

Fach: Theoretische Physik

PrüferIn: Shnirman

BP NP SF EF NF LA

Datum: 02. September 2020

Fachsemester: 8

Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, Theo E, Theo Fa, Theo Fb

Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Keine

Zur Vorbereitung

Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: Keine

Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: Keine

Verwendete Literatur/Skripte: TheoD und E: Skript von Melnikov, und Kleinigkeiten auch aus anderen Skripten und viel aus Nolting QMI/II, Schwabl QMI/II, Cohen-Tannoudji QMI/II.

für Teilchen auf Ring mit Solenoid: Griffiths QM.

TheoF: Skripte/Aufschrieb von Prof. Mirlin, Prof. Schön, Prof. Shnirman. bisschen auch was aus dem Fließbach und aus dem Internet

Dauer der Vorbereitung: 5-6 Wochen mit Pausen und ab der 2. Woche erst intensiv.

Art der Vorbereitung: Themengebiete in unterschiedlicher Literatur gelesen und Zusammengefasst. die Letzte Woche Altprotokolle durchgelesen und abfragen lassen

Allgemeine Tips zur Vorbereitung: Lest euch erst die Protokolle mal durch um eine Übersicht zu bekommen, er fragt manche Themen immer ab, andere muss man können falls er sie abfragt und manche Themen kommen nie dran. Es ist auch viel zum lernen, aber das Verständnis muss da sein und wenn die Herleitung mal nicht mehr so ganz sitzt hilft er auch mal.

Zur Prüfung

Wie verlief die Prüfung? Ich war sehr nervös und er hat mich viele Fragen gestellt, die nicht typisch für ihn waren, ich hab auch selten direkt das geantwortet was er hören wollte. Ich hätte öfters einfach das Ergebnis schreiben sollen und die Herleitung bzw. zusätzliche Infos erst einbringen sollen wenn er danach fragt. Aber er hat mir immer wieder geholfen wenn ich mal was nicht ganz richtig geschrieben habe oder ich auf dem Schlauch stand.

Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Er hat geholfen, erst mal sehr indirekt dann immer direkter.

Kommentar zur Prüfung: Der Prof ist nett und gibt sich Mühe. Allerdings hatte ich selten Gefühl das geantwortet zu haben was er wissen wollte. Er will oft einfach nur das Ergebnis sehen und die Herleitung nur auf Nachfrage.

Kommentar zur Benotung: 1,3 Bin sehr zufrieden.

Die Schwierigkeit der Prüfung: Die Fragen sind nicht immer ganz Eindeutig, es ist nicht so klar auf was er raus will, er lässt einen nicht einfach mal reden sondern hat eine ganz Konkrete Vorstellung was geantwortet werden muss, manchmal will er genau ein Stichwort hören.

Die Fragen

- S: Shnirman
 I: Ich
 S: Was ist die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung?
 I: $i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle$
 S: Welche Eigenschaften hat der Hamilton-Operator H ?
 I: H ist ein linearer und Hermitescher Operator, d.h. $H = H^\dagger = (H^*)^T$
 S: Können sie beweisen das p ein solcher Operator ist?
 I: In 1D $\langle \phi | p | \psi \rangle =$ (in Ortsdarstellung) $-i\hbar \int dr (\phi(r)) \frac{d}{dr} \psi(r) =$ (part. Integration) $-i\hbar (\phi \psi) - \int dr (\frac{d}{dr} \phi(r)) \psi(r)$. Nun verschwindet der erste Term $[\phi \psi] =$
 S: (unterbricht mich) Wieso ist das so?
 I: (Ich hatte keine Ahnung, er hat mich dann gefragt wie ϕ und ψ normiert sind, hab ich dann aufgeschrieben $\langle \phi | \phi \rangle = 1$. Anscheinend würde diese Skalarprodukt divergieren wenn ϕ nicht normiert ist und $[\phi \psi]$ würde nicht verschwinden...habs immer noch nicht verstanden).
 S: Ok machen sie weiter.
 I: $= i\hbar \int dr (\frac{d}{dr} \phi(r)) \psi(r) = \int dr (-i\hbar \frac{d}{dr} \phi(r)) \psi(r) = \langle \phi | p^\dagger | \psi \rangle$
 S: Ok, schreiben sie mal den Hamilton des Wasserstoff-Atoms.
 I: In Relativkoordinaten?
 S: Ja das ist ok.
 I: $H = \frac{p_S^2}{2m} + \frac{p_r^2}{2m} - \frac{e^2}{(4\pi \epsilon_0 r)}$ (aus Schwabel QMI S.140) (hab erstmal $1/r^2$ ausversehen im Coulomb Potential geschrieben. Er hat mich dann gefragt ob ich glaub das es stimmt, hab es dann verbessert)
 S: Ok wir haben das Problem jetzt nur mit dem Proton im Ursprung sie können den ersten Term rausstreichen
 Was sind jetzt Erhaltungsgrößen und woran erkenne ich das?
 I: Zeit t steht nicht im Hamilton also ist invariant unter Zeitänderungen. Damit ist die Energieerhaltung (hab noch ausgeholt mit Noether Theorem, das wollte er aber nicht hören). Dann haben wir noch Rotationsinvarianz also ist \vec{L}^2 und L_z erhalten.
 S: Was ist L_z ?
 I: Das sind die einzelnen Komponenten des Drehimpulses.
 S: Und die sind alle erhalten? (Da wollte er mich testen)
 I: Ja die sind alle erhalten.
 S: Woran sehe ich, dass ein Operator erhalten ist?
 I: $[H, A] = 0$
 S: Genauer.
 I: Es gibt das Ehrenfest-Theorem $i\hbar \frac{d}{dt} \langle A \rangle = -\langle [H, A] \rangle + i\hbar \langle \frac{\partial A}{\partial t} \rangle$. Wenn das 0 ergibt ist der Operator bzw. der Eigenwert des Operator erhalten.
 S: Ja genau streichen sie mal das hintere weg, wir haben keine direkte Abhängigkeit von t in unserem Fall, das wird 0. Was sehen wir dann?
 I: Wenn der Kommutator $[H, A] = 0$ wird dann ist die Zeitableitung 0 und unser Operator ist erhalten.
 S: Richtig. Können wir das jetzt auch ohne die Erwartungswerte schreiben?
 I: Ja im Heisenbergbild gibt es die Heisenberg-Gleichung, die sieht genauso aus nur ohne Erwartungswerte
 S: Ok, was ist unser Spektrum von unserem Wasserstoff-Problem?
 I: $E_n = -E_R/n^2$ wobei E_R die Rydbergenergie $\sim 13,6\text{eV}$ ist.
 S: (Hat etwas gefragt mit L (ich weiß nicht mehr genau was), dann hab ich ausgeholt und erklären wollen das die Eigenzustände durch $|nlm\rangle$ gegeben sind, aber er hat mich immer wieder abgebrochen und am Ende wollte er hören dass E_n entartet ist.)
 S: Wie oft ist E_n entartet?
 I: Also n, l, m kann Werte von $n=1, 2, 3, \dots$, $l=0, 1, \dots, n-1$, $m=-1, \dots, l$ annehmen. Das kann man nun summieren und bekommt n^2 für die Entartung bzw. $2n^2$ wenn man den Spin noch betrachtet.
 S: Ok, man kann nun beweisen dass l ganz oder halbzahlig ist, können sie mir nun Zeigen dass m auch ganzzahlig sein muss?
 I: (Da stand ich kurz auf dem Schlauch, hab mir das nicht noch explizit angeschaut, aber wusste noch die ungefähre Beweisskizze aus der Vorlesung und er hat geholfen, ich hab viel gezögert und überlegt). Also das geht über die Leiteroperatoren $L_\pm = L_x \pm iL_y$. Nun brauch ich zuerst noch die Kommutatorrelation: $[L_i, L_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} L_k$, damit bekomme ich die Kommutatorrelation $[L_\pm, L_z] = \pm \hbar L_\pm$ (das musste ich herleiten). Jetzt will ich beweisen, dass $J_\pm |lm\rangle = a |l, m\pm 1\rangle$. Ich wende nun $J_z J_\pm |lm\rangle =$ (Kommutatorrelation benutzen) $\hbar L_z |lm\rangle + L_\pm L_z |lm\rangle = \hbar(1+m) L_z |lm\rangle$.
 S: Ok, kommen wir zu Zeitabh. Störungstheorie. Wie beschreibe ich das Problem?
 I: Ich brauch das wenn ich ein Hamilton $H = H_0 + H_1(t)$ hab den ich in einen zeitabhängigen und zeitunabhängigen Teil schreiben kann.
 S: Ok und was will ich berechnen?

I: Die Übergangswahrscheinlichkeit: $w_{nm}(t) = |\langle m | \psi(t) \rangle|^2 = |\langle m | U(t, t_0) | n \rangle|^2$ wobei $|\psi(t)\rangle = U(t, t_0) |\psi_0\rangle$ (wollte das nun noch in Eigenvektoren $|n\rangle$ von H entwickeln er hat mich dann aber unterbrochen und hat gemeint das $|\psi_0\rangle = |n\rangle$ in unserem Fall genügt.)

S: Wie sieht der Zeitentwicklungsoperator jetzt aus?

I: (Wollte es herleiten aber er wollte nur das Ergebniss sehen) $U(t, t_0) = T \exp(-i/\hbar \int_{t_0}^t H(t') dt')$

S: Was ist T ?

I: Zeitordnungsoperator. Da H zu verschiedenen Zeiten nicht kommutiert müssen wir darauf achten dass die richtig sortiert sind, die größten Zeiten stehen links die kleinsten rechts, der Zeitordnungsoperator lässt nur solche geordneten Zeiten zu.

S: Ok machen sie weiter.

I: Ok für mein Problem ist es praktisch ins Wechselwirkungsbild zu wechseln. Da ich hier in der Schrödinger nur noch den gestörten $H_1(t)$ stehen hab: $i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle_D = H_1(t)_D |\psi(t)\rangle_D$. Wenn ich hier den Zeitentwicklungsoperator berechne, dann steht auch nur noch $H_1(t)_D$ in ihm und H_0 gibt nur noch eine Phasenverschiebung.

(Dann hab ich noch hingeschrieben wie ich ins WW-Bild wechsel. Dazu mehr im Nolting oder Schwabel QMI S.188)

S: Ok betrachten wir nun einen konkreten Fall. Wir haben einen Harmonischen Oszillator mit zeitabh. Störung der Art: $H = H_0 + \lambda(t)x$. Was ist nun die Übergangswahrscheinlichkeit vom Grundzustand $|0\rangle$ in $|2\rangle$ zu wechseln.

I: (erstmal gestrauchelt, darauf war ich nicht vorbereitet, habs aber einigermaßen noch hinbekommen und er hat mir an vielen Stellen auch geholfen). $H_0 = \hbar\omega(n+1/2)$ wobei $n = a^\dagger a$. Gleichzeitig kann ich auch $x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(a^\dagger + a)$ schreiben. Nun der Zeitentwicklungsoperator ist eine Reihe und der erste Term beschreibt die Störung 1. Ordnung. Das sieht so aus $w_{02}(t)^{(1)} = 1/\hbar^2 |\langle 2 | \int_{t_0}^t dt' \exp(i/\hbar H_0 t') \lambda(t') x \exp(-i/\hbar H_0 t') | 0 \rangle|^2$ (Ich hatte den Zeitentwicklungsoperator 1. Ordnung separat stehen und er wollte nun dass ich die a^\dagger und a aus dem H_0 und dem x miteinander verrechnet und anders schreiben kann. Ich wollte schon fast die e^{\dots} als Reihe schreiben und versuchen da was zu machen, als er meinte nein viel zu kompliziert. Naja ich stand auf dem Schlauch, dann hat er gemeint wenn man den direkt auf einem Zustand anwendet dann verändert sich der Zustand. Aha ok ich hab nicht verstanden, dass er will dass ich das auf einen Zustand $|n\rangle$ anwende um was zu zeigen..., Naja er hat dann abgebrochen und mich nur eine Frage noch zu dem Thema gestellt:)

S: Reicht denn hier die erste Ordnung aus?

I: Nein, ich komm hier höchstens in $|1\rangle$ da der Aufsteigeoperator nur einzeln vorkommt. In 2. Ordnung Störungstheorie hab ich zumindest die Chance in $|2\rangle$ zu kommen da $(a^\dagger)^2$ vorkommt (da x^2 vorkommt)

S: Ok gehen wir zur statistischen Physik. Was ist die kanonische und großkanonische Dichtematrix?

I: kanonisch: $\rho = 1/Z \exp(-\beta H) = 1/Z \sum_n \exp(-\beta E_n) |n\rangle\langle n|$ großkanonisch: $\rho = 1/Z \exp(-\beta(H - \mu N)) = 1/Z \sum_n \exp(-\beta(E_n - \mu N_n)) |n\rangle\langle n|$

S: Was ist $|n\rangle$?

I: Eigenzustände von H Hamiltonoperator.

S: Sind das dann auch die Eigenzustände von N Teilchenzahloperator?

I: Das diese Gleichung so funktioniert müssen sie das sein. (dann hat er was genuschelt, also ich bin mir jetzt nicht ganz sicher ob das gestimmt hat)

S: Was ist Z ?

I: Die Zustandsumme gegeben aus: kanonisch: $Z = \sum_n \exp(-\beta E_n)$

S: Ja genau also gerade die Spur über den Hamilton-Operator. Was ist die statistische Definition von der Entropie?

I: Im Mikrokanonischen Ensemble ist es definiert als $S = k_B \ln(\Omega)$ mit Ω als Phasenraumvolumen.

S: Ok aber was ist das im kanonischen Fall?

I: (uff da war ich mir nicht sicher was sehen wollte. Hab gemeint ich kann die Freie Energie berechnen und von der dann auf die entropie schließen. Hab auch $S = -k_B \text{tr}(\rho \ln(\rho))$ geschrieben, aber das war auch nicht das richtige, er hat gemeint da ρ ein Operator ist, ist damit ja auch S ein Operator, er will was anderes sehen. Er hat dabei noch auf der Freien Energie rumgeritten:)

S: Wie ist denn die freie Energie definiert?

I: Ich kann es thermodynamisch ausdrücken als Differential $dF = -SdT - PdV + \mu dN$ (hatte erst P und V vertauscht da hat er geholfen).

S: Ja das ist zwar so aber wenn ich eine gesamt Energie hab wieso brauch ich dann eine Freie Energie?

I: (Phu das hab ich mich schon immer gefragt und tue es immer noch, er war mit keiner Antwort richtig zufrieden, aber hab sowas geantwortet:) In einem kanonischen Ensemble wird diese gerade extremal. In einem kanonischen Ensemble kommt im Vergleich zum Mikrokanonischen noch der Temperaturexaustausch hinzu also, können wir nicht mehr nur die Innere Energie U betrachten.

S: Ja egal, machen wir weiter, wie sieht die Bose-Funktion und die Fermi-Funktion aus und was bedeuten sie.

I: $n_B(E_\lambda) = 1/(\exp(\beta(E_\lambda - \mu)) + 1)$ dabei gibt das die mittlere Besetzungszahl an.

S: OK was ist dabei E_λ ?

I: Die Energie eines Zustands.

S: Mh aber wie ist das Mikroskopisch, Makroskopisch, ...?

I: (Hab zuerst Mikroskopisch, war aber nicht richtig, hab ihm dann erklärt was ich unter Mikroskopisch (Zustand verstehe) Ein Mikroskopischer Zustand beschreibt den Ort und den Impuls eines jeden Teilchens und hat somit einen festen Punkt im Phasenraum.

S: Ja genau also das ist es nicht, wir nennen das die Energie eines Einteilchenzustandes.

S: Wie ist μ für Bose-Einstein-Kondensation?

I: Für BEK ist $\mu=0$ und für größere $T>T_c$ verhält es sich quadratisch abfallend wie $\sim -(T-T_c)^2$. (hab das dann noch skizziert)

S: Gibt es BEK für alle Dispersionsrelationen, Dimensionen, p^n , ...?

I: Nein BEK gibt es nur für $\dim > 2$.

S: Das kommt aber auf die Dispersionsrelation an würde ich sagen. Wie würden sie eine Bedingung herleiten?

I: Mittlere Teilchenzahl $\langle N \rangle = \sum_i n_B(E_i)$. Nun kann ich die Summe im Kontinuum ersetzen durch ein Integral über den Phasenraum oder ein Integral über die Energie. Dabei muss ich die Bose-Funktion bei $E=0$ extra betrachten: $\langle N \rangle = n_B(0) + V \int dE \nu(E) n_B(E)$. Nun schreibe ich das noch als Dichte $\langle N \rangle / V$. Wenn nun das Integral konvergiert bekomme, dann hat das einen festen maximalen Wert das es annehmen kann, ist nun die Dichte groß genug reicht es nicht mehr aus um alle Teilchen zu "beherbergen" und sie müssen vom Term davor, der die Besetzung im Grundzustand beschreibt aufgenommen werden. Dann spricht man von einer makroskopischen Besetzung des Grundzustandes. Das geht auch auch für kleine Temperaturen da die Zustandsdichte $\nu(E) \sim T$.

S: Ok aber warum messen sie jetzt dem $n_B(0)$ vom Grundzustand so eine große Bedeutung zu? Wieso schreiben sie nicht noch das $n_B(E)$ aus dem Integral raus und "schieben" die "zu vielen" Teilchen da rein?

I: (Ich hab keine Ahnung.. Die Frage ging auch weit über das hinaus was ich wissen musste für die Prüfung er hat dann gemeint dass μ noch kleiner ist meine niedrigste Energie und dass es daher kommt.) Dann wurde ich rausgeschickt und ich hab mir die Hände vom Kreidestaub gewaschen. Nach 5min wurde ich wieder reingerufen. Ich hab eine 1,3 bekommen, es war alles gut er glaubt ich hab die Grundlagen gut verstanden, aber er habe mich nicht so viel Abfragen können in der Zeit, da ich immer so ausgeholt hab mit den Grundlagen und alles erklären wollte wo er einfach nur das Ergebnis sehen wollte. Bei den Fragen wo er eine Konkrete Anwendung sehen wollte hat es bisschen bei mir gehapert, deswegen die 1,3. Sehr nett, ich hatte gedacht ich bekomme eine schlechtere Note.