Zur Vorbereitung

Absprache mit Prüferln über folgende Themengebiete: keine

Absprache mit Prüferln über Literatur/Skripte: keine

Welche Vorlesung der Prüferln hast Du gehört? keine

Verwendete Literatur/Skripte: Theo D: eigener Mitschrieb gehört bei Prof. Klinkhamer

Theo E: Steinhauser Skript

Theo F: Folien

Schwabl QM 1+2 und statistische Physik

Dauer der Vorbereitung: 5 Wochen, im Schnitt ca. 4-5h pro Tag. Am Anfang sehr intensiv egen Ende weniger.

Art der Vorbereitung: Größtenteils alleine, bei Fragen an Kommilitonis gewendet. Ab der 3. Woche regelmäige Protokollabfrage.

Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Diese Themen müssen sitzen: Zeitabhängige ST, Wasserstoffatom, Stark Effekt, Zeeman Effekt, Dirac und Pauli, Dichtematrizen, Besetzungszahldarstellung, BEK

Dieses Thema ist nicht wirklich relevant: Streutheorie

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Teilweise durfte ich selbst erzählen, meistens wurde ich aber unterbrochen, wenn es nicht auf genau das herauslief, was er gerne sehen wollte. Des Öfteren hat er tiefer nachgebohrt, was mich einige Male ins Schwitzen gebracht hat. Hier hat er versucht mir die Nervosität zu nehmen.

Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Gibt Hilfestellungen, bis dass es klappt. Einmal hat er sogar selbst die Lösung erklärt. Ist überhaupt nicht schlimm, wenn man etwas (neben den Grundlagen) nicht auf Anhieb hinbekommt. Hauptsache das Grundverständnis ist da.

Kommentar zur Prüfung: Sehr angenehm und weiter zu empfehlen.

Kommentar zur Benotung: 1,0 besser als erwartet. Sein Kommentar: Sie haben gut gelernt und gezeigt, dass Sie mit genügend Zeit auch die tiefergehenden Fragen beantworten können.

Die Schwierigkeit der Prüfung: Allgemein ruhig zu bleiben und zu verstehen, auf was er hinauswill.

Die Fragen

P: Prüfer

I: Ich

Außerdem, um übersichtlicher zu schreiben: h=h_quer und b= beta

- P: Schreiben Sie die zeitabhängige Schrödingergleichung auf.
- I: ih d/dt |Psi> = H |Psi>. Dabei ist |Psi> der Zustandsvektor meines Teilchens im Hilbertraum und H ist der Hamiltonoperator. Dieser hat die Eigenschaften, dass er hermitesch ist und dadurch reelle Eigenwerte besitzt. Diese sind dann meine physikalischen Messgrößen.
- P: Hermitesch, was ist das?
- I: Das bedeutet H = H_dagger = (H*)T, also komplex konjugiert und transponiert.
- P: Wenn Sie jetzt einen zeitunabhängigen Hamiltonoperator haben, was können Sie machen?
- I: Ich mache einen Separationsansatz für die Wellenfunktion Phi(r,t)=exp(-iEt/h)*Psi(r). Dies in die Schrödingergleichung eingesetzt ergibt die stationäre SG H*Psi(r) = E*Psi(r).
- P: Und was ist hier mein Psi? ...
- I: Er hat hier ein paar Fragen gestellt, die mich ein bisschen verwirrt haben. Schlussendlich ging es darum, dass Psi nicht unbedingt die Eigenfunktionen meines Hamiltons sind. Man kann aber ein allgemei Psi natürlich in Eigenfunktionen |n> von H entwickeln, das habe ich allgemein erstmal hingeschrieben: |Psi> = Summe_n |n><n|Psi> = Summe_n |n><n|Psi> = Summe_n |n>.
- P: und wenn mein Psi jetzt von der Zeit abhängt?
- I: Dann nehme ich den Zeitentwicklungsoperator. Mit U(t,0) = exp(-iHt/h) und der Zeitentwicklung meines Zustands |Psi,t> = U(t,0)|Psi,0> angewandt auf meine Entwicklung in Eigenzuständen des Hamiltons erhalte ich dann: |Psi,t> = Summe_n exp(-iE_nt/h) |n><n|Psi> = Summe_n c_n exp(-iE_nt/h) |n>. (Bevor ich diese schöne Antwort erläutert habe, habe ich zuerst einfach den Term exp(-iEt/h) in meine Entwicklung reinges Da hier aber statt E_n ein E steht war er damit gar nicht zufrieden und hat nachgehakt, wo das herkommt. Habe den Fehler dann selber bemerkt).
- P: Was haben Wellenpakete hiermit zu tun?
- I: Ebene Wellen sind oft meine Eigenfunktionen des Hamiltons. Die sind nicht normiert, aber die Überlage meiner Lösung ist auch wieder eine Lösung. Deswegen werden Wellenpakete konstruiert. (Wellenpaket hinges Psi = Int d^3k/(2pi h)^3/2 g(k) exp(i(kr-w_kt))
- P: Wenn ich im Ortsraum die Geschwindigkeit v_0 und die Breite Dx und das Maximum bei x_0 habe, was kann ich dann über g(k) aussagen? Es gibt 3 Aussagen.
- I: Das hat etwas gedauert, bis ich alle hatte. Zum einen: $v_gr = d$ omega/dk also $v_0 = d$ omega/dk| k_0 . Dann Breite Dk ~ 1/Dx (aus Prinzip der stationären Phase). Das dritte war irgendwas mit k_0
- P: Gut, machen wir weiter mit dem Wasserstoffatom.
- I: Wasserstoffhamilton hingeschrieben: $H = p^2/(2mu) Ze^2/(4*pi*epsilon_0*r)$. mu ist hierbei meine reduzierte Masse und der hintere Term mein Coulombpotential.
- P: Und Z ist gleich 1.
- I: Ja genau, \bar{Z} ist die Kernladung, die ist beim Wasserstoffatom gerade 1.
- P: Wie sehen hier jetzt die Wellen/Eigenfunktionen aus?
- I: Da wir uns in einem Zentralpotential befinden haben wir ein rotationssymmetrisches Problem, deshalb nehmen wir einen Separationsansatz für die Eigenfunktionen des Hamiltons: Psi = R_nl (r)*Y_lm (theta,phi Mit den Kugelflächenfunktionen als Eigenfunktionen des Drehimpulses, da unser Drehimpuls eine Erhaltungsist.
- P: Und was ist noch erhalten?
- I: H ist eine Erhaltungsgröße (wegen der Zeittranslationsinvarianz ist die Energie erhalten) und der Drehimpuls L ist eine Erhaltungsgröße.
- P: Jede Komponente des Drehimpulses?
- I: Ja, jede Komponente. Aber da wir ja ein vSkO (Vollständiges System kommutierender Observabler) woller um unsere Zustände mit geeigneten Quantenzahlen beschreiben zu können brauchen wir eben Operatoren, die miteinander vertauschen. Und die Drehimpulskomponenten tun dies nicht. Deswegen nehmen wir H, L^2 und L_z als vSkO. L_x würde aber genauso gehen, wenn wir das lieber hätten. (Hier hat er explizit nochmanach dem vSkO gefragt, weil er es beim ersten Mal vermutlich akustisch nicht verstanden habe. Dann habe ich es schnell noch an die Tafel geschrieben und er war zufrieden).
- P: Gut, gehen wir zum Stark Effekt für (kurz überlegt) n=2.
- I: Ok, da haben wir ein Störpotential der Form V= -Epsilon*ez mit der elektrischen Feldstärke Epsilon. Und jetzt schauen wir uns das Problem in der Störungstheorie an.
- P: Welche Art von Störungstheorie?
- I: Entartete zeitunabhängige Störungstheorie. Dafür muss ich später eine Matrix diagonalisieren, weshalt ich nun zuerst die Auswahlregeln herleite, weil die meisten Einträge dieser Matrix null werden. Wollen Sie die Herleitung der Auswahlregeln sehen?
- P: Ja bitte!
- I: Zuerst nehmen wir den Kommutator $[L_z,z]=0$ und setzen diesen ein in das allgemeine Matrixelement (mit meinen vom Wasserstoffproblem bekannten Eigenzuständen $|nlm\rangle$): $\langle nlm|[L_z,z]|n'l'm'\rangle = 0 = h(m-m') \langle nlm|z|n'l'm'\rangle$. Das erhält man, wenn man den Kommutator ausschreibt und den hermitschen L_z Operator auf die Eigenzustände wirken lässt. Da es für alle Zustände =0 sein muss ist die allgemeine Lösung gerade m=m'. Für die zweite Auswahlregel benötigen wir die Parität, wobei $P^2=1$ und PY_{lm} (theta, phi)

- = (-1)^1 Y_lm (theta, phi). Nun gilt $\langle nlm|z|n'l'm'\rangle = \langle nlm|P^2z|n'l'm'\rangle = (-1) \langle nlm|PzP|n'l'm'\rangle = (-1)^($ Koeffizientenvergleich ergibt l'+l muss gerade sein und die Lösung ist gerade l'=1+-1.
- P: Ok, und was bringt uns das jetzt?
- I: Jetzt sehen wir direkt dass bei n=2 im Starkeffekt lediglich die Matrixelemente <200|z|210> = V_0
- = <210|z|200> ungleich null sind. Jetzt stellen wir unsere Eigenwertgleichung auf um die neuen Eigenzust nach der Störung zu sehen (0 V_0 0 0, V_0 0 0 0, 0, 0) (c1, c2, c3, c4)^T = delta E (c1, c2, c3, c4)^T.
- P: Welche Zustände erhalten wir daraus und mit welchen Energiekorrekturen?
- I: Zustände |21+-1> haben eine Korrektur von 0, d.h. da müsste man noch die zweite Ordnung betrachten. Dann gibt es noch zwei Mischzustände mit 1/sqrt(2) (|200> +- |210>) und einer Energiekorrektur von +-V_0.
- P: Sehr gut, was würde jetzt passieren, wenn ich mich im Zustand |200> befinde und plötzlich ein Potenti anschalte wie beim Stark Effekt?
- I: Dann könnte ich mit der Sudden Approximation arbeiten (grob erläutert, was darunter verstanden wird: t_Störung « t_AnpassungSystem und außerdem ist zum Zeitpunkt t=0 das gestörte System noch in Eigenfunkt: des ungestörten Systems). Dabei gilt für mein neues |Psi_neu> = Summe_n exp(-iE_nt/h) |n><n|Psi_0>.
- P: Aha und was ist hier mein |n>?
- I: Erstmal falsch geantwortet mit: meine Eigenfunktionen des Ungestörten Systems. Nach kritischem Nachfidirekt korrigiert zu: das sind ja meine Eigenfunktionen nach der Störung, also genau die, die ich oben berechnet habe mit meinen zwei Mischzuständen. Und das |Psi_0> ist hier jetzt der gegebene Zustand |200>, deswegen oszilliert das dann zwischen den Zuständen |200> und |210>.
- P: Was würde ich jetzt mit Fermis Goldener Regel bekommen, bzw. kann ich das auch mit Fermis Goldener Regel berechnen?
- I: Also ich schreibe die erstmal hin: Rate_nm = $2*pi/h * Delta(En-Em) | < n|V|m > |^2$. Und da sehe ich, dass ich da auch mein Übergangsmatrixelement ausrechnen muss, aber ich finde das nicht so sinnvoll, da Fermis Goldene Regel ja für Übergänge ins Kontinuum gilt und nicht für diskrete Zustände, wie wir es hier beim Stark Effekt haben.
- P: Da haben Sie natürlich Recht (hat noch etwas anderes gesagt, was ich nicht verstanden habe... dann ist er einen Schritt rückwärts gegangen und wollte die Zeitabhängige Störungstheorie sehen. Hier hat er aber etwas gesagt wie Zeitentwicklungsoperator und Dyson Reihe, deswegen dachte, dass ich erstmal den Zeitentwicklungsoperator herleiten soll.)
- I: Also ich leite jetzt den Zeitentwicklungsoperator her... angefangen und wurde gleich unterbrochen.
- P: Aber wieso? Ich möchte, dass Sie jetzt ein Problem betrachten mit $H = H_0 + V(t)$.
- I: Alles klar, dann habe ich das falsch verstanden. Gut dann mache ich die zeitabhängige ST. Dafür wechsle ich ins WW-Bild mit $|Psi,t>_I = exp (i H_0t/h)|Psi,t>_S und V(t)_I = exp (i H_0t/h) V(t)_S exp (-i H_0t/h). Hier hatte ich in der Zustandsdefinition zuerst ein zu viel, da hat er mich gleich darauf hingewiesen und erklärt, warum das ja nicht stimmen kann... Für die Schrödingergleichung im WW-Bild ergibt sich dann: ih d/dt <math>|Psi,t>_I = V_I|Psi,t>_I$. Das kann ich als in Integralform schreiben, iterativ immer wieder in sich selbst einsetzen und komme so auf die Dyson Reihe (die habe ich nur vom Zeitentwicklungsoperator gekannt, ist aber analog zu erklären und auch ein Zeitordnungsoperator wird gebraucht, da die V(t) zu verschiedenen Zeiten nicht miteinander vertauschen!).
- P: Hier haben Sie ja einen Faktor 1/n! stehen, geht das auch ohne?
- I: Kurz verwirrt, dann aber kapiert. Ja, der Faktor 1/n! erhält man gerade, wenn die Integralgrenzen angepasst werden. Wenn alle Grenzen von t_0 bis t laufen sollen statt wie zuvor Int_t0_t dt1 * Int_t0_t1 dt2 usw. braucht man diesen Faktor. Ist aber nicht notwendig, wenn man die Grenzen wie zuvor von t0 bis t/t1/t2... laufen lässt.
- P: 0k, jetzt dürfen Sie bei ihrem Übergang von $P_nm = |\langle n|Psi,t\rangle|^2$ weitermachen (das hatte ich kurz zuvor schon hingeschrieben, ich weiß nicht mehr warum...)
- I: Ich gehe jetzt davon aus, dass mein System zum Zeitpunkt t=0 im Eigenzustand |m> ist und ich nach der Störung im Zustand |Psi,t> bin. Mich interessiert, ob dieser neue Zustand |Psi,t> sich in einem Eigenzustand des ungestörten Systems befindet, hier durch |n> dargestellt.
- P: Brauchen Sie hier jetzt auch den Zeitordnungsoperator T (kommt aus Dyson Reihe)?
- I: Nein, weil ich mir nur die Störungstheorie 1. Ordnung anschaue. Insgesamt habe ich dann |Psi,t> = |m> i/h Int_0_t dt' $V(t')_I |m> = |m>$ i/h Int_0_t dt' $\exp(i(En-Em)t'/h) V(t')_S |m>$ und meine Übergangswsk für m!=n ist dann gerade: $P_n = |n|Psi,t>^2 = 1/h^2 | Int_0_t dt' <math>\exp(i(En-Em)t'/h) < |V(t')|^2$.
- P: Bei Fermis Goldener Regel sieht das ja anders aus, was wird da noch gemacht?
- I: Für FGR nehmen wir ein Potential V(t) = V*theta(t), und können somit das Integral lösen.
- P: Das möchte ich bitte sehen.
- I: Hingeschrieben mit sinus, dabei omega_mn = (En-Em)/h : P_nm = $1/h^2 |\sin(omega_nm*t)/(omega_nm/2)|^2 |<n|V|m>|^2$
- P: wie sieht hier mein Matrixelement aus?
- I: ratlos
- P: Dieser sin(omega_nm*t)/(omega_nm/2), wie sieht das aus? Haben Sie das noch nie gesehen?

- I: Das habe ich mir noch nicht überlegt, aber grob könnte es so aussehen (habe dann ein Bildchen, dass ich bei der Sinc-Funktion oder Delta-Funktion auf Wikipedia gesehen habe hingezeichnet). X-Achse: omega Y-Achse: sin(omega_nm*t). Ein höherer Peak bei 0 und kleinere Nebenmaxima nach außen. Dabei war meine Funktion erst auch noch im negativen, das hat er korrigiert (es darf nur positiv sein, die Minimas liegen aber alle auf 0).
- P: Und wieso kann ich jetzt meine sinus-Funktion in delta Funktionen nähern? Wie muss dafür mein Kontinu aussehen?
- I: Da hatte ich große Schwierigkeiten, sollte dann die Zustände in das Diagramm einzeichen. Die Antwort mit seiner Hilfe lautet: die Breite des Mittleren Peaks bei O Delta E muss größer sein als die Abstände der Zustände delta E, damit es im Kontinuum liegt. Hier hat er insgesamt mit dem Sinus noch mehr wissen wollen und stark nachgehakt, aber weiß ich nicht mehr im Detail. Am besten gut anschauen und verstehen.

P: Zwischendrin wurde noch die Frage gestellt: Was ist ein Übergang?

- I: Ein Übergang ist wenn ich mich im ungestörten Zustand |m> befinde, dann eine Störung einschalte und diese nach gewisser Zeit wieder ausschalte und dann mich im Zustand |n> befinde. Dann gab es einen Übergang von |m> auf |n>.
- P: Wir haben noch ein bisschen Zeit, schreiben Sie bitte die Dirac-Gleichung in kovarianter Form auf.
- I: (i gamma_mu d_mu -mc/h) Psi =0 die Vierervektoren erklärt und erwähnt, dass Psi ein Spinor ist.
- P: Und wenn es in einem elektromagnetischen Feld ist?
- I: dann haben wir noch minimale Kopplung. Dirac-Gleichung im em Feld hingeschrieben.
- P: Und für den relativistischen Grenzfall?
- I: Da erhalten wir die Pauli- Gleichung, auch aufgeschrieben. Hier wollte er explizit wissen, ob A ein Vektor ist und was A_mu beim em-Feld ist. Der Zusammenhang: A_mu = (Phi/c, Vektor(A)). Die dre Gleichungen standen an der Tafel und er ging zurück zur kovarianten Dirac-Gleichung.
- P: Was ist das Psi hier?
- I: ein vierkomponentiger Spinor.
- P: Vierkomponenten? Was ist der Unterschied also zu einem Viererverktor?
- I: Dreht man einen Vektor um 2pi, ist er wieder wie in der Ausgangslage. Dreht man jede Komponente des Spinors um 2pi, hat der Spinor sich gerade nur um pi gedreht.
- P: Ja das stimmt auch, aber ganz konkret, wie unterscheiden sich die beiden unter Lorentztransformation I: Ahh, also Spinoren transformieren folgendermaßen Psi'(x') = S(lambda)Psi(x) und Vektoren genügen der einfachen Lorentztransformation x'^mu = lambda_nu_mu x^nu.
- P: Genau und wie ist die Bestimmungsgleichung für S(lambda). Sie müssen es nicht herleiten, eine Erläute reicht.
- I: Erzählt, dass die gamma Matritzen nicht transformieren, alles andere aber gemäß der Definition einges wird. Damit die transformierte Gleichung forminvariant ist (also wieder gleich aussieht wie die normale, nur mit Strichen), muss S(lambda) eben gewisse Zusatzterme "kompensieren".
- P: Und bei Pauli, wo sehe ich da den gyromagnetischen Faktor?
- I: Der steht im Term -eh/(2mc)*B*sigma versteckt, da s=h/2*sigma. Wenn ich in den Term den Vektor s schreibe, steht gerade ein Faktor 2 noch mit dabei.
- P: Und was ist das Besondere daran? Was ist die erstaunliche Leistung?
- I: Dass das bisher eben noch keine Gleichung geschafft hat, den gyromagnetischen Faktor 2 in einer Gleichung einfach so zu erhalten.
- P: Das stimmt auch, aber wenn da jetzt ein Drehimpuls stehen würde?
- I: Dann wäre kein Faktor 2 davor.
- P: Genau, also nur weil hier ein Spin beschrieben wird kommt ein Faktor 2 heraus, das ist erstaunlich, weil beim Drehimpuls hat man das nicht erhalten! (da habe ich ein bisschen gebraucht um zu verstehen, auf was er hinaus will...)
- P: Gut machen wir weiter mit statistischer Physik. Wie sind denn die Dichtematrix in kanonischer und großkanonischer Form.
- I: Kanonische Dichtematrix: $rho_K = 1/Z_N exp(-bH)$ und großkanonische Dichtematrix $rho_G = 1/Z_G exp(-bH)$ Z sind die Zustandssummen. Bei kanonischen ist die Temperatur T vorgegeben aber Energieaustausche. Beim großkanonischen Ensemble ist die Temperatur T und chemisches Potential mu gegeben, aber es passiert Energieaustausch und Teilchenaustausch.
- P: Schreiben Sie noch die Zustandssummen auf.
- I: $Z_N = Summe_n \exp(-bE_n)$ und $Z_G = Summe_n \exp(-b(E_n mu*N_n))$. Dabei wird über die Mikrozustände n summiert.
- P: Ok, links (bei den Dichtematrizen) haben Sie das ganze ja in Zustandsform (oder so ähnlich?) geschrie können Sie das jetzt mit den Zustandssummen auch machen, etwas mit einer Spur?
- I: Hier habe ich lange gebraucht und viele Hilfestellungen benötigt. Lösung war Z_N = tr (exp(-bH)).
- P: Ok, dann noch Bosegas. Wie sieht die mittlere Besetzungszahl aus und wie kommt man darauf?
- I: Dafür schreiben wir die Großkanonische Zustandssumme in Einteilchenzustände lambda = 1 um, mit Z_G = $Summe_Besetzungszahl(n_1) exp(-b Summe_l n_l (E_l - mu)) = Pi_l (Summe_nl_0_inf exp(-b nl (El-mu))$
-) = Pi_l 1/(1-exp(-b(El-mu)). E_l sind die Energien der Einteilchenzustände. Bose-Funktion habe ich auch noch hingeschrieben.

- P: Wie sieht das großkanonische Potential aus? Und der Teilchenzahloperator daraus?
- I: $Omega = -k_B T ln (Z_G) und N = dOmega/dmu$
- P: und wie kann ich N noch ausdrücken? Hatten Sie schonmal an der Tafel stehen.
- I: Da ich es noch nicht an der Tafel hatte war ich kurz verwirrt. Die Lösung war glaube ich N= Summe_1 n_Bose (E_1).
- P: Wie viele Zustände hätte ich für Bosonen Spin $\frac{1}{2}$?
- I: Mmmmh, war stark irritiert.
- P: Lacht, da müssen Sie sagen: Sie sind dumm Herr Professor. Es gibt keine Bosonen mit halbzahligem Spin (das ist mir durchaus aufgefallen, war aber von der Frage insgesamt überrumpelt). Ok sagen wir Spin 1.
- I: Dann haben wir zwei Möglichkeiten, Spin up und Spin down.
- P: Nein, das stimmt für halbzahligen Spin.
- I: Ich habe dann nach ein bisschen reden (2s+1) an die Tafel geschrieben und komme damit auf 3. War zum Glück richtig.
- P: Was ist Bose-Einstein-Kondensation?
- I: Makroskopische Besetzung des Grundzustands. Wenn das Integral konvergiert ist der Beitrag des Grundzunicht mehr vernachlässigbar und wir haben BEK. N = z/(1-z) + V Int dE nu(E) n_Bose (E). Dabei geht mu gegen 0.
- P: Letzte Frage: Gibt es BEK für E proportional zu p^4?
- I: Dafür berechne ich die Zustandsdichte nu(E) = Int d^3p/(2pi h)^3 delta (E-Ep) = d/dE Int d^3p/(2pi h)^3 Theta (E-Ep) = d/dE p^3/(2pi h)^3 mit E=p^(1/4) folgt mu(E) proportional zu E^(-1/4). Damit konverg das Integral und es gibt keine BEK.