im Integral. Ich benutze nun das Prinzip der Stationären Phase und fordere, dass die erste Ableitung der Phase nach k für festes k_0 verschwindet. (Ableitung explizit hingeschrieben)

S: Was ist k_0 ?

I: Der Wellenvektor um den das Wellenpaket im k -Raum zentriert ist. In der Ableitung kann das dw/dk mit der Gruppengeschwindigkeit und da/dk mit r_0 identifiziert werden.

S: Was bedeutet das?

I: Dass mein Wellenpaket um den Punkt $(v_g \cdot t + r_0)$ zentriert ist.

S: Ok, kommen wir zum Wasserstoffatom, schreiben Sie mir den Hamiltonoperator auf.

I: Man kann aus dem Hamiltonoperator für die Bewegung von Proton und Elektron den...

S: Schreiben sie den Hamiltonoperator direkt in Schwerpunktskoordinaten!

I: Mit Schwerpunktsbewegung oder nur den Relativteil?

S: Nur den Relativteil.

I: $(H = p^2/2m - e^2/r \cdot 4\pi \epsilon_0)$ Dabei ist der hintere Teil gerade das Coulombpotential und der vordere Teil beschreibt die Relativbewegung zwischen Elektron und Proton mit der reduzierten Masse m .

S: Wie löst man das nun?

I: Man kann den Hamiltonoperator in Kugelkoordinaten schreiben. Und sieht dann, dass in p^2 L^2 steckt.

S: Wieso wechselt man in Kugelkoordinaten?

I: Nachdem es sich um ein radialsymmetrisches Problem handelt ist es praktisch in diese zu wechseln, man kann das sicherlich auch kartesisch rechnen nu ist das um einiges aufwändiger.

S: Ja das ist keine gute Idee...machen sie weiter.

I: Mit einem Separationsansatz $(R(r) \cdot Y(\theta, \phi))$. Wobei der Radialanteil von den Quantenzahlen n und l und die Kugeflächenfunktionen von l und m abhängen.

S: Und wieso benötigen wir 3 Quantenzahlen?

I: Weil wir ein vollständiges System kommutierender Observablen benötigen um jeden Zustand eindeutig beschreiben zu können. Und wiegesagt es handelt sich um ein radialsymmetrisches Problem darum L^2 und H ist zeitunabhängig, weswegen n sinnvoll ist, da sie direkt die Energien vorgibt. Und um die Ausrichtung zu beschreiben wird die Projektion des Drehimpulses auf eine beliebige Achse gewählt, im Allgemeinen L_z .

S: Wie wird die Entartung im Wasserstoffatom aufgehoben?

I: Durch äußere Felder, mit dem Stark- und Zeemaneffekt. Durch die Feinstruktur und die Hyperfeinstruktur

S: Ich will nur hören was sie auch wirklich in der Vorlesung besprochen haben.

I: Naja die Hyperfeinstruktur haben wir zwar angeschnitten aber keine Konkrete Störungstheorie gerechnet

S: Genau. Ich will hier nur auf die Störungen die sie Berechnen können hinaus. Aus was setzt sich die Feinstruktur zusammen?

I: Die Spinbahnkopplung kommt direkt aus der Diracgleichung und setzt sich aus der Spinbahnkopplung proportional zu LS , dem Darwinterm und der Energiekorrektur durch die relativistische Energieimpulsbeziehung zusammen.

S: Was ist die Spinbahnkopplung?

I: Im klassischen würde es keine Kopplung zwischen dem magnetischen Moment des Elektrons aufgrund seiner Spins und dem elektrischen Feld des Kerns geben. Wenn wir uns nun aber im relativistischen in das Ruhesystem des Elektrons begeben, dann wird aufgrund der Relativbewegung aus dem E-Feld ein B-Feld.

S: Dass ist jetzt aber so eine Semiklassische Beschreibung aus der sie definitiv falsche Vorfaktoren erhalten.

I: Ja genau, aber es beschreibt den Effekt anschaulich.

S: Nehmen wir nun den hypothetischen Fall an, dass es nur die Spinbahnkopplung als Störung gibt. Das ist natürlich falsch aber wir sind jetzt nur an diesem Teil der Feinstruktur für $n=2$ interessiert.

I: Dann kann ich die Störung als LS schreiben. Das Problem ist, dass meine Störung nicht diagonal in meiner Basis ist, da LS nicht mit L_z und S_z kommutiert. Deshalb definiere ich mir den Gesamtdrehimpuls $J = L + S$ und das Quadrat kommutiert jetzt mit meinem gestörten Hamiltonoperator.

S: Können Sie das zeigen?

I: Ja ($[J^2, H]$) das ist der gesamte Kommutator den kann ich aber aufteilen und jeden Teil Separat berechnen.

S: Für ein paar Teile können sie das ja machen.

I: Ok dann fange ich mal mit dem p^2 Teil an...

S: Das können sie doch direkt sagen, da L und S mit dem Teil separat kommutieren. Zeigen sie mir dass J^2 und LS kommutieren.

I: $[J^2, LS]$ ist Null weil ich LS durch $(J^2 - L^2 - S^2)/2$, explizit "hergeleitet" aus J^2 ausdrücken kann und damit kommutiere das.

S: Naja nicht direkt

I: Ich stehe gerade auf dem Schlauch.

S: Naja J kommutiert mit L^2 und S^2 separat. Ok zurück zur LS Kopplung

I: Ich wechsele also die Basis von $|n, l, m_l, s, m_s\rangle$ zu $|n, j, m_j, l, s\rangle$ das mache ich mit den Clebsch-Gordan Koeffizienten. Dann kann ich ja gerade mein LS durch $J^2 - L^2 - S^2 / 2$ ausdrücken und bekomme meine Matrixelemente also meine Energiekorrekturen $(\hbar^2(j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)))/2$.

S: Welche Werte kann j annehmen und warum?

I: Nachdem es sich hier um Drehimpulsaddition handelt und $l=0$ oder 1 und $s=1/2$ kann $j=1/2$ oder $3/2$ sein.

S: Sehr gut. Was besagt das Wigner-Eckardt-Theorem?

I: Man kann Operatoren aufgrund ihres Transformationsverhaltens in verschiedene Klassen, Skalar-, Vektor- und Tensoroperatoren aufteilen. Für Vektoroperatoren kann man dann sagen, dass das Matrixelement von einem Vektoroperator gerade proportional zum Matrixelement des Drehimpulses J ist. Soll ich es explizit aufschreiben?

S: Gerne.

I: (Für Vektormodell aufgeschrieben mit allgemeinem Vektoroperator) Hier kann man wenn wir schon bei der Spinbahnkopplung sind den anomalen Zeemann Effekt mithilfe des Theorems als Störung zur LS -Kopplung berechnen.

S: Was ist denn der anormale Zeemann-Effekt?

I: Für ein Atom im externen Magnetfeld bekommen wir eine Kopplung des Bahndrehimpulses und des Spins an das B-Feld. Nachdem aber bei der Spin Kopplung noch der Landé Faktor steht können wir die Drehimpuls $J = L + gS$ nicht durchführen da J dann nicht die Drehimpulsalgebra erfüllt. Stattdessen bleiben wir in der Basis der LS Kopplung unter Annahme, dass diese um einiges größer ist und berechnen mit dem WET dann die LS Kopplung als Störung. Oder wir betrachten den anderen Extremfall, dass das externe B-Feld gerade sehr groß ist und erhalten den Paschen-Back-Effekt.

S: Sehr gut. Sie haben gerade den Landé Faktor erwähnt, wie erhält man den?

I: Als Grenzfallbetrachtung der Dirac-Gleichung für $v \ll c$. (Dirac-Gleichung in kovarianter Form aufgeschrieben mit dem Prinzip der minimalen Kopplung ($d_\mu \rightarrow d_\mu + ie/\hbar c A_\mu$) dabei ist A_μ mein Viererpotential. In der Dirac-Gleichung haben wir zwei Lösungen für positive und negative Energien im Fall $v \ll c$ können wir uns dann immer die beiden zugehörigen Komponenten des vierkomponentigen Spinors anschauen, und erhalten für diese gerade die Pauligleichung.

S: Schreiben Sie die Pauligleichung mal auf.

I: (Pauligleichung mit einem falschen VZ aufgeschrieben, direkt korrigiert worden)

S: Ok, wie schaut die Pauligleichung für die Lösung zu $E < 0$ aus?

I: Identisch nur dass die Ladung und der Impuls negativ sein müssen. Man kann aber auch die negativen VZ mit $m \rightarrow -m$ kompensieren.

S: Da haben wir das klassische Henne-Ei Problem. Wenn sie die Dirac-Gleichung für negative Energien umformen bekommen sie die Pauligleichung mit negativer Masse, können das dann aber mit einer umgekehrten Ladung kompensieren um eine positive Masse zu erhalten.

S: Ok und wie erhalte ich jetzt aus der Pauligleichung den Landé Faktor?

I: Die Spin-B-Feld Kopplung hat den Vorfaktor $(e/\hbar c)$ je nach Konvention noch mit einem $\hbar$. Um jetzt den Landé Faktor zu erhalten setzen wir die Coulombbeziehung $(-1/2 \mu_B)$ in A ein. (Explizite Herleitung zu $-e/2mc \mu_B$) Hieran sehen wir explizit, dass die Kopplung vom Drehimpuls gerade um den Faktor $1/2$ kleiner als die Kopplung des Spins ans Magnetfeld ist.

S: Nun kommen wir zur statistischen Physik. Wir betrachten ein Wasserstoffatom in einem Photonengas bei 2 Kelvin. Mich interessieren jetzt die Übergangsraten zwischen verschiedenen Zuständen, wie würde ich das berechnen?

I: Ich würde das mit Fermis Goldener Regel mit periodischer Störung machen. Da bekomme ich für ein Störpotential $(V = V e^{-i\omega t} + V^* e^{i\omega t})$ Fermis Goldene Regel.

S: Aber wieso schreiben sie V und V^* ?

I: Damit meine Störung auf jeden Fall hermitesch ist.

S: Aber sie kennen doch V ?

Wollen Sie auf die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes hinaus?

S: Wenn Sie Photonen haben welcher Teil der Pauligleichung trägt mehr bei der elektrischen oder der magnetischen?

I: Der elektrische?

S: Genau. Darum können sie die Störung wie beim Stark Effekt auffassen $V = -eEr$ bzw. $-eEz$.

I: Achso ok. Dann kann ich die Übergangsamplitude zwischen einem beliebigen End und Anfangszustand beschreiben mit Fermis Goldener Regel. Soll ich die herleiten?

S: Nein

I: (FGR hingeschrieben)

S: Ok, das ursprüngliche Problem ist jetzt etwas kompliziert. Ich vereinfache es jetzt zu dem Fall indem sie die Emission eines Photons aus dem $|210\rangle$ Zustand beschreiben sollen. Wie sehen dann Anfangs und Endzustand aus?

I: Also $|i\rangle = |210\rangle$ und der Endzustand ist dann ein beliebiger $|nlm\rangle$ Zustand. Und da kann ich dann Auswahlregeln herleiten.

S: Aber wieso denn? Sie wollen vom $n=2$ Zustand ein Photon mit endlicher Energie emittieren dann können sie nur einen Zustand haben!

I: Da haben Sie natürlich Recht, den $|100\rangle$ Zustand aufgrund der Energieerhaltung. Also $|f\rangle = |100\rangle$.

S: Schreiben sie die Zustandsdichte mit in FGR.

I: (Ergänzt weil ich die davor vergessen hatte)

S: Und wie schaut jetzt die Zustandsdichte bei uns aus?

I: Naja ich habe ja nur einen Endzustand in meinem Energieintervall...

S: Aber FGR ist nur für ein Kontinuum definiert.

I: Achso ja ich habe das emittierte Photon im Endzustand vergessen.

S: Was ist die Zustandsdichte für das Photonengas?

I: $(\nu = \int d^3p / 2\pi^3 \delta(E_p - E))$

S: Was ist die Dispersionsrelation von Photonen

I: $(E = cp)$, obwohl ich das erst nach seiner Hilfe bekommen habe, und habe dann $\nu(E) \sim E^2$ rausbekommen.

S: Das ist dann wie bei Phononen nur dass die halt eine andere Geschwindigkeit haben. Aber egal, dann machen wir mal weiter. Können Sie mir das Landau-Ginzburgfunktional hinschreiben

I: $(Z = \text{tr}(e^{-\beta H}) = e^{-\beta F})$ Zunächst ist das die Relation zwischen Landaufunktional und der Zustandssumme

S: Und das LandauGinzburgFunktional?

(Jetzt erst gecheckt, dass ich das Landaufunktional hinschreiben wollte, habe mich kurz entschuldigt und er hat es mit Humor genommen... $f = 1/2 \nabla^2 \psi + \dots$)

S: Wie komme ich davon auf einen kritischen Exponenten?

I: Sattelpunktnäherung liefert mir m_0 und die Temperaturabhängigkeit davon. Der Exponent der Temperatur ist einer der kritischen Exponenten. (musste das dann noch ausrechnen)

S: Wofür braucht man den K Term in im Funktional?

In der Lösung für mein m_0 überhaupt nicht, aber sonst benötigt man es um bspw. die Korrelationslänge zu berechnen.

I: Haben Sie das in der Vorlesung behandelt? Wenn nicht ist es auch nicht schlimm...

Wir haben es nur angeschnitten...

S: Ok. Im Allgemeinen ist der Ordnungsparameter ja ein Vektor, in welche Richtung zeigt mein m dann?

I: Also in 3D haben wir ja ein Mexican Hat Potential nur mit noch einer weiteren Dimension... also ist nicht klar vorgegeben in welche Richtung m zeigt.

S: Haben Sie schonmal was von spontaner Symmetriebrechung gehört?

I: ...Zunächst in 1D: (f für $T < T_c$ und $T > T_c$ aufgezeichnet) Hier befindet sich mein System für $T > T_c$ im stabilen Zustand $m=0$ also gibt es keine makroskopische Magnetisierung. Für $T < T_c$ ist dieser Zustand aber nur noch quasistabil, da es zwei weitere Zustände mit niedrigerer Energie gibt...

S: Und in 2D?

I: Da haben wir unendlich viele Zustände mit niedrigerer Energie, da m frei in einer Ebene gewählt werden kann.

S: Was verstehen Sie unter spontaner Symmetriebrechung?

I: Durch Fluktuationen in meinem System wird eine Richtung kurzzeitig günstiger, weil bspw. ein minimales externes Feld in die Richtung zeigt...

S: So kann man sich das vorstellen, ja... So wie viel Zeit haben wir denn noch? Ok, welche Ordnung Phasen kann man mit dem Landau-Ginzburg Funktional beschreiben?

I: Phasenübergänge 2ter Ordnung nach Landau, da wir annehmen, dass der Ordnungsparameter stetig ist.

S: Und was wäre ein Phasenübergang 1ter Ordnung?

I: Wenn der Ordnungsparameter unstetig ist.

S: Und was ist ein Phasenübergang dritter Ordnung nach Ehrenfest?

I: Das ist der Fall, wenn die dritte Ableitung eines Thermodynamischen Potentials unstetig ist.

S: Zum Beispiel?

I: Bose Einstein Kondensation.

S: Korrekt.