

# Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II und Statistik)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. Matthias Steinhauser, Dr. Daniel Stremmer

WS 25/26 – Blatt 12

Abgabe: 06.02.2026, 11:30 Uhr; Besprechung: 10.02.2026

---

## Aufgabe 1: Entropie eines Spinsystems

Betrachten Sie ein System von  $N$  Spin-1/2-Teilchen ohne Wechselwirkung untereinander. Berechnen Sie die Entropie im kanonischen Ensemble mit Hilfe der Formel  $S_{kan} = -k \sum_i w_i \ln w_i$  und vergleichen Sie mit  $S = -(\partial F / \partial T)_B$  (vgl. Vorlesung).

---

## Aufgabe 2: System von Oszillatoren ( $2 + 2 = 4$ )

Wir betrachten ein System von  $N$  quantenmechanischen Oszillatoren, mit Frequenzen  $\omega_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ). Die Energieniveaus eines Oszillators sind gegeben durch  $(n + 1/2)\hbar\omega_i$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

- Berechnen Sie die Zustandssumme für dieses System im kanonischen Ensemble.
  - Berechnen Sie die freie Energie, die mittlere Energie und die spezifische Wärmekapazität.
- 

## Aufgabe 3: Magnetisches Moment für allgemeinen Spin ( $2 + 2 + 1 + 1 = 6$ )

Betrachten Sie ein System von  $N$  Teilchen mit einem allgemeinen Drehimpuls  $\vec{J}$  mit der Quantenzahl  $J$  ohne Wechselwirkung in einem homogenen äußeren Magnetfeld entlang der  $z$ -Achse. Der Einteilchenhamiltonoperator ist gegeben durch

$$H = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \quad \text{mit} \quad \vec{\mu} = -g\mu_B \vec{J} / \hbar.$$

- Bestimmen Sie die kanonische 1-Teilchen-Zustandssumme  $Z_1$ .
- Zeigen Sie, dass der Erwartungswert  $\langle \mu_z \rangle$  von einem Teilchen geschrieben werden kann als

$$\langle \mu_z \rangle = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \log Z_1}{\partial B},$$

und berechnen Sie damit den Erwartungswert.

- Betrachten Sie den Grenzfall für kleine Felder  $\vec{B}$ , bzw. große Temperaturen und zeigen Sie, dass man für die magnetische Suszeptibilität  $\chi$  wieder das Curie-Gesetz erhält, also  $\chi \sim 1/T$ .
  - Bestimmen Sie  $\langle \mu_z \rangle$  und  $\chi$  im gemeinsamen Grenzfall  $J \rightarrow \infty$  und  $g \rightarrow 0$ , wobei  $g \cdot J$  konstant sein soll.
-