Moderne Theoretische Physik II
(Quantenmechanik II und Statistik)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. Matthias Steinhauser, Dr. Daniel Stremmer

WS 25/26 – Blatt 1 Besprechung: 04.11.2025

Aufgabe 1: Harmonischer Oszillator

Gehen Sie aus vom eindimensionalen harmonischen Oszillator als ungestörtem System:

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

a) Berechnen Sie Die Korrekturen zu den Energieniveaus in erster und zweiter Ordnung Störungstheorie für die Störung

$$H_1 = \lambda_1 x.$$

Vergleichen Sie mit der exakten Lösung.

b) Wiederholen Sie Aufgabenteil a) für die Störung

$$H_2 = \lambda_2 x^2.$$

c) Berechnen Sie die Korrektur zur Grundzustandsenergie in erster und zweiter Ordnung Störungstheorie für die Störung

$$H_3 = \lambda_3 x^4.$$

Aufgabe 2: Zwei-Niveau-System

Gegeben sei der folgende Hamiltonoperator, welcher ein Zwei-Niveau beschreibt:

$$H = H_0 + H',$$

wobei

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \qquad \text{mit} \qquad E_1 \neq E_2$$

und

$$H' = \begin{pmatrix} 0 & V \\ V & 0 \end{pmatrix}.$$

Betrachten Sie H' als Störung zu H_0 und berechnen Sie in niedrigster nicht verschwindender Ordnung Störungstheorie die Energieeigenwerte von H. Was passiert im entarteten Fall $E_1 = E_2$?

Aufgabe 3: Wasserstoffatom

Betrachten Sie ein Elektron gebunden im Potential eines Wasserstoffatoms, das durch folgenden Hamiltonoperator beschrieben wird:

$$H = H_0 + \frac{e^2}{2m^2c^2}\frac{\vec{L}\cdot\vec{S}}{r^3}\,,$$

wobei H_0 gegeben ist durch

$$H_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{r},$$

und der $\vec{L}\cdot\vec{S}$-Term die Spin-Bahn Kopplung beschreibt.

Betrachten Sie den $\vec{L}\cdot\vec{S}$-Term als Störung und berechnen Sie die Korrektur zur Eigenenergie in erster Ordnung Störungsrechnung. Verwenden Sie dazu die ungestörten Eigenfunktionen in der Basis, die durch $|j, m_j, l, s\rangle$ gegeben ist. Dabei sind $\hbar^2 j(j+1), \hbar^2 l(l+1)$ und $\hbar^2 s(s+1)$ die Eigenwerte der Quadrate des Gesamtdrehimpuls, des Bahndrehimpuls und des Spins. $\hbar m_j$ ist der Eigenwert von J_z.

a) Betrachten Sie zunächst nur den Winkelanteil der Störterms. In wieviele Niveaus spalten sich die Energien E_n für $n = 1, 2, 3$ auf?

b) Betrachten Sie nun auch die r-Abhängigkeit des Störterms. Wie lautet die Korrektur erster Ordnung zu E_n aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung?
Bei der Berechung des Matrixelements bietet es sich an, eine Unterscheidung zwischen $l = 0$ und $l \neq 0$ vorzunehmen.
Für den Radialanteil benötigen Sie das Matrixelement $\langle n, l|\frac{1}{r^3}|n, l\rangle$. Falls es Ihnen nicht gelingt eine geschlossene Formel für beliebiges n herzuleiten, ist es ausreichend, die Fälle für $n \leq 3$ explizit zu betrachten.
