

Übungen zu Moderne Theoretische Physik III(TP)

V: Prof. Kirill Melnikov, U: Andrey Pikelner

Übungsblatt 7

SS-2024

Fälligkeitsdatum: 23.07.24

QFT für einfache Prozesse (100 Punkte)

Aufgabe 7.1: (20 Punkte) Betrachten Sie eine Theorie von zwei skalar Feldern ϕ und χ , definiert durch die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{m^2}{2} \phi^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - g \chi \phi^2. \quad (1)$$

- (a) (8 Punkte) Identifizieren Sie den Wechselwirkungsterm in der obigen Lagrangedichte und listen Sie alle Prozesse des Typs $ab \rightarrow ab$, $a, b \in \{\phi, \chi\}$, die in dieser Theorie möglich sind.
- (b) (12 Punkte) Zeichnen Sie Feynman-Diagramme für jeden dieser Prozesse und geben Sie mathematische Ausdrücke für die entsprechenden Übergangsamplituden an.

Aufgabe 7.2: (35 Punkte) Betrachten Sie eine Theorie eines geladenen Skalarfeldes ϕ , das mit zwei verschiedenen Eichfeldern A_μ und B_μ wechselwirkt. Der Wechselwirkungsteil der Lagrangedichte lautet

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} D_\mu \phi D^\mu \phi, \quad (2)$$

wobei die kovariante Ableitung durch $D_\mu \phi = (\partial_\mu - ig_A A_\mu - ig_B B_\mu) \phi$ gegeben ist.

- (a) (10 Punkte) Fügen Sie die fehlenden kinetischen Terme für die Eichfelder zur Lagrangedichte hinzu und zeigen Sie, wie sich die verschiedenen Terme in der Lagrangedichte unter Eichtransformationen verändern. Betrachten Sie die Felder A und B als Eichfelder zweier unabhängiger $U(1)$ -Gruppen.
- (b) (5 Punkte) Identifizieren Sie die Wechselwirkungsterme in der Lagrangedichte (2) und zeichnen Sie die Wechselwirkungsverte.
- (c) (5 Punkte) Betrachten Sie die Kollision zweier Skarteilchen $\phi + \phi \rightarrow X$. Identifizieren Sie alle Zweiteilchen-Endzustände X , die durch die Lagrangedichte (2) erlaubt sind. Zeichnen Sie Diagramme für alle erlaubten Prozesse.
- (d) (5 Punkte) Betrachten Sie die Prozesse $A\phi \rightarrow A\phi$ and $B\phi \rightarrow B\phi$ und zeichnen Sie zugehörige Feynman-Diagramme.
- (e) (10 Punkte) Arbeiten Sie in der niedrigsten Ordnung der Störungstheorie, was praktisch bedeutet, die minimalen Anzahl an Wechselwirkungsverte zu verwenden. Zeichnen Sie Diagramme für alle möglichen Eichbosonstreuere mit einem Paar von Eichbosonen im Endzustand.

Aufgabe 7.3: (45 Punkte) Das Experiment hat gezeigt, dass das Proton eine Struktur aufweist. Bei verschiedenen Energien interagieren seine Komponenten mit unterschiedlichen Stärken. Zum Beispiel kollidieren bei LHC-Energien hauptsächlich Gluonen. Betrachten Sie ein vereinfachtes Modell mit Wechselwirkungslagrangedichte

$$\mathcal{L}_I = i \bar{\psi}_t \gamma^\mu D_\mu \psi_t - y_t \bar{\psi}_t \psi_t H, \quad (3)$$

wobei ψ_t ein schweres Fermion (Top-Quark)-Feld ist und die kovariante Ableitung durch $D_\mu = \partial_\mu - ig_s A_\mu$ definiert ist, wo wir zur ereinfachung mit einem abelschen Feld A_μ arbeiten.

- (a) (5 Punkte) Schreiben Sie in diesem Modell alle Terme in der Lagrangedichte auf, die für die Wechselwirkung verantwortlich sind.
- (b) (10 Punkte) Identifizieren Sie alle Wechselwirkungsterme in der Lagrangedichte und zeichnen Sie die entsprechenden Wechselwirkungsvertexe.
- (c) (10 Punkte) Es wurde beobachtet, dass das Higgs H bei Kollisionen zweier Gluonen produziert wird, die wir mit dem Feld A_μ beschreiben: $gg \rightarrow H$. Erklären Sie, wie dieser Prozess mit der gegebenen Lagrangedichte (3) stattfinden kann. Zeichnen Sie mögliche Feynman-Diagramme, die die Produktion von Higgs-Bosonen bei der Kollision von zwei Gluonen beschreiben.
- (d) (20 Punkte) Wir können die gefundenen Diagramme überprüfen, indem wir die Übergangsamplitude für den spezifischen Prozess betrachten. Betrachten Sie den Prozess der Einzel-Higgs-Produktion $g(p_1) + g(p_2) \rightarrow H(q)$ bei der Kollision von zwei Gluonen und schreiben Sie einen allgemeinen Ausdruck für die Übergangsamplitude unter Verwendung des Wechselwirkungsteils der Lagrangedichte (3) auf.

Erweitern Sie im erhaltenen Ausdruck die Exponentialfunktion bis zur ersten nicht-trivialen Ordnung, damit der betrachtete Prozess stattfinden kann. Überprüfen Sie, ob die Anzahl der Integrationen im erhaltenen Ausdruck der Anzahl der Vertexe in den zuvor gefundenen Diagrammen entspricht.