

Fach: Theoretische Physik		
PrüferIn: Shnirman		
<input checked="" type="radio"/> BP <input type="radio"/> NP <input type="radio"/> SF <input type="radio"/> EF <input type="radio"/> NF <input type="radio"/> LA	Datum: 02. September 2022	Fachsemester: 6
Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, E, Fa, Fb		
Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Theo A		

Zur Vorbereitung

Abprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: -
Abprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: -
Verwendete Literatur/Skripte: Theo D: Skript von Prof. Schmalian, Prof. Shnirman und Nolting 5/1 Theo E: Skript von Prof. Melnikov, Nolting 5/2 Theo F: Skript von Prof. Mirlin, Nolting 6 dazu
Dauer der Vorbereitung: 4 Wochen, 5h pro Tag
Art der Vorbereitung: 3 Wochen Stoff aufbereiten, danach 1 Woche Protokolle
Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Schaut euch so viele Protokolle wie möglich an, mit der Zeit kennt ihr fast alle Fragen. Insbesondere so Themen wie Wellenpakete, Wasserstoffatom, Stark-Effekt, Fermis goldene Regel und Bose-Einstein-Kondensation kommen fast immer dran

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Super! Die Atmosphäre war total entspannt. Es wurden strukturiert nacheinander die Blöcke Theo D, Theo E und Theo F geprüft.
Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Er versucht die Frage umzuformulieren, Tipps zu geben und löst schließlich auf.
Kommentar zur Prüfung: Sehr angenehmer Prüfer
Kommentar zur Benotung: 1.0, bin sehr zufrieden!
Die Schwierigkeit der Prüfung: Entartung bei Landau-Niveaus, Verhalten der Korrelationslänge in Abhängigkeit der Temperatur

Die Fragen

P: Prüfer

I: Ich

Für die Übersicht: $h := \hbar$, $w := \omega$

P: Wie lautet die zeitabhängige Schrödingergleichung?

I: *Hingeschrieben*

P: Was ist Psi?

I: Die Wellenfunktion. Liegt im Raum der quadratintegrablen Funktionen.

P: Was ist dieser Raum?

I: Ein Hilbertraum, also ein Vektorraum der vollständig bezüglich der vom Skalarprodukt induzierten Norm ist.

P: Genau. Welche Eigenschaften hat H?

I: Linear und hermitesch.

P: Was heißt hermitesch?

I: Dass es keinen Unterschied macht auf welches Argument des Skalarprodukts ich den Operator anwende.

P: Können Sie zeigen, dass der Impulsoperator hermitesch ist?

I: *gezeigt mittels partieller Integration*

P: Was ist die Stationäre Schrödingergleichung?

I: Bei einem zeitunabhängigen Hamiltonian lässt sich die zeitabhängigkeit abspalten. Das geschieht mit einem Produktansatz, d.h. $\Psi(x,t) = f(t)\phi(x)$. Das ergibt die stationäre Schrödingergleichung. Deren Eigenfunktionen haben die Energie E und oszillieren mit der Frequenz E/h.

P: Was ist mit einer allgemeinen Wellenfunktion?

I: Eine allgemeine Wellenfunktion lässt sich mit den Lösungen der stationären Schrödingergleichung entwickeln. Die Zeitentwicklung erhält man durch die Zeitentwicklung der stationären Lösungen.

P: Gut. Was passiert jetzt, wenn der Hamiltonoperator zeitabhängig ist?

I: Dann kann ich das Problem im allgemeinen nicht mehr analytisch lösen, sondern muss Störungstheorie anwenden, d.h. ich bekomme die Dyson-Reihe.

P: Ich möchte keine Störungstheorie, ich möchte ganz allgemein den Zeitentwicklungsoperator für einen zeitabhängigen Hamiltonian.

I: *nach kurzem hin und her* $U(t, t_0) = T[\exp(-i/\hbar \int_{t_0}^t H(t_1) dt_1)]$

P: Kommen wir zum Wasserstoffatom. Kennen Sie den Hamiltonoperator davon?

I: Der Hamiltonian lässt sich in Relativ- und Schwerpunktkoordinaten schreiben. Die Schwerpunktkoordinaten geben eine ebene Welle...

P: Die Schwerpunktkoordinaten interessieren uns nicht, geben Sie mir die Darstellung in Relativkoordinaten.

I: *hingeschrieben und reduzierte Masse erklärt*

P: Was ist jetzt ein Satz vollständig kommutierender Observablen?

I: H, L^2 , L_z

P: Könnte ich auch L_x nehmen?

I: Ja, aber nur wenn ich L_z durch L_x ersetze, da L_x und L_z nicht kommutieren.

P: Warum brauche ich drei Operatoren und kann nicht einfach nur H nehmen?

I: Weil die Eigenzustände bezüglich der Energie entartet sind

P: Können Sie das zeigen?

I: den Operatoren lassen sich die Quantenzahlen n, l und m zuordnen. l läuft von 0 bis n-1, m von -l bis l. Wenn ich das jetzt aufsummiere...

P: Das müssen Sie jetzt nicht machen, ich glaube Ihnen. Wie kann ich diese Entartung aufheben?

I: Ohne äußere Felder mittels Feinstruktur und Hyperfeinstruktur, mit einem äußeren B-Feld bekomme ich den Zeeman-Effekt, mit einem äußeren E-Feld den Stark-Effekt.

P: Nehmen wir mal den Stark-Effekt. Man unterscheidet zwischen dem linearen und quadratischen Stark-Effekt. Was ist das jeweils?

I: Der quadratische Stark-Effekt ist quadratisch im elektrischen Feld und tritt in zweiter Ordnung Störungstheorie für den Grundzustand auf, da hier die erste Ordnung verschwindet. Der lineare Stark-Effekt tritt für $n \geq 2$ auf.

P: Okay, nehmen wir $n = 2$, was passiert?

I: Die Zustände $|200\rangle$ und $|210\rangle$ mischen

P: Warum nur diese Zustände?

I: Das sehe ich an den Auswahlregeln. z ist proportional zur Kugelflächenfunktion Y_{10} . Nach dem Wigner-Eckart-Theorem ist also $\langle l, m | Y_{10} | l', m' \rangle$ proportional zum Clebsch-Gordan-Koeffizienten $C^{lm}_{l'm'}$. Damit folgt $m = m'$ und $|l - l'| \leq 1$.

P: Sie verwenden jetzt Drehimpulsaddition. Was wird hier addiert?

I: Ein Drehimpuls (1,0) mit (l', m') werden zu einem Gesamtdrehimpuls (l,m) summiert.

P: Und was sind die Clebsch-Gordan-Koeffizienten?

I: Wenn ich eine Drehimpulsaddition habe kann ich den Gesamtdrehimpuls mit den einzelnen Drehimpulszuständen entwickeln. Die Entwicklungskoeffizienten sind die Clebsch-Gordan-Koeffizienten.

P: Gut, zurück zu den Auswahlregeln. Nach Ihrer Argumentation ist auch $l = l'$ erlaubt.

I: Genau, um zu zeigen, dass $l = l' + 1$ gilt, wende ich Paritätsoperator auf das Matrixelement von z an: $\langle l, m | z | l', m' \rangle = \langle l, m | P^2 z | l', m' \rangle = -\langle l, m | P z P | l', m' \rangle = (-1)^{(l+l'+1)} \langle l, m | z | l', m' \rangle$. Also muss $l+l'$ ungerade sein.

P: Was passiert, wenn ich die Störung jetzt plötzlich einschalte?

I: Dann gehe ich davon aus, dass die Wellenfunktion zunächst gleich bleibt. Diese kann ich dann in den neuen Eigenzuständen entwickeln, sodass die Zustände $|210\rangle$ und $|200\rangle$ oszillieren.

P: Wie wäre das in zeitabhängiger Störungstheorie?

I: Da entwickle ich die Dyson-Reihe.

P: Können Sie die herleiten?

I: *hergeleitet über Wechselwirkungsbild*

P: Welche wichtige Größe können Sie damit nun berechnen?

I: Die Übergangswahrscheinlichkeit

P: Was ist ein Übergang?

I: Ein Übergang findet statt, wenn wir eine zeitlich begrenzte Störung haben und vor und nach der Störung in verschiedenen Eigenzuständen des ungestörten Hamiltonians befinden.

P: Sie kennen sicher Fermis goldene Regel. Wie kommt man von der Dyson-Reihe darauf?

I: Man entwickelt die Dyson-Reihe in erster Ordnung, d.h. die Übergangswahrscheinlichkeit ist durch ...gegeben. Jetzt nehme ich entweder ein Potential was plötzlich angeschaltet wird oder ein periodisches Potential. Ersteres hat die Form $V(t) = V_0 \Theta(t)$. Jetzt kann ich das einsetzen...

P: Und wenn Sie eine periodische Störung haben?

I: Dann hat mein Potential die Form $V(t) = V \exp(i\omega t) + \text{adj}(V) \exp(-i\omega t)$, d.h. ich muss einfach die Differenz der Energien in der e-Funktion ersetzen durch $E_f - E_i - \hbar\omega$.

P: Wenn ich jetzt ω gegen Null gehen lasse unterscheidet sich das aber um einen Faktor 4 von dem plötzl. Potential. Können Sie mir erklären woher das kommt?

I: Für feste Zeit hat die Übergangswahrscheinlichkeit $W(E)$ zwei Peaks bei $\pm\hbar\omega$. Normalerweise lässt sich der Mischterm der beiden Peaks vernachlässigen, da sie schnell genug abfallen. Lasse ich nun ω gegen Null gehen, kann ich die Überlagerung nicht mehr vernachlässigen und bekomme folglich einen Faktor 4.

P: Sehr gut. Kann ich Fermis goldene Regel jetzt auch für den Stark-Effekt anwenden?

I: Nein. Fermis goldene Regel (*hingeschrieben*) ist für ein diskretes Energiespektrum unphysikalisch, da ich einen Peak mit unendlicher Wahrscheinlichkeit habe. Deshalb kann ich das nur für Übergänge in ein kontinuierliches Spektrum verwenden, da hier die Delta-Funktion verschwindet.

P: Was muss genau gelten?

I: *Habe erst nicht verstanden worauf er hinaus möchte. Schließlich:* Damit wir das Spektrum als kontinuierlich annehmen können, müssen innerhalb des Peaks mehrere Energiezustände liegen.

P: Genau, sehr gut. Sagen Ihnen Landau-Levels etwas?

I: Ja. Ein Magnetfeld führt bei Teilchen zu quantisierten Energien.

P: Können Sie das zeigen?

I: *Angefangen mit einer algebraischen Lösung, analog zum harmonischen Oszillator*

P: Die Lösung hab ich mir für meine eigene Vorlesung angeschaut, mochte ich aber nicht, weil man da die Entartung nicht sieht. Kennen Sie noch eine andere?

I: Ja, ich kann den Hamiltonian durch geschicktes Substituieren auf die Form des Wasserstoffhamiltonian bringen. Dafür muss ich zunächst ein konkretes Vektorpotential wählen...

P: Okay, und was können Sie mit dieser Lösung über die Entartung sagen?

I: *Grillenzirpen*

P: Nicht schlimm, machen wir weiter. Was ist die Dirac-Gleichung in kovarianter Form?

I: *hingeschrieben*

P: Wie kopple ich elektromagnetische Felder daran an?

I: mittels minimaler Kopplung: *hingeschrieben*

P: Wie transformieren die verschiedenen Größen in der Dirac-Gleichung unter einer Lorentztransformation?

I: $x' = \Gamma x$, die Ableitung transformiert genauso. Die Gammamatrizen transformieren nicht wegen der Forminvarianz der Dirac-Gleichung. Die Wellenfunktionen transformieren wie ein Spinor, also $\Psi'(x') = S \Psi(x)$.

P: Können Sie die Bestimmungsgleichung für S herleiten?

I: *hergeleitet*

P: Was passiert jetzt für kleine Energien?

I: Für kleine Energien kann ich die Dirac-Gleichung in erster Ordnung v/c entwickeln und komme auf die Pauli-Gleichung

P: Wie ändert sich diese bei Antiteilchen?

I: Ich muss die Masse durch die negative Masse ersetzen.

P: Eine negative Masse ist aber nicht besonders physikalisch, wie kann ich das noch interpretieren?

I: Ich kann den Impuls, die Ladung und den Spin umdrehen und bekomme dann eine Gleichung mit positiver Masse, die äquivalent ist.

P: Genau: Was können Sie mir zum Landé-Faktor sagen?

I: Das gyromagnetische Verhältnis vom Spin ist um einen Faktor 2 größer, als klassisch erwartet, man erhält durch die Entwicklung nämlich $\gamma_s = e/mc$.

P: Was erhalten Sie für den Drehimpuls? Können Sie das aus der Pauli-Gleichung herleiten?

I: Ich wähle $A = -1/2(r \times B)$, sodass $[A, p] = 0$ und multipliziere aus. Dann komme ich auf $e/2mc B \cdot L$.

Das gyromagnetische Verhältnis vom Spin ist also genau um einen Faktor 2 größer.

P: Genau. Machen wir weiter mit statistischer Physik. Was wissen Sie über die Landau-Theorie?

I: Mit der Landau-Theorie lassen sich Phasenübergänge beschreiben. Die Idee dabei ist, dass ich mein thermodynamisches Potential in Potenzen des Ordnungsparameters ϕ entwickeln kann. Der Ordnungsparameter ist oberhalb der kritischen Temperatur Null und unterhalb ungleich Null. Da das Potential symmetrisch sein soll unter der Transformation $\phi \rightarrow -\phi$ und $\pi \rightarrow -\pi$ mit der konjugierten Kraft π , dürfen nur gerade Potenzen von ϕ und π auftreten. *Dann Funktional hingeschrieben: $G = \dots$ *

- P: Warum verwenden Sie jetzt den Buchstaben G?
- I: Weil das äußere Feld konstant ist und deshalb die Freie Enthalpie die richtige Größe ist.
- P: Okay, das akzeptiere ich. Aber ist das jetzt schon die Freie Enthalpie?
- I: Nein, das ist ein Funktional. Das Minimum davon entspricht der Freien Enthalpie.
- P: Sagen Ihnen kritische Exponenten etwas?
- I: Ja. Die kritischen Exponenten geben wichtige Abhängigkeiten an. *Definitionen und Werte einiger Exponenten hingeschrieben*.
- P: Sind die Werte der kritischen Exponenten immer gleich?
- I: *ich stottere etwas herum, aber nichts richtiges*
- P: Gilt denn die Landau-Theorie immer?
- I: Nein. In drei Dimensionen gilt sie nach dem Ginzburg-Kriterium nicht mehr für Temperaturen zu nahe an der kritischen Temperatur. Die Konstante dafür ist materialspezifisch.
- P: Warum?
- I: Weil die Fluktuationen des Ordnungsparameters um die kritische Temperatur herum zu groß werden.
- P: Genau. Wissen Sie auch, wie man den Phasenübergang in dem Bereich beschreiben kann in dem die Landau zusammenbricht?
- I: Nein.
- P: Okay, nicht schlimm. Dafür gibt es weiterführende Theorien mit abweichenden kritischen Exponenten. Wofür ist der Gradient-Term im Funktional wichtig?
- I: Den brauche ich entweder, wenn die konjugierte Kraft inhomogen ist, oder wenn ich die Korrelationslänge berechnen möchte. Beim letzterem linearisiere ich das Potential und setze das in die Euler-Lagrange-Gleichung ein.
- P: Wie verhält sich die Korrelationslänge in Abhängigkeit der Temperatur?
- I: *erneutes Grillenzirpen*
- P: Okay, also sie divergiert bei der kritischen Temperatur. Was ist jetzt die Ordnung des Phasenübergangs?
- I: 3 nach der Ehrenfestklassifikation, da die Wärmekapazität nicht stetig differenzierbar ist, 2 nach der Landauklassifikation, da der Ordnungsparameter stetig aber die Ableitung des Ordnungsparameters unstetig ist.
- P: Kommen wir zum letzten Thema: Was passiert bei der Bose-Einstein-Kondensation?
- I: Dabei wird der Grundzustand eines Bose-Gases makroskopisch besetzt.
- P: Was ist hierbei der Ordnungsparameter?
- I: Die relative Besetzungszahl des Grundzustands n_0/n
- P: Können Sie die skizzieren?
- I: *skizziert*
- P: Sie wollen jetzt die Besetzungszahl des Grundzustandes oberhalb der kritischen Temperatur berechnen. Wie tun Sie das?
- I: Dafür brauche ich das chemische Potential
- P: Wie bekommen Sie das?
- I: Indem ich das Integral für die Teilchenzahl *hingeschrieben* invertiere, um auf einen Ausdruck für μ zu kommen.
- P: Welche Rolle spielt das Integral jetzt bei der Bose-Einstein-Kondensation?
- I: Wenn das Integral konvergiert, dann tritt BEK auf, sonst nicht.
- P: Welches chemische Potential nutzen Sie dabei?
- I: $\mu = 0$, um die Bose-Funktion nach oben abzuschätzen.
- P: Sehr gut. Bitte gehen Sie kurz vor die Tür.