

| | | |
|--|-----------------------|-----------------|
| Fach: Theoretische Physik | | |
| PrüferIn: Shnirman | | |
| <input checked="" type="radio"/> BP <input type="radio"/> NP <input type="radio"/> SF <input type="radio"/> EF <input type="radio"/> NF <input type="radio"/> LA | Datum: 24. April 2023 | Fachsemester: 6 |
| Welche Vorlesungen wurden geprüft? Theo D, Theo E, Theo Fa | | |
| Welche Vorlesung der PrüferIn hast Du gehört? Theo D | | |

Zur Vorbereitung

| |
|--|
| Absprache mit PrüferIn über folgende Themengebiete: - |
| Absprache mit PrüferIn über Literatur/Skripte: - |
| Verwendete Literatur/Skripte: Theo D: Skript Shnirman, Schwabl QM 1 Theo E: Skript Heinrich, Schwabl QM2, Sakurai Theo Fa: Skript Garst, Skript Shnirman, Bartelmann |
| Dauer der Vorbereitung: 1 Monat Verständnis und 3-4 Wochen Protokolle. |
| Art der Vorbereitung: Zunächst alleine die ganzen Themen verständlich durcharbeiten und im kontinuierlichen Austausch mit Kommilitonen stehen um Unklarheiten zu klären. Beim Protokolle lernen viel mit sich selbst sprechen und auch Prüfungssimulationen mit den Anderen durchführen. |
| Allgemeine Tips zur Vorbereitung: In der Prüfung schreibt man auf Papier. Also muss man das Schreiben an der Tafel nicht unbedingt üben. Die Basics sollten sitzen. Dabei ist auch die Wortwahl und saubere Formulierung der Themen wichtig. Außerdem sollte man gut verstehen was man schreibt, sodass man auf Rückfragen antworten kann. Es hilft sehr sich eng an den Protokollen zu orientieren. |

Zur Prüfung

| |
|--|
| Wie verlief die Prüfung? Ziemlich entspannt. Habe mich ziemlich wohl gefühlt. Von der Frage mit der Teilchenzahl in einem bestimmten Energiezustand für Bosonen mit Spin 1 wollte er unbedingt die Antwort wissen. Das war ein bisschen blöd, weil ich absolut kein Ahnung hatte, was er da von mir wollte. Das hat mich dann auch die 1,0 gekostet. |
| Wie reagierte die PrüferIn, wenn Fragen nicht sofort beantwortet wurden? Shnirman gibt Tipps und formuliert seine Fragen um. |
| Kommentar zur Prüfung: Entspannte Atmosphäre. Es gibt genug Protokolle um sich gut vorzubereiten. |
| Kommentar zur Benotung: 1,3 |
| Die Schwierigkeit der Prüfung: Stern Gerlach Experiment. Durchschnittliche Besetzungszahl eines bestimmten Energiezustandes für ein Spin1 Teilchen in einer Dimension. |

Die Fragen

P: Prüfer
I: Ich

h=hquer

w=omega

P: Zeitabhängige Schrödingergleichung

I: getan

P: Wie bekomme ich daraus die stationäre SG?

I: Wenn der Hamiltonian zeitunabhängig ist, kann man einen Separationsansatz durchführen und erhält somit $H \Psi = E \Psi$ (Hier kam es zu dem Fehler, dass ich sagte Ψ sei Zeitunabhängig, jedoch stimme das wohl nicht, da es nur die Wellenfunktion zum Zeitpunkt t_0 sei.)

P: Wie sieht dann der Zeitentwicklungsoperator aus?

I: $U(t, t_0) = e^{-iHt/\hbar} = \sum_n e^{-iE_n t/\hbar}$.

P: Nun haben sie aber auf der Linken Seite eine Matrix und auf der rechten Seite nur eine Zahl stehen. Was fehlt da?

I: Hier hab ich etwas gebraucht um zu checken das es $U(t, t_0) = \sum_n e^{-i E_n t/\hbar} |n\rangle\langle n|$ sein muss. Hab im Zuge dessen auch die Entwicklung der stationären Lösung in Eigenzuständen $|\Psi_0\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ und damit die allgemeine Lösung der SG $|\Psi, t\rangle = \sum_n c_n e^{-i E_n t/\hbar} |n\rangle$ aufgeschrieben.

P: Was hat das jetzt mit Wellenpaketen zu tun?

I: Bei freien Teilchen ($H = p^2/2m$) ist das Problem, dass die Lösungen $|n\rangle$ Ebene Wellen sind und diese nicht normierbar sind. Die Lösungen der SG müssen aber normierbar sein, sodass sie Elemente des Hilberts sind, in diesem Fall sogar des L^2 Raums. Nun kann man die Lösung aber so schreiben, dass die Gewichtung eine konstruktive Überlagerung der einzelnen Wellen bei k_0 gibt. Habe das Integral und die Gewichtungsfunktion hingeschrieben.

P: Was ist das $w(k)$ in der Exponentialfunktion?

I: Hier habe ich gesagt dass es die Oszillationsfrequenz sei. Glaube das war nicht ganz richtig. Habe dann den Zusammenhang zwischen w und k mit $E = (\hbar k)^2/2m = \hbar w$ hingeschrieben und dann hats gepasst.

P: Wie schnell bewegt sich dieses Wellenpaket?

I: Hier habe ich die Bedingung der stationären Phase hergeleitet. Dabei hatte er ein Problem damit, dass ich sagte, dass wir unsere Phase $\Phi = kx + \alpha(k)$ um k_0 entwickeln können weil sie nur in diesem Bereich verschieden von Null ist. Genau genommen sei sie angeblich nirgends null. Die richtige Formulierung wäre gewesen, dass sie nur relevante Beiträge um k_0 hat.

Zunächst für $t=0$. Habe damit dann x_0 hergeleitet. Für $t>0$ hab ich dann noch v_g hergeleitet.

P: Bleibt das Wellenpaket so wie es ist?

I: Nein es zerfließt mit der Zeit. Dies kommt durch die zweite Ableitung der Phase (Stichwort: Dispersion)

P: Gibt es Systeme wo es nicht zerfließt?

I: Ja bei Photonen zum Beispiel. Da ist auch $v_g = v_{ph}$

P: Was wissen sie über die Unschärferelation?

I: Hier wollte ich diese für das Wellenpaket explizit herleiten. Er wollte es aber allgemein. Also habe ich die ganz allgemeine Heisenbergsche Unschärferelation hingeschrieben. Dann hat er noch gefragt wie die Standardabweichungen definiert seien. Habe ich auch hingeschrieben.

P: Und welche zwei Operatoren haben wir jetzt bei dem Wellenpaket?

I: Ort und Impuls. Die sind beide nicht gleichzeitig genau messbar.

P: Ok ich sehe sie können das. Nächstes Thema: Wasserstoff. Hamiltonian in Relativkoordinaten.

I: Hingeschrieben. Erklärt was mu ist.

P: Erhaltungsgrößen?

I: Zeittranslationsinvarianz -> Energie. Rotationsinvarianz -> Drehimpuls.

P: Mit welchem Prinzip aus der klassischen Physik hat das zu tun?

I: Noether Theorem.

P: Erhaltungsgrößen im Schrödingerbild und Heisenbergbild?

I: Ehrenfest Theorem und Heisenberg Gleichung hingeschrieben und erklärt.

P: Sind alle Komponenten des Drehimpulses gleichzeitig erhalten? (Irgendwie so war die Frage formuliert)

I: Nein. Das sieht man daran dass der Kommutator von zwei Drehimpulskomponenten nicht null ergibt, sondern der Drehimpulsalgebra folgt (habe diese hingeschrieben).

P: Was ist unser CSCO und warum?

I: H, L^2, L_z . Dieses benötigen wir, da wir für die Lösungen des SG eine Zustandsentartung erhalten. Diese kann mit einem CSCO aufgehoben werden, da die Observablen eine gemeinsame nichtentartete Eigenbasis besitzen. (Wichtig. Es geht um die Aufhebung der Zustandsentartung und nicht Energieentartung).

P: Energiespektrum des Wasserstoffs und Energieentartungsgrad?

I: Hingeschrieben

P: Wie kommt man auf den Entartungsgrad?

I: $g(n) = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^{m=l} 1$.

P: Passt. Wie kommt man überhaupt darauf, dass es Spin gibt?

I: Geschichtlich war es so, dass man mit dem Stern Gerlach Experiment den Spin entdeckt hat. Habe dann erklärt was das grob ist.

P: Wie sieht das B-Feld da aus?

I: Ich hatte keine Ahnung. Hatte mir das nicht angeschaut.

P: Wie sieht denn der Hamiltonian aus für den Spin im B Feld?

I: Aus Pauligleichung $\mu_B \vec{\sigma} \cdot \vec{B}$.

P: Also wie muss B aussehen?

I: Hatte immernoch keine Ahnung. Habe erst gesagt konstant. Dann meinte er, dass es dann keine Ablenkung gebe. Schlussendlich hat er dann gesagt, dass das B-Feld einen Gradienten in der z-Richtung haben muss, damit eine Ablenkung stattfindet.

P: Ok und wie kann ich rechnerisch sehen, dass es auch halbzahlige Drehimpulse gibt? Alleine an der Drehimpulsalgebra mein ich.

I: Er wollte auf die Rechnung aus seinem Theo D Skript hinaus, wo man erst zeigt das L+- Auf- und Absteigen sind und damit dann bestimmt wie m aussieht und daraus auf l schließen kann. Als er gesehen hat das ich die Rechnung kann, hat er nach 5 Zeilen abgebrochen.

P: Was sind Clebsch Gordan Koeffizienten?

I: Das sind Entwicklungskoeffizienten, die man bei einem Basiswechsel bei Addition von Drehimpulsen erhält. Habe die Gleichung aufgeschrieben und erklärt.

P: Was ist das Wigner Eckart Theorem?

I: Habe es Aufgeschrieben und die einzelnen Größen erklärt. Habe gesagt, dass das tolle daran ist, dass man es für alle irreduziblen sphärischen Tensoroperatoren verwenden kann und man nur ein mal die Proportionalitätskonstante berechnen muss und dann nur noch die jeweiligen CGK braucht.

(Empfehle hier: <https://www.youtube.com/watch?v=1XkZSl-1Mrc&t=17s>

und: <https://www.youtube.com/watch?v=omX2cirpXqk&t=229s>)

P: Kennen sie konkrete Anwendungen des Theorems?

I: Ja. Beispielsweise den Stark Effekt mit einem E Feld in z-Richtung. z ist in Kugelkoordinaten $\cos(\Theta)$ was gerade die Kugelflächenfunktion Y_{10} ist. Und die Kugelflächenfunktionen sind gerade irreduzible Sphärische Tensoroperatoren. Somit hängen die Auswahlregeln der Matrixelemente beim Stark Effekt direkt mit den Auswahlregeln der CGK zusammen.

P: Ok sie können das. Kommen wir zu relativistischer QM. Schreiben sie die Dirac Gleichung in Kovariante Form auf.

I: Getan mit dem durchgestrichenen Delta. Erklärt was das ist und gesagt das Psi ein vierkomponentiger Spinor ist.

P: Wie transformiert das Delta und wie der Spinor?

I: Hingeschrieben.

P: Warum hat man das S(lambda) bei der Spinortransformation? Durch welches Prinzip kommt das?

I: Das kommt aufgrund der Forminvarianz der Dirac Gleichung unter Lorentztransformationen.

P: Wie sieht die Dirac Gleichung mit einem EM Feld aus?

I: Durch minimale Kopplung erhält man: $p^\mu \rightarrow p^\mu + eA^\mu$. Dabei ist $A^\mu = (\Phi/c, \vec{A})^T$. Und damit $(p+eA-$ und A sind durchgestrichen).

P: Wie erhält man da die Pauligleichung, die sie vorhin schon stehen hatten?

I: Man betrachtet den nichtrelativistischen Grenzfall, also $v/c \ll 1$. (Habe hier nochmal die Form des Hamiltonians mit $H = c \sqrt{\alpha^2 p^2 + \beta^2 m^2 c^2} - e\phi$ hingeschrieben, wobei $\vec{p} = \vec{p} + e\vec{A}$ ist). Dann kann man für $E > 0$ den Lösungsansatz mit zwei Bispinoren wählen: $\Psi = e^{-imc^2 t/\hbar} (\psi, \chi)^T$. Dabei steht die Exponentialfunktion für den sich schnell zeitlich veränderlichen Teil und die zwei Bispinoren für den langsam veränderlichen Teil.

P: Ok. Und wo findet man den Lande Faktor?

I: Auch kurz erklärt.

P: Und was ist die große Errungenschaft von Dirac mit seiner Gleichung?

I: Habe mit Wahrscheinlichkeitsdichte angefangen. Das ist richtig, aber nicht das was er hören wollte. Habe dann gesagt, dass er der erste war, der den LandeFaktor rechnerisch begründen konnte und auch negative Energielösungen hatte die er als Antiteilchen interpretierte.

P: Kommen wir zu Theo Fa. Großkanonische Dichtematrix?

I: Aufgeschrieben und Zustandssumme aufgeschrieben.

P: Was ist ein Mikrozustand und was ist ein Einteilchenzustand und wie hängen die zusammen?

I: Das war etwas holprig. Ein Mikrozustand ist Zustand eines Vielteilchensystems. (Alle Mikrozustände sind in einem abgeschlossenem System gleichwahrscheinlich. Das hab ich nicht gesagt, aber ist mir jetzt noch eingefallen.). Ein Einteilchenzustand ist der Zustand, in dem sich ein Teilchen befinden kann (hat ihm nicht so gefallen). Ich glaube er wollte darauf hinaus, dass die Mikrozustände durch die Besetzungsausgedrückt wird. Bei Bosonen sind diese total symmetrisch.

P: Wie sieht die Bose-Einstein-Verteilung aus?

I: $n_B = 1 / (e^{\beta(e_n - \mu)} - 1)$.

P: Wenn ich mich in einer Dimension befinde, Spin 1 Teilchen habe und nun eine bestimmte Energie, sagen wir mal 5 Joule einsetze und für $n_B = 5.5$ herauskommt, wie viele Teilchen befinden sich dann in diesem Zustand?

I: Ich hatte absolut keine Ahnung. Er hat versucht mir zu helfen, aber hoffnungslos. Die Erklärung wäre die, dass man dreifache Entartung hat wegen $(2s+1)$, dann noch zweifache Entartung wegen Impuls nach links und Impuls nach rechts. In Summe wäre das dann $5.5 \cdot 3 \cdot 2 = 33$.

P: Wie sieht die mittlere Teilchenzahl aus bei einem Bose gas.

I: $N = (2s+1) \int_0^\infty \nu(e) n_B$.

P: Was ist BEK und wann tritt es auf?

I: BEK ist die makroskopische Besetzung des Grundzustandes. Um das untersuchen zu können muss man den fall $e=0$ aus dem Integral herausholen und separat betrachten, da er sonst verloren gehen würde. Es ergibt sich $N = N_0 + \int_0^\infty \nu(e) n_B$. Nun ist wichtig, dass das Integral konvergiert.

P: Ok. Wie sieht μ in Abhängigkeit von T aus?

I: Habe es aufgezeichnet mit $\mu \sim (T-T_c)^2$.

P: Wie sieht das bei hohen Temperaturen aus?

I: Wusste ich nicht. Ist wohl logarithmisch.

P: Wie sieht das beim Fermi Gas aus?

I: Habe bisschen gehadert, aber wusste dass es $\mu \sim -T^2$ ist und habs ungefähr hingezeichnet.