Karlsruher Institut für Technologie

Diese Veranstaltung wir aufgezeichnet und als Medien-Cast über KIT - ILIAS bereit gestellt

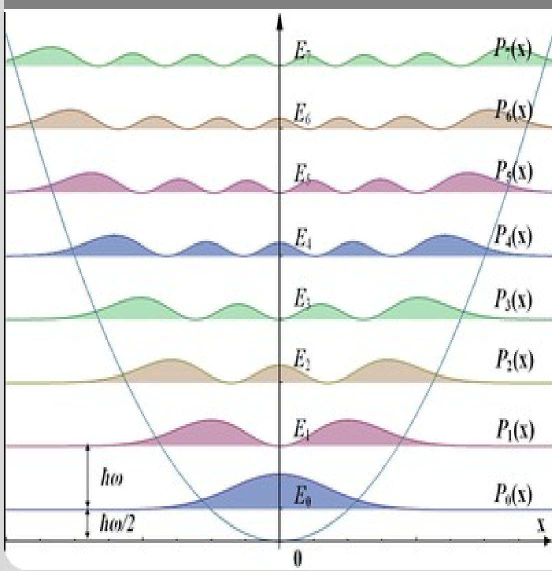
Vorlesung **Moderne Physik (L)**

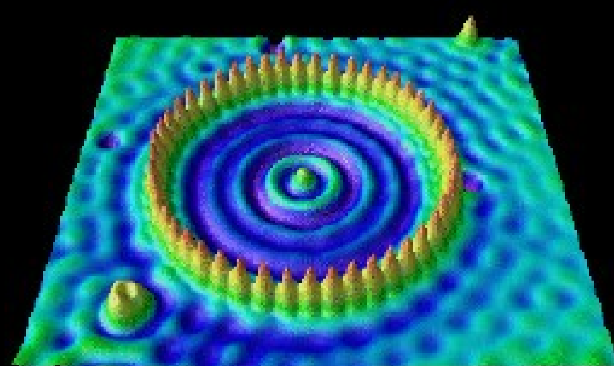
V09: Anwendungen der Schrödingergleichung: Zweiteilchen-Systeme

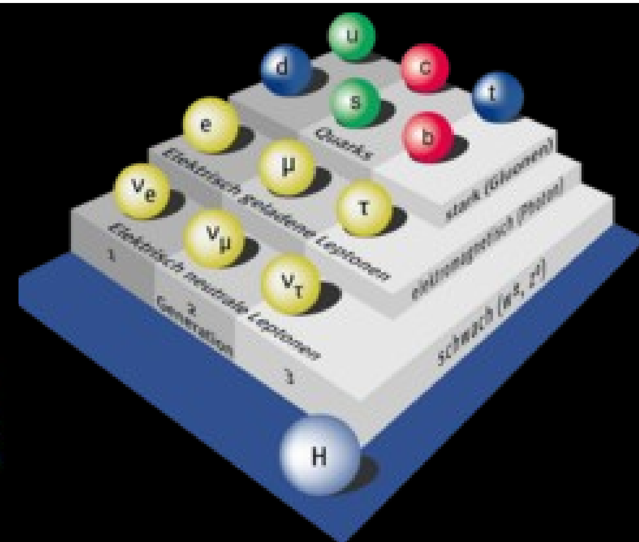
Günter Quast

Fakultät für Physik
Institut für Experimentelle Teilchenphysik

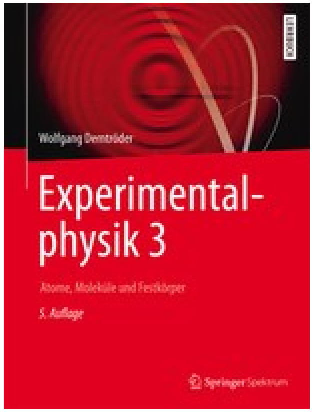
SS '20







Literaturhinweis



Experimentalphysik 3

Atome, Moleküle und Festkörper

Autoren: Demtröder, Wolfgang

Digitale Version als Download über die KIT-Bibliothek

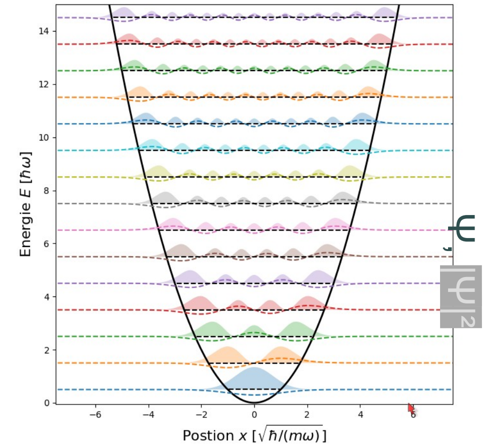
Auf KIT-Ilias:

aktualisierte Formelsammlung

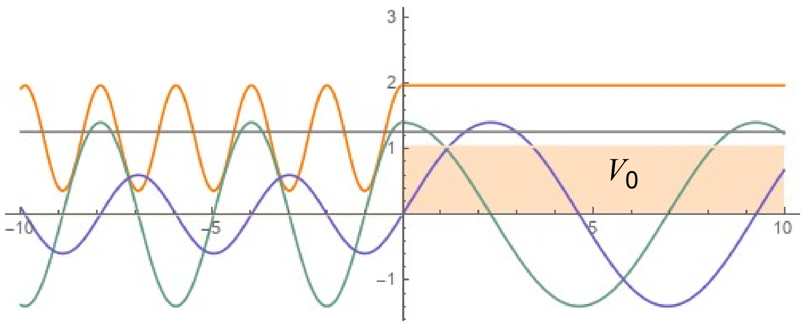
Zusatzmaterial mit Formeln zur Statistik

Zusammenfassung VL08: Anwendungen der S-Gl.

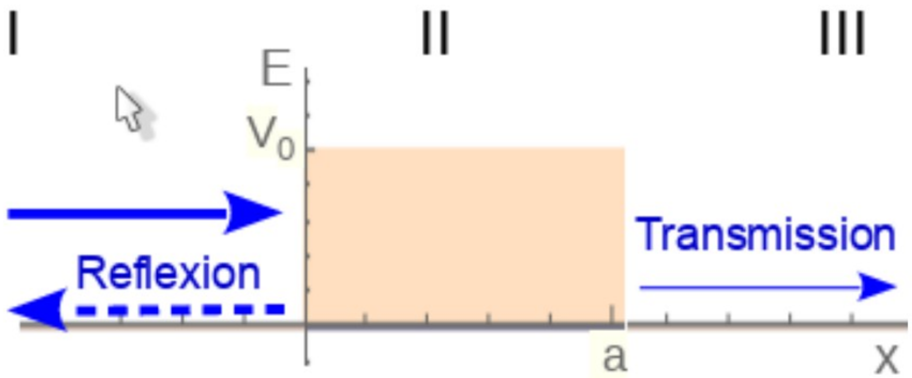
- Harmonischer Oszillator: $\boxed{V(x) = \frac{1}{2}\underbrace{m\omega^2}_{\equiv\beta} x^2}$ und $\boxed{E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})}$ $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$
  - Nullpunktsenergie: im Quantensystem ist die kleinstmögliche Energie nicht Null! (vgl. Unschärfe-Relation)



- Potentialstufe (ebene Welle als Modell für „Teilchenstrom“): $\boxed{\Psi(x) = A \cdot e^{ikx}}$
  - Strom = $\boxed{j = v \cdot |A|^2}$, Reflexion auch für $E > V_0$
  - Reflexions-Koeffizient: $\boxed{R = \frac{(k_I - k_{II})^2}{(k_I + k_{II})^2}}$



- Potential-Wall



  - Barriere wird durchtunnelt:
    - ebene Wellen im Gebiet I und III: $A_I e^{ik_I x}$ und $A_{III} e^{ik_{III} x}$, $k_I = k_{III}$
    - exponentieller Abfall in Gebiet II
  - Transmissions-Koeffizient: $\boxed{T = \frac{|A_{III}|^2}{|A_I|^2} \approx e^{-2\kappa a}}$ für $\kappa a \gg 1$
    - $\kappa = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V_0 - E)}$

Inhaltsübersicht VL Moderne Physik

6.9 Mehrere Teilchen

Prinzip: **Quantenteilchen der gleichen Sorte sind ununterscheidbar.**

6.9 Mehrere Teilchen

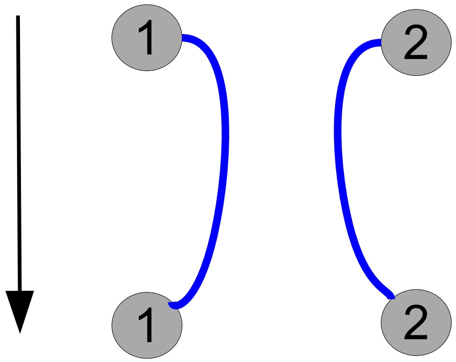
Prinzip: **Quantenteilchen der gleichen Sorte sind ununterscheidbar.**

Betrachten zwei gleiche Teilchen, die sich von oben nach unten bewegen:

6.9 Mehrere Teilchen

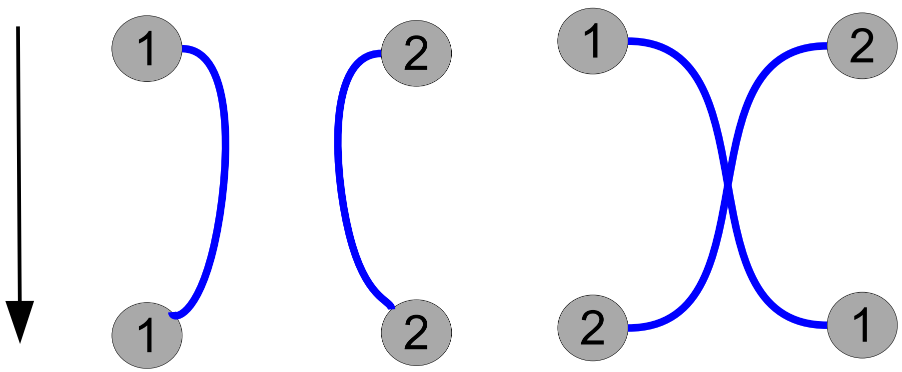
Prinzip: Quantenteilchen der gleichen Sorte sind ununterscheidbar.

Betrachten zwei gleiche Teilchen, die sich von oben nach unten bewegen:



Prinzip: **Quantenteilchen der gleichen Sorte sind ununterscheidbar.**

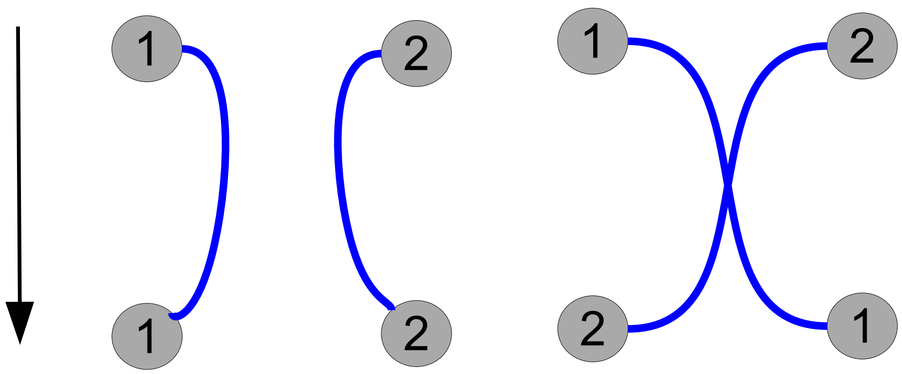
Betrachten zwei gleiche Teilchen, die sich von oben nach unten bewegen:



6.9 Mehrere Teilchen

Prinzip: Quantenteilchen der gleichen Sorte sind ununterscheidbar.

Betrachten zwei gleiche Teilchen, die sich von oben nach unten bewegen:

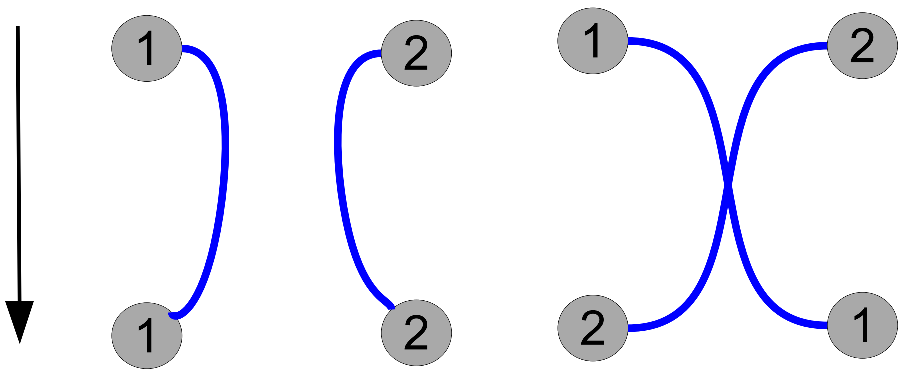


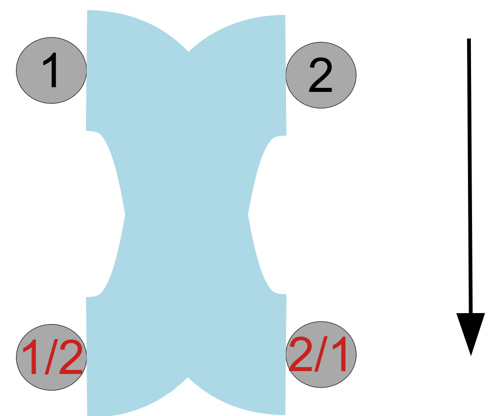
In der **klassischen Physik** erlaubt die Verfolgung der Teilchenbahnen, zu entscheiden, ob Teilchen 1 links oder rechts angekommen ist.

6.9 Mehrere Teilchen

Prinzip: Quantenteilchen der gleichen Sorte sind ununterscheidbar.

Betrachten zwei gleiche Teilchen, die sich von oben nach unten bewegen:



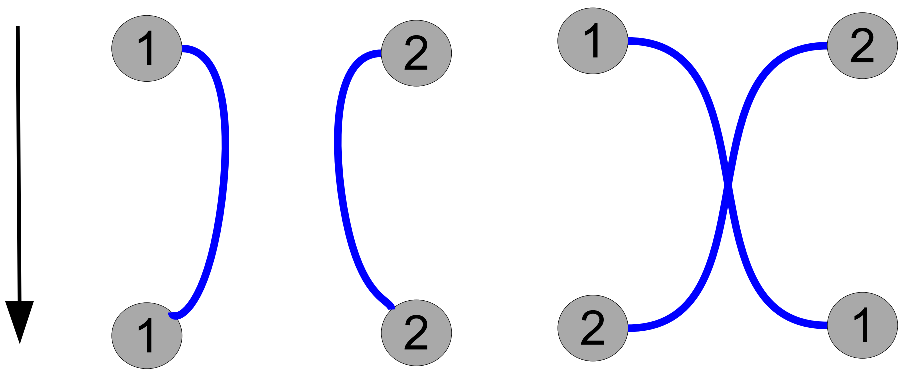


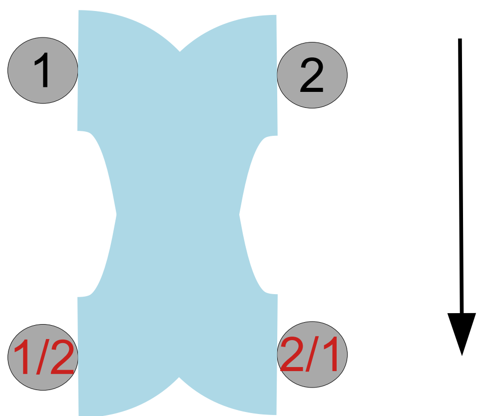
In der **klassischen Physik** erlaubt die Verfolgung der Teilchenbahnen, zu entscheiden, ob Teilchen 1 links oder rechts angekommen ist.

6.9 Mehrere Teilchen

Prinzip: Quantenteilchen der gleichen Sorte sind ununterscheidbar.

Betrachten zwei gleiche Teilchen, die sich von oben nach unten bewegen:

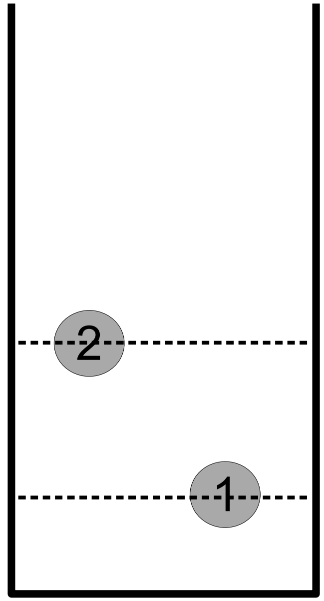




In der **klassischen Physik** erlaubt die Verfolgung der Teilchenbahnen, zu entscheiden, ob Teilchen 1 links oder rechts angekommen ist.

In der **Quantenphysik** sind die Bahnen verschmiert; es ist nicht zu entscheiden, wo sich Teilchen (1) bzw. (2) am Ende befinden.

Zwei Teilchen im Kasten

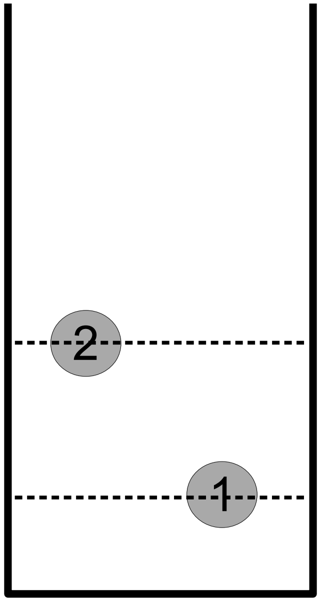


Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$

$$\text{z.B. } \psi_{1,2} = A \sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Zwei Teilchen im Kasten



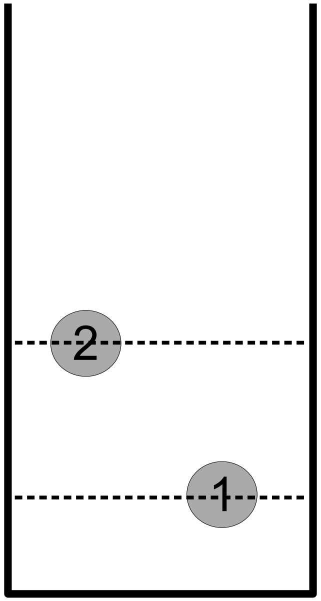
Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$

Stationäre S-Gl.

$$\text{z.B. } \psi_{1,2} = A \sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Zwei Teilchen im Kasten



Beispiel:

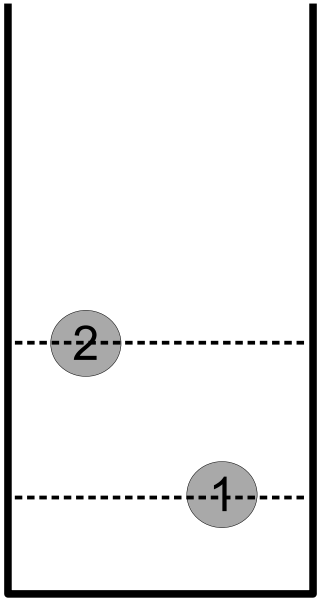
zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$

Stationäre S-Gl.

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial^2 x_2^2}\right)+V(x_1,x_2)\right\}\psi(x_1,x_2)=E\psi(x_1,x_2)$$

$$\text{z.B. } \psi_{1,2} = A\sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)\sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Zwei Teilchen im Kasten



Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$

Stationäre S-Gl.

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial^2 x_2^2}\right)+V(x_1,x_2)\right\}\psi(x_1,x_2)=E\psi(x_1,x_2)$$

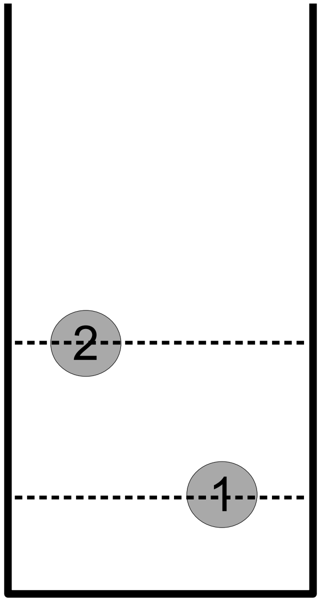
mit V=0 im Kasten; Produktansatz $\psi(x_1, x_2) = \psi_1(x_1)\cdot\psi_2(x_2)$

$$\text{z.B. } \psi_{1,2} = A\sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)\sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Zwei Teilchen im Kasten

Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$



Stationäre S-Gl.

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial^2 x_2^2}\right)+V(x_1,x_2)\right\}\psi(x_1,x_2)=E\psi(x_1,x_2)$$

mit $V=0$ im Kasten; Produktansatz $\psi(x_1, x_2) = \psi_1(x_1)\cdot\psi_2(x_2)$

$$\Rightarrow\ \psi_{n,m}(x_1,x_2)=\psi_n(x_1)\psi_m(x_2)$$

$$\text{z.B. } \psi_{1,2} = A\sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)\sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

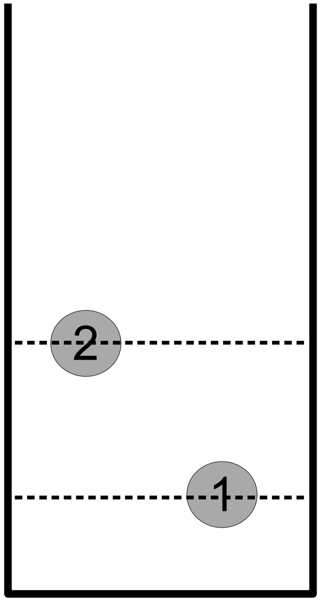
Zwei Teilchen im Kasten

Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$

Stationäre S-Gl.

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial^2 x_2^2}\right)+V(x_1,x_2)\right\}\psi(x_1,x_2)=E\psi(x_1,x_2)$$



mit V=0 im Kasten; Produktansatz $\psi(x_1,x_2)=\psi_1(x_1)\cdot\psi_2(x_2)$

$$\Rightarrow \psi_{n,m}(x_1,x_2)=\psi_n(x_1)\psi_m(x_2)$$

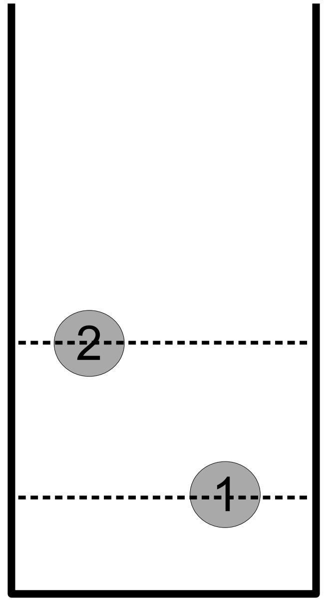
$$\text{z.B. } \psi_{1,2}=A\sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)\sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Teilchen 1 im Zustand 1, Teilchen 2 im Zustand 2,

Zwei Teilchen im Kasten

Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$



Stationäre S-Gl.

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial^2 x_2^2}\right)+V(x_1,x_2)\right\}\psi(x_1,x_2)=E\psi(x_1,x_2)$$

mit V=0 im Kasten; Produktansatz $\psi(x_1,x_2)=\psi_1(x_1)\cdot\psi_2(x_2)$

$$\Rightarrow \psi_{n,m}(x_1,x_2)=\psi_n(x_1)\psi_m(x_2)$$

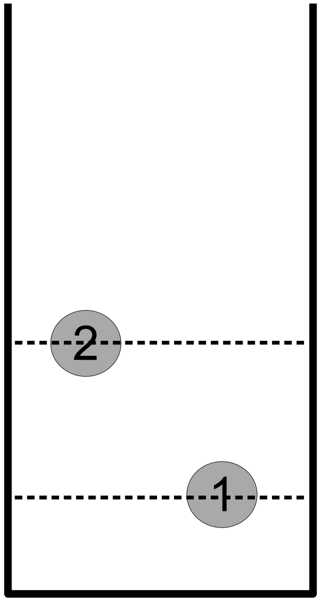
$$\text{z.B. } \psi_{1,2}=A\sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)\sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Teilchen 1 im Zustand 1, Teilchen 2 im Zustand 2,

$$<x_1>=\int x_1\psi_{1,2}(x_1,x_2)\,\mathrm{dx_1 dx_2}=\int \mathrm{x_1}\psi_1(\mathrm{x_1})\mathrm{dx_1}$$

Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$



Stationäre S-Gl.

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial^2 x_2^2}\right)+V(x_1,x_2)\right\}\psi(x_1,x_2)=E\psi(x_1,x_2)$$

mit $V=0$ im Kasten; Produktansatz $\psi(x_1,x_2)=\psi_1(x_1)\cdot\psi_2(x_2)$

$$\Rightarrow \psi_{n,m}(x_1,x_2)=\psi_n(x_1)\psi_m(x_2)$$

$$\text{z.B. } \psi_{1,2}=A\sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)\sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Teilchen 1 im Zustand 1, Teilchen 2 im Zustand 2,

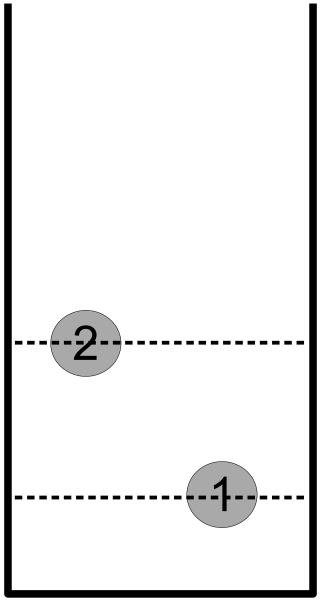
$$< x_1 >= \int x_1\psi_{1,2}(x_1,x_2)\,\mathrm{dx_1dx_2} = \int \mathrm{x_1}\psi_1(\mathrm{x_1})\mathrm{dx_1}$$

$$< x_2 >= \int x_2\psi_{1,2}(x_1,x_2)\,\mathrm{dx_1dx_2} = \int \mathrm{x_2}\psi_2(\mathrm{x_2})\mathrm{dx_2}$$

Zwei Teilchen im Kasten

Beispiel:

zwei nicht miteinander wechselwirkende Teilchen im Kasten, beschrieben durch eine gemeinsame Wellenfunktion $\psi(x_1, x_2, t)$



Stationäre S-Gl.

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial^2 x_2^2}\right)+V(x_1,x_2)\right\}\psi(x_1,x_2)=E\psi(x_1,x_2)$$

mit $V{=}0$ im Kasten; Produktansatz $\psi(x_1, x_2) = \psi_1(x_1)\cdot\psi_2(x_2)$

$$\Rightarrow \psi_{n,m}(x_1,x_2)=\psi_n(x_1)\psi_m(x_2)$$

$$\text{z.B. } \psi_{1,2} = A\sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)\sin\left(\frac{2\pi x_2}{l}\right)$$

Teilchen 1 im Zustand 1, Teilchen 2 im Zustand 2,

$$< x_1 >= \int x_1\psi_{1,2}(x_1,x_2)\,\mathrm{dx_1dx_2} = \int \mathrm{x_1}\psi_1(\mathrm{x_1})\mathrm{dx_1}$$

$$< x_2 >= \int x_2\psi_{1,2}(x_1,x_2)\,\mathrm{dx_1dx_2} = \int \mathrm{x_2}\psi_2(\mathrm{x_2})\mathrm{dx_2}$$

d.h. die Teilchen sind unterscheidbar !

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

$\psi(x_1, x_2)\,\mathrm{und}\,\psi(x_2, x_1)$ dürften aber unterschiedlich sein !

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

$\psi(x_1, x_2)\,\mathrm{und}\,\psi(x_2, x_1)$ dürften aber unterschiedlich sein !

Erinnerung: Die Schrödingergleichung ist eine lineare DGL

→ **Linearkombinationen von Lösungen sind auch Lösungen**

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

$\psi(x_1, x_2)\,\mathrm{und}\,\psi(x_2, x_1)$ dürften aber unterschiedlich sein !

Erinnerung: Die Schrödingergleichung ist eine lineare DGL

→ **Linearkombinationen von Lösungen sind auch Lösungen**

„Quantenmechanisches Superpositionsprinzip“

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

$\psi(x_1, x_2)$ und $\psi(x_2, x_1)$ dürften aber unterschiedlich sein !

Erinnerung: Die Schrödingergleichung ist eine lineare DGL

→ **Linearkombinationen von Lösungen sind auch Lösungen**

„Quantenmechanisches Superpositionsprinzip"

Bilden also Linearkombinationen, die $|\psi_{n,m}(x_{\underline{1}}, x_2)|^2 = |\psi_{n,m}(x_{\underline{2}}, x_1)|^2$ erfüllen

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

$\psi(x_1, x_2)$ und $\psi(x_2, x_1)$ dürften aber unterschiedlich sein !

Erinnerung: Die Schrödingergleichung ist eine lineare DGL

$\rightarrow$ **Linearkombinationen von Lösungen sind auch Lösungen**

„Quantenmechanisches Superpositionsprinzip“

Bilden also Linearkombinationen, die $|\psi_{n,m}(x_{\underline{1}}, x_2)|^2 = |\psi_{n,m}(x_{\underline{2}}, x_1)|^2$ erfüllen

zwei Möglichkeiten:

1.) $$\psi^S_{n,m}(x_1, x_2) = A\,(\psi_n(x_1)\psi_m(x_2) + \psi_n(x_2)\psi_m(x_1)\,)$$

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

$\psi(x_1, x_2)$ und $\psi(x_2, x_1)$ dürften aber unterschiedlich sein !

Erinnerung: Die Schrödingergleichung ist eine lineare DGL

$\rightarrow$ **Linearkombinationen von Lösungen sind auch Lösungen**

„Quantenmechanisches Superpositionsprinzip"

Bilden also Linearkombinationen, die $|\psi_{n,m}(x_{\underline{1}}, x_2)|^2 = |\psi_{n,m}(x_{\underline{2}}, x_1)|^2$ erfüllen

zwei Möglichkeiten:

1.) $\psi^S_{n,m}(x_1, x_2) = A\,(\psi_n(x_1)\psi_m(x_2) + \psi_n(x_2)\psi_m(x_1)\,)$

2.) $\psi^A_{n,m}(x_1, x_2) = A\,(\psi_n(x_1)\psi_m(x_2) - \psi_n(x_2)\psi_m(x_1)\,)$

Zwei Teilchen im Kasten (2)

Ununterscheidbar bedeutet:

$|\psi(x_1,x_2)|^2 = |\psi(x_2,x_1)|^2$ d.h. kein Unterschied bei Teilchenaustausch

$\psi(x_1,x_2)$ und $\psi(x_2,x_1)$ dürften aber unterschiedlich sein !

Erinnerung: Die Schrödingergleichung ist eine lineare DGL

$\rightarrow$ **Linearkombinationen von Lösungen sind auch Lösungen**

„Quantenmechanisches Superpositionsprinzip"

Bilden also Linearkombinationen, die $|\psi_{n,m}(\underline{x_1},x_2)|^2 = |\psi_{n,m}(\underline{x_2},x_1)|^2$ erfüllen

zwei Möglichkeiten:

1.) $\psi^S_{n,m}(x_1,x_2) = A\,(\psi_n(x_1)\psi_m(x_2) + \psi_n(x_2)\psi_m(x_1)\,)$

2.) $\psi^A_{n,m}(x_1,x_2) = A\,(\psi_n(x_1)\psi_m(x_2) - \psi_n(x_2)\psi_m(x_1)\,)$

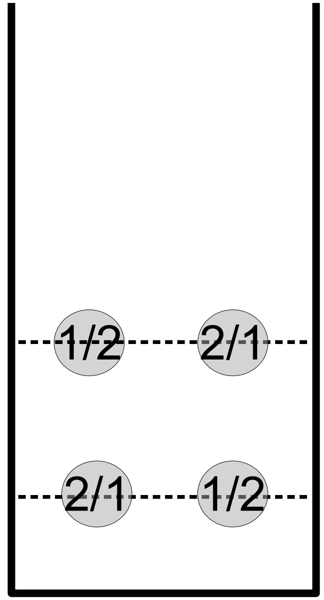
$\psi^S(x_1,x_2) = +\psi^S(x_2,x_1)$ symmetrisch

$\psi^A(x_1,x_2) = -\psi^A(x_2,x_1)$ antisymmetrisch

bei Teilchenaustausch

Zwei Teilchen im Kasten und Pauli-Prinzip

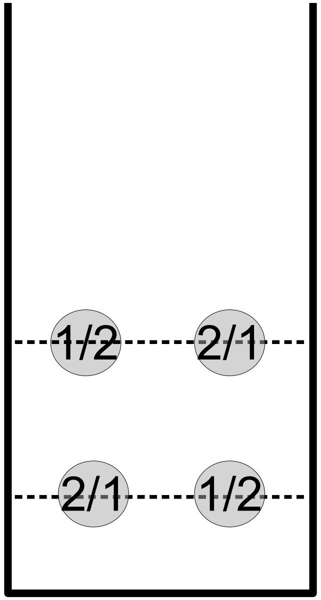
bemerkenswert: $\psi^A_{n,n}(x_1, x_2) = 0$ **!**



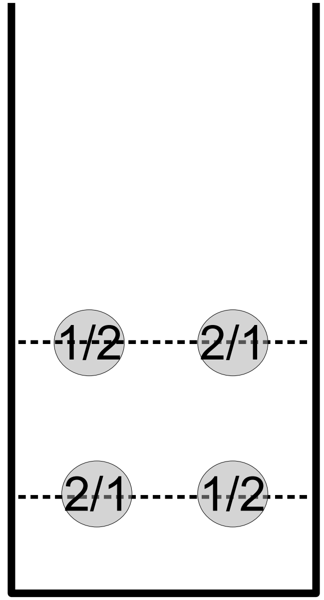
Zwei Teilchen im Kasten und Pauli-Prinzip

bemerkenswert: $\psi^{A}_{n,n}(x_1, x_2) = 0$ **!**

Zwei Teilchen, die durch eine bei Teilchenaustausch asymmetrische Wellenfunktion beschrieben werden, können nicht im gleichen Zustand sein !



Zwei Teilchen im Kasten und Pauli-Prinzip

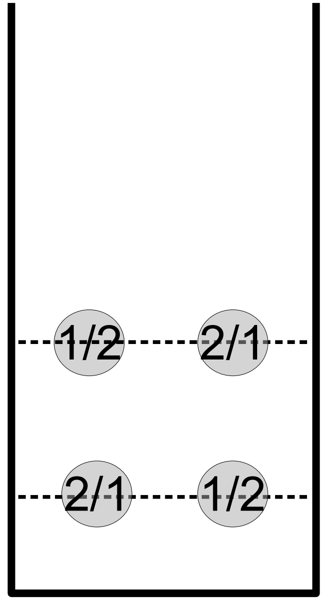


bemerkenswert: $\psi^{A}_{n,n}(x_1, x_2) = 0$ **!**

Zwei Teilchen, die durch eine bei Teilchenaustausch asymmetrische Wellenfunktion beschrieben werden, können nicht im gleichen Zustand sein !

Pauli-Prinzip !

Zwei Teilchen im Kasten und Pauli-Prinzip



bemerkenswert: $\psi^{A}_{n,n}(x_1, x_2) = 0$ **!**

Zwei Teilchen, die durch eine bei Teilchenaustausch asymmetrische Wellenfunktion beschrieben werden, können nicht im gleichen Zustand sein !

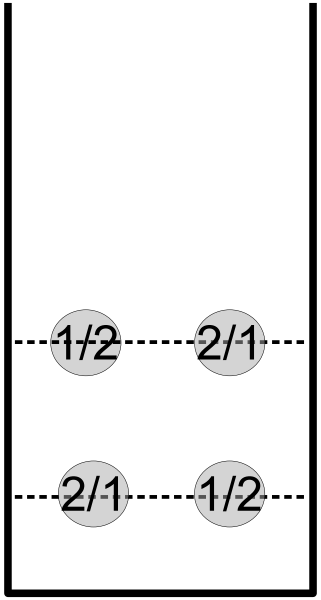
Pauli-Prinzip !

Tatsächlich gibt es in der Natur zwei Sorten Teilchen:

Bosonen haben symmetrische Wellenfunktionen

z.B. Photon, manche Atomkerne

Zwei Teilchen im Kasten und Pauli-Prinzip



bemerkenswert: $\psi^A_{n,n}(x_1, x_2) = 0$ **!**

Zwei Teilchen, die durch eine bei Teilchenaustausch asymmetrische Wellenfunktion beschrieben werden, können nicht im gleichen Zustand sein !

Pauli-Prinzip !

Tatsächlich gibt es in der Natur zwei Sorten Teilchen:

Bosonen haben symmetrische Wellenfunktionen

z.B. Photon, manche Atomkerne

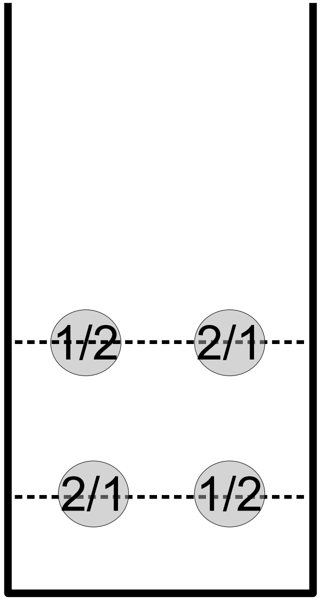
Fermionen haben asymmetrische Wellenfunktionen,

d.h. für sie gilt das Pauli-Prinzip

z.B. Elektron, Proton, Neutron, manche Atomkerne, Quarks, ...

Zwei Teilchen im Kasten und Pauli-Prinzip

bemerkenswert: $\psi^A_{n,n}(x_1, x_2) = 0$ **!**



Zwei Teilchen, die durch eine bei Teilchenaustausch asymmetrische Wellenfunktion beschrieben werden, können nicht im gleichen Zustand sein !

Pauli-Prinzip !

Tatsächlich gibt es in der Natur zwei Sorten Teilchen:

Bosonen haben symmetrische Wellenfunktionen

z.B. Photon, manche Atomkerne

Fermionen haben asymmetrische Wellenfunktionen,

d.h. für sie gilt das Pauli-Prinzip

z.B. Elektron, Proton, Neutron, manche Atomkerne, Quarks, ...

Anmerkung: hängt vom „Spin“ (= Eigendrehimpuls) der Teilchen ab

ganzzahlig: 0, 1, 2, … $\longrightarrow$ Boson

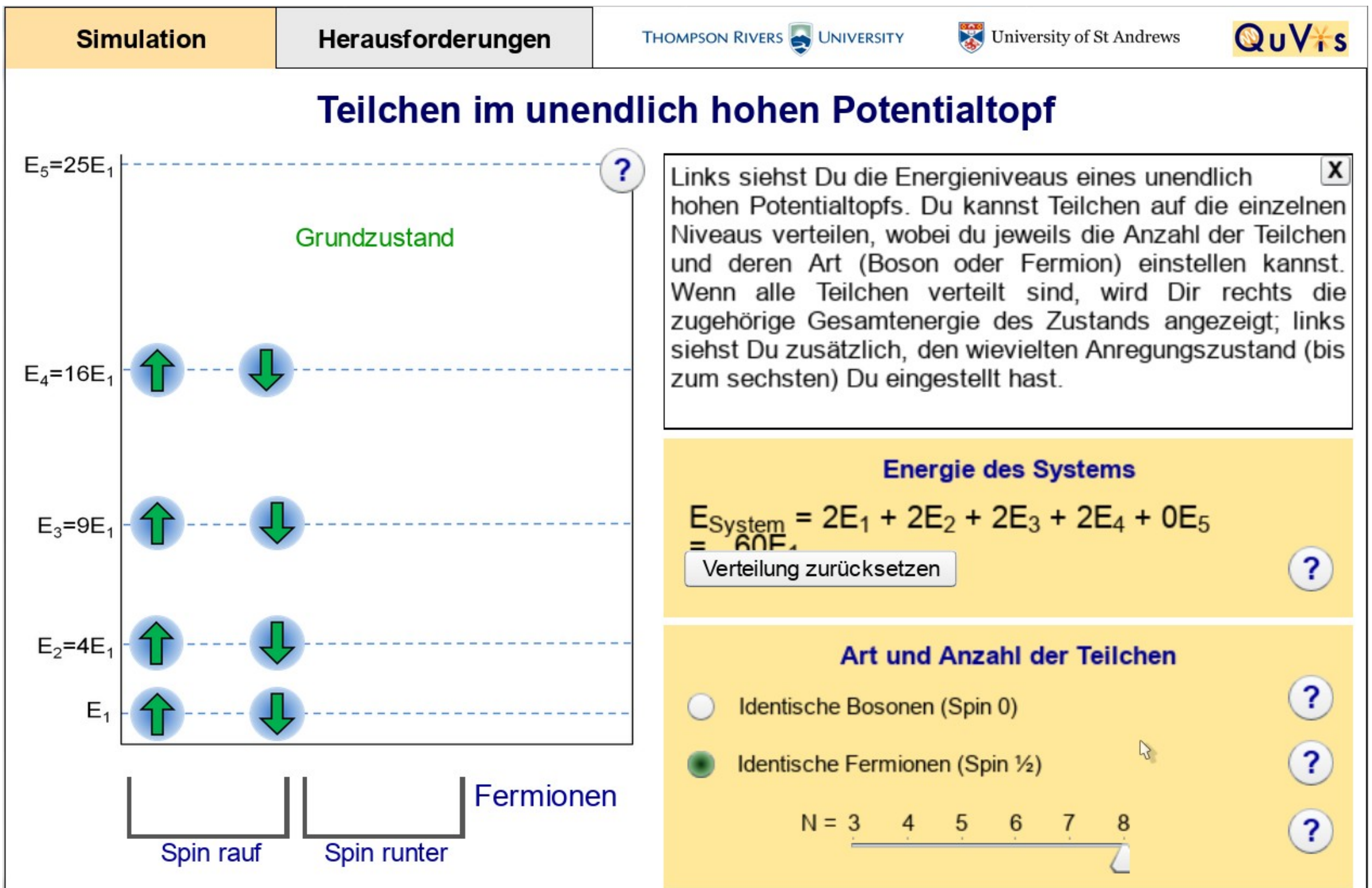
halbzahlig: ½, 1½, 2½ … $\longrightarrow$ Fermion

Viele Teilchen im Kasten

Das **Pauli-Prinzip** – oder besser:

die **unter Teilchenaustausch antisymmetrische Wellenfunktion**

hat wichtige Konsequenzen in Vielteilchensystemen (→ später)



https://www.st-andrews.ac.uk/physics/quvis/de/simulations/sims/particles-infwell-de/particles-infwell-de.html

6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

Verschränkung ist ein **Quantenphänomen**, das es in der klassischen Physik nicht gibt

6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

Verschränkung ist ein **Quantenphänomen**, das es in der klassischen Physik nicht gibt

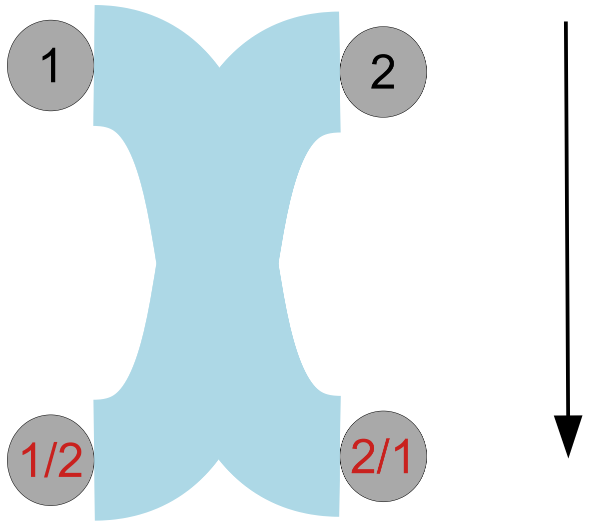
Verschränkte Systeme sind sehr häufig und entstehen, wenn zwei Systeme miteinander wechselwirken und es mehrere Endzustände gibt:

6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

Verschränkung ist ein **Quantenphänomen**, das es in der klassischen Physik nicht gibt

Verschränkte Systeme sind sehr häufig und entstehen, wenn zwei Systeme miteinander wechselwirken und es mehrere Endzustände gibt:

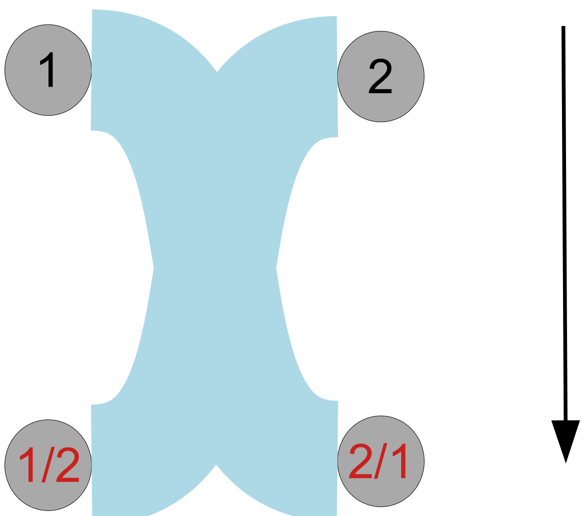


6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

Verschränkung ist ein **Quantenphänomen**, das es in der klassischen Physik nicht gibt

Verschränkte Systeme sind sehr häufig und entstehen, wenn zwei Systeme miteinander wechselwirken und es mehrere Endzustände gibt:



Teilchen (1) und (2) begegnen sich

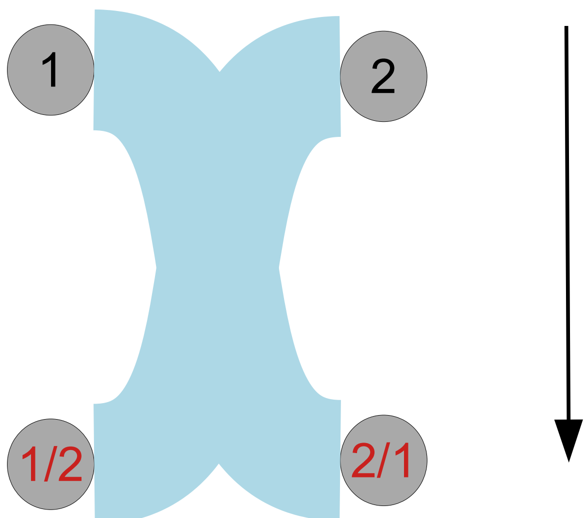
1. Möglichkeit: (1) links und (2) rechts

6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

Verschränkung ist ein **Quantenphänomen**, das es in der klassischen Physik nicht gibt

Verschränkte Systeme sind sehr häufig und entstehen, wenn zwei Systeme miteinander wechselwirken und es mehrere Endzustände gibt:



Teilchen (1) und (2) begegnen sich

1. Möglichkeit: (1) links und (2) rechts

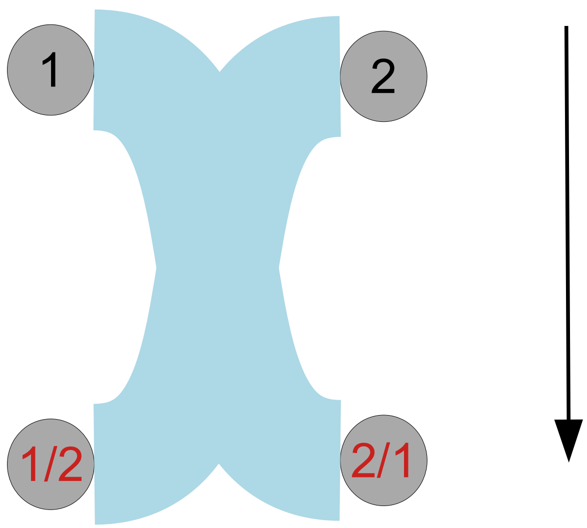
$$\psi_1 = |1l\,2r>$$

6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

Verschränkung ist ein **Quantenphänomen**, das es in der klassischen Physik nicht gibt

Verschränkte Systeme sind sehr häufig und entstehen, wenn zwei Systeme miteinander wechselwirken und es mehrere Endzustände gibt:



Teilchen (1) und (2) begegnen sich

1. Möglichkeit: (1) links und (2) rechts

$$\psi_1 = |1l\,2r>$$

2. Möglichkeit: (1) rechts und (2) links

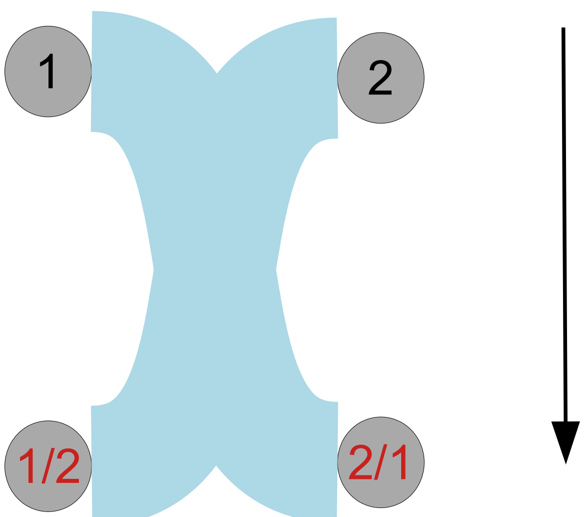
$$\psi_2 = |1r\,2l>$$

6.10 Zwei verschränkte Teilchen

Die Überlagerung zweier Energiezustände war ein erstes Beispiel für **quantenmechanisch verschränkte Zustände** (engl. „entangled states“)

Verschränkung ist ein **Quantenphänomen**, das es in der klassischen Physik nicht gibt

Verschränkte Systeme sind sehr häufig und entstehen, wenn zwei Systeme miteinander wechselwirken und es mehrere Endzustände gibt:



Teilchen (1) und (2) begegnen sich

1. Möglichkeit: (1) links und (2) rechts

$$\psi_1 = |1l\,2r>$$

2. Möglichkeit: (1) rechts und (2) links

$$\psi_2 = |1r\,2l>$$

Wenn die Teilchen nicht unterscheidbar sind, ist das Ergebnis ein Überlagerungszustand, die beiden Teilchen sind „**verschränkt**“

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1r\,2l> + |1l\,2r>)$$

Versteckte Parameter – ist die QM richtig ?

Klassisch Denkende bekommen Probleme mit der Verschränkung,
wenn verschränkte Teilchen große Abstände haben:

Versteckte Parameter – ist die QM richtig ?

Klassisch Denkende bekommen Probleme mit der Verschränkung,
wenn verschränkte Teilchen große Abstände haben:

Nimmt man eine Messung an (2) vor,
wird gleichzeitig auch der Zustand (1) festgelegt **!** **(?)**

Versteckte Parameter – ist die QM richtig ?

Klassisch Denkende bekommen Probleme mit der Verschränkung,
wenn verschränkte Teilchen große Abstände haben:

Nimmt man eine Messung an (2) vor,
wird gleichzeitig auch der Zustand (1) festgelegt **!** **(?)**

von Einstein als *„spukhafte Fernwirkung“* in der QM bezeichnet

Versteckte Parameter – ist die QM richtig ?

Klassisch Denkende bekommen Probleme mit der Verschränkung,
wenn verschränkte Teilchen große Abstände haben:

Nimmt man eine Messung an (2) vor,
wird gleichzeitig auch der Zustand (1) festgelegt **! (?)**

von Einstein als *„spukhafte Fernwirkung“* in der QM bezeichnet

Vermeidung des „Problems“:

Die QM könnte unvollständig sein, der Zufall könnte durch unbekannte, „versteckte“ Parameter verursacht sein.

Dann wäre für jede erdenkliche Messsituation den Zuständen das Ergebnis vorgeschrieben – der zufällige Ausgang einer Messung an (2) und die Rückwirkung auf (1) wäre vermieden.

Versteckte Parameter – ist die QM richtig ?

Klassisch Denkende bekommen Probleme mit der Verschränkung,
wenn verschränkte Teilchen große Abstände haben:

Nimmt man eine Messung an (2) vor,
wird gleichzeitig auch der Zustand (1) festgelegt **!** **(?)**

von Einstein als *„spukhafte Fernwirkung“* in der QM bezeichnet

Vermeidung des „Problems“:

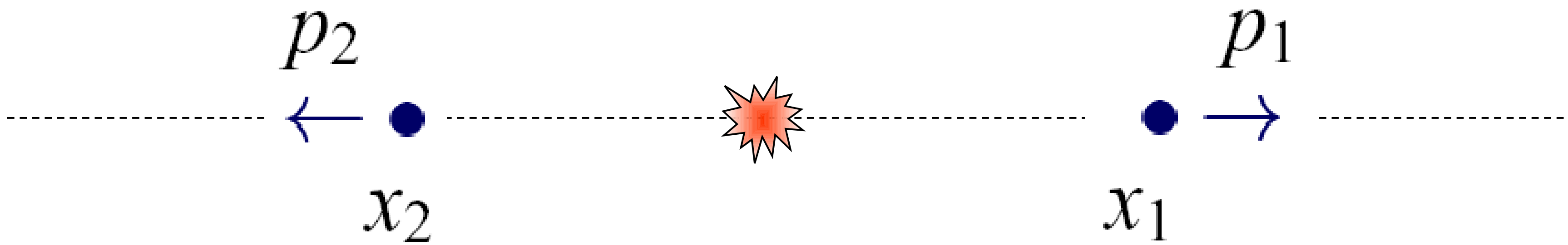
Die QM könnte unvollständig sein, der Zufall könnte durch unbekannte, „versteckte“ Parameter verursacht sein.

Dann wäre für jede erdenkliche Messsituation den Zuständen das Ergebnis vorgeschrieben – der zufällige Ausgang einer Messung an (2) und die Rückwirkung auf (1) wäre vermieden.

Eine (weitgehende) Klärung dieser fundamentalen Frage
gab es erst in den 90er Jahren des 20. Jahrhunderts.

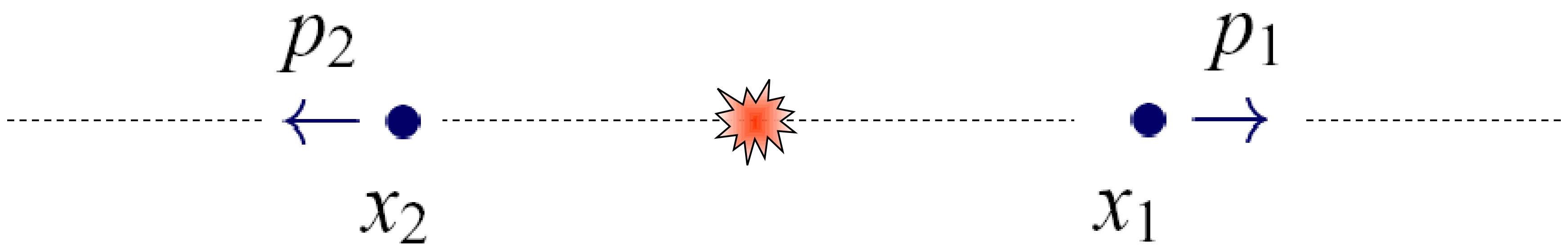
Das Einstein-Rosen-Podolski (EPR)Paradoxon

Im originalen „Gedankenexperiment“ betrachten EPR Ort und Impuls zweier Teilchen als komplementäre (= nicht gleichzeitig scharf bestimmbare) Observable.



Das Einstein-Rosen-Podolski (EPR)Paradoxon

Im originalen „Gedankenexperiment“ betrachten EPR Ort und Impuls zweier Teilchen als komplementäre (= nicht gleichzeitig scharf bestimmbare) Observable.



Die Teilchen könnten aus dem Zerfall eines ruhenden Mutterteilchens stammen; dann wären ihre Orte und Impulse zu jeder Zeit verschränkt.

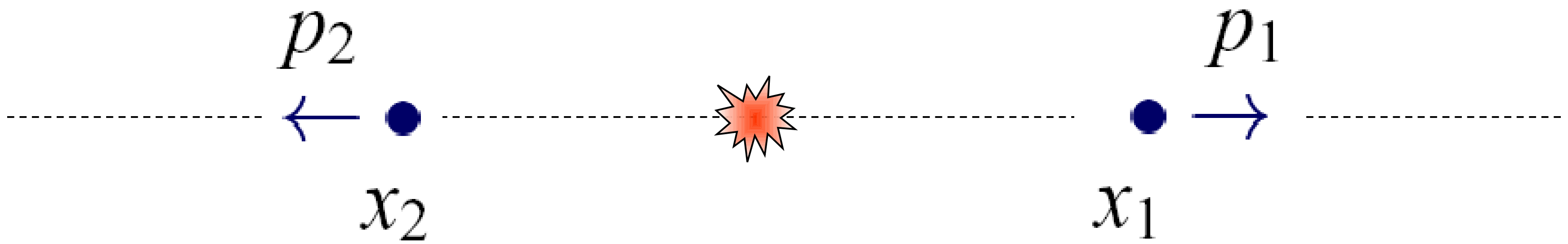
Wenn die Teilchen weit entfernt voneinander entfernt sind,

führt man eine Impulsmessung am zweiten Teilen durch.

Das führt zu einer entsprechenden Ortsunbestimmtheit von Teilchen 2.

Das Einstein-Rosen-Podolski (EPR)Paradoxon

Im originalen „Gedankenexperiment“ betrachten EPR Ort und Impuls zweier Teilchen als komplementäre (= nicht gleichzeitig scharf bestimmbare) Observable.



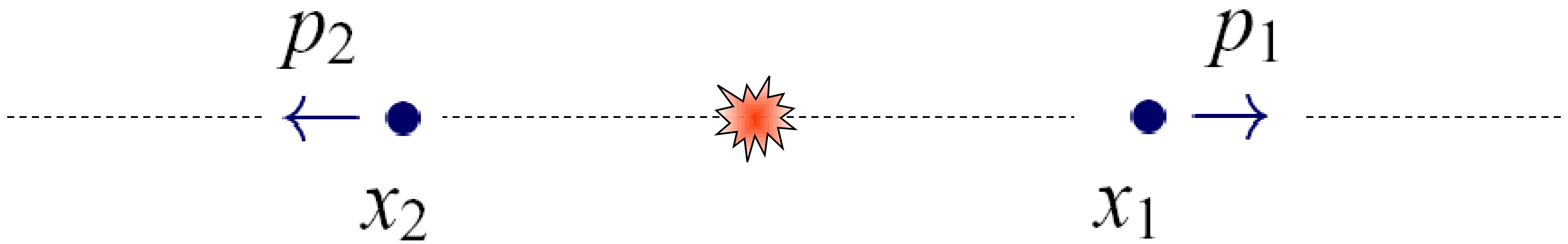
Die Teilchen könnten aus dem Zerfall eines ruhenden Mutterteilchens stammen; dann wären ihre Orte und Impulse zu jeder Zeit verschränkt.

Wenn die Teilchen weit entfernt voneinander entfernt sind,
führt man eine Impulsmessung am zweiten Teilen durch.
Das führt zu einer entsprechenden Ortsunbestimmtheit von Teilchen 2.

Die Frage: was passiert mit Teilchen 1 ?
Hat die Messung Auswirkungen auf Ort und Impuls von 1 ?

Das Einstein-Rosen-Podolski (EPR)Paradoxon

Im originalen „Gedankenexperiment“ betrachten EPR Ort und Impuls zweier Teilchen als komplementäre (= nicht gleichzeitig scharf bestimmbare) Observable.



Die Teilchen könnten aus dem Zerfall eines ruhenden Mutterteilchens stammen; dann wären ihre Orte und Impulse zu jeder Zeit verschränkt.

Wenn die Teilchen weit entfernt voneinander entfernt sind,

führt man eine Impulsmessung am zweiten Teilen durch.

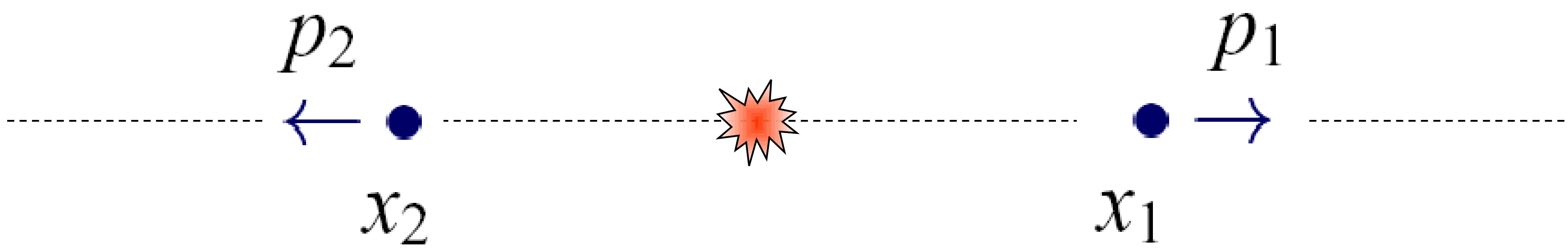
Das führt zu einer entsprechenden Ortsunbestimmtheit von Teilchen 2.

Die Frage: was passiert mit Teilchen 1 ?
Hat die Messung Auswirkungen auf Ort und Impuls von 1 ?

- Wenn ja, hätte man die Unschärferelation mit diesem Experiment umgangen.

Das Einstein-Rosen-Podolski (EPR)Paradoxon

Im originalen „Gedankenexperiment“ betrachten EPR Ort und Impuls zweier Teilchen als komplementäre (= nicht gleichzeitig scharf bestimmbare) Observable.



Die Teilchen könnten aus dem Zerfall eines ruhenden Mutterteilchens stammen; dann wären ihre Orte und Impulse zu jeder Zeit verschränkt.

Wenn die Teilchen weit entfernt voneinander entfernt sind,

führt man eine Impulsmessung am zweiten Teilen durch.

Das führt zu einer entsprechenden Ortsunbestimmtheit von Teilchen 2.

Die Frage: was passiert mit Teilchen 1 ?
Hat die Messung Auswirkungen auf Ort und Impuls von 1 ?

- Wenn ja, hätte man die Unschärferelation mit diesem Experiment umgangen.
- Für EPR war die Antwort klar: Es darf keine „spukhafte Fernwirkung“ mit Überlichtgeschwindigkeit geben, die QM muss „falsch“ oder „unvollständig“ sein.

EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“

EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“

2 „Quanten“- Münzen

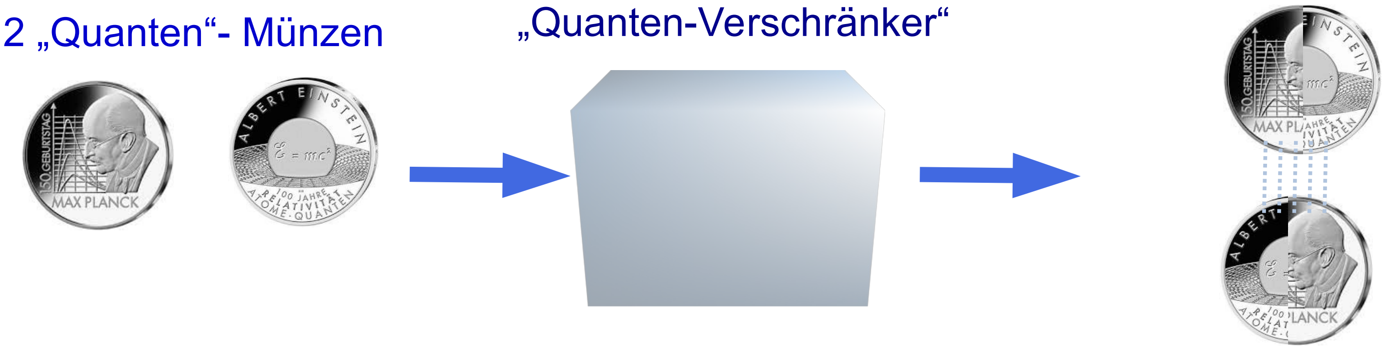
EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“

2 „Quanten“- Münzen

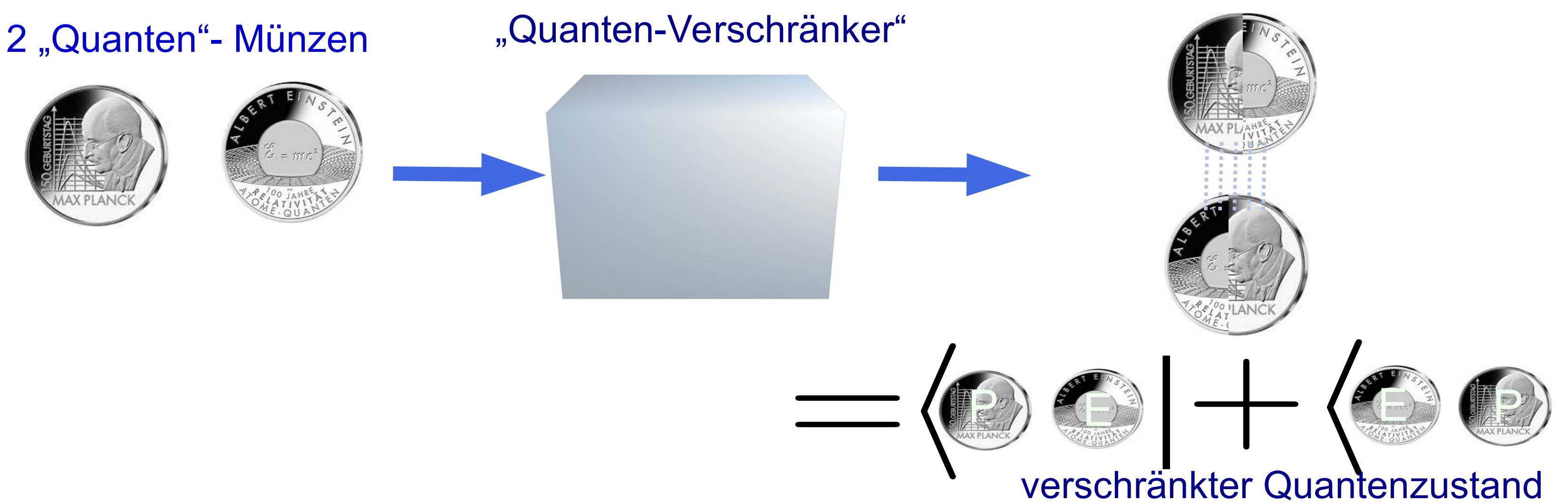
„Quanten-Verschränker“



EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

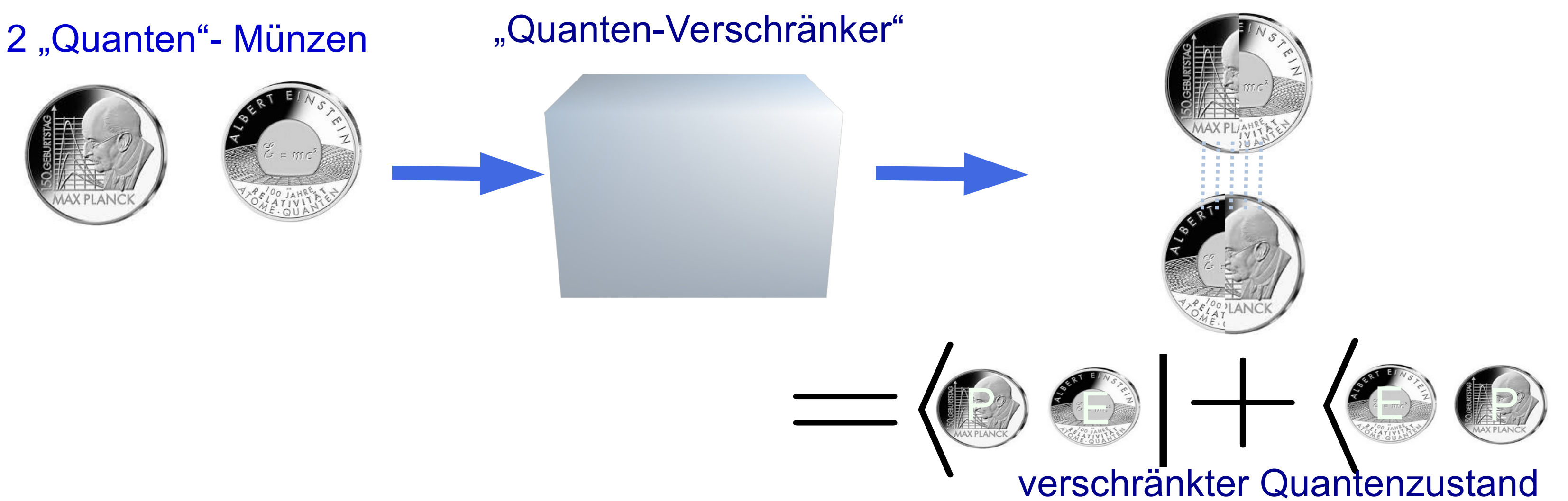
und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“



EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“



Wenn man mit so präparierten Münzen spielt,

zeigt **die eine immer Kopf**, sobald **die andere Zahl** zeigt, und umgekehrt

ganz egal, wie weit sie voneinander entfernt sind ?

EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“

2 „Quanten“- Münzen

„Quanten-Verschränker“

verschränkter Quantenzustand

Wenn man mit so präparierten Münzen spielt,

zeigt **die eine immer Kopf**, sobald **die andere Zahl** zeigt, und umgekehrt

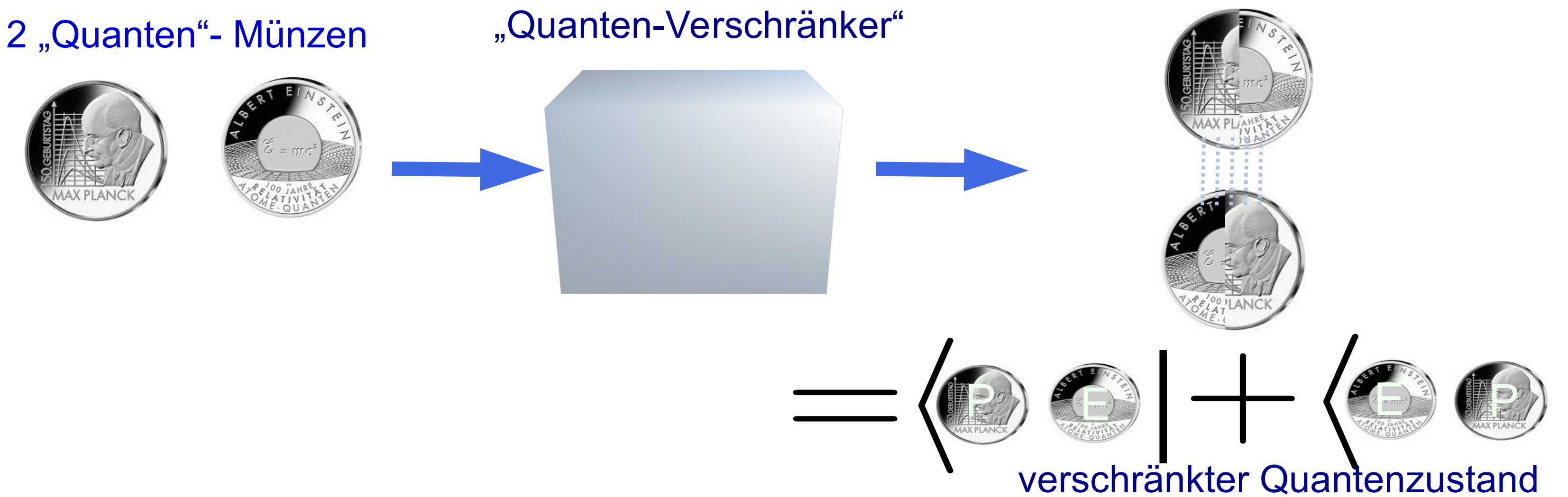
ganz egal, wie weit sie voneinander entfernt sind ?

Glauben Sie, dass so etwas geht ?

EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“



Wenn man mit so präparierten Münzen spielt,

zeigt **die eine immer Kopf**, sobald **die andere Zahl** zeigt, und umgekehrt

ganz egal, wie weit sie voneinander entfernt sind ?

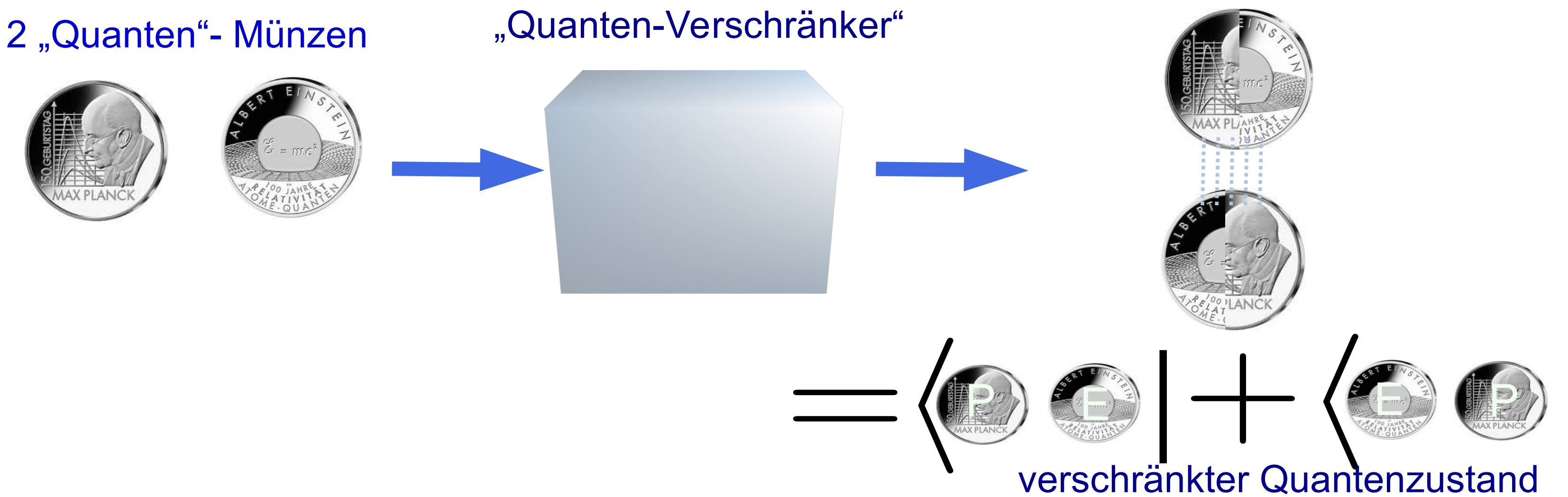
Glauben Sie, dass so etwas geht ?

Anmerkung: weil das Ergebnis des ersten Münzwurfs zufällig ist, wird keine Information mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen !

EPR – Analogon aus dem Alltag

Wenn wir zwei verschränkte Münzen hätten …

und spielen das Spiel „**Kopf oder Zahl**“



Wenn man mit so präparierten Münzen spielt,

zeigt **die eine immer Kopf**, sobald **die andere Zahl** zeigt, und umgekehrt

ganz egal, wie weit sie voneinander entfernt sind ?

Glauben Sie, dass so etwas geht ?

Anmerkung: weil das Ergebnis des ersten Münzwurfs zufällig ist, wird keine Information mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen !

Aber beide Spieler hätten exakt identische Zufallszahlen, die sie für absolut sichere Verschlüsselung verwenden können.

EPR (2)

Schlussfolgerung von EPR:

- QM muss unvollständig sein!
- Postulat von „versteckten Variablen“

EPR 1935: *„We think that such a theory is possible“*

Was sagen Experimente ?

EPR – Experiment

Messungen am ursprünglich vorgeschlagenen System,

- also von Teilchenorten und Impulsen - wären extrem schwierig.

EPR – Experiment

Messungen am ursprünglich vorgeschlagenen System,

- also von Teilchenorten und Impulsen - wären extrem schwierig.

Man wählt also andere „komplementäre“ Variable,

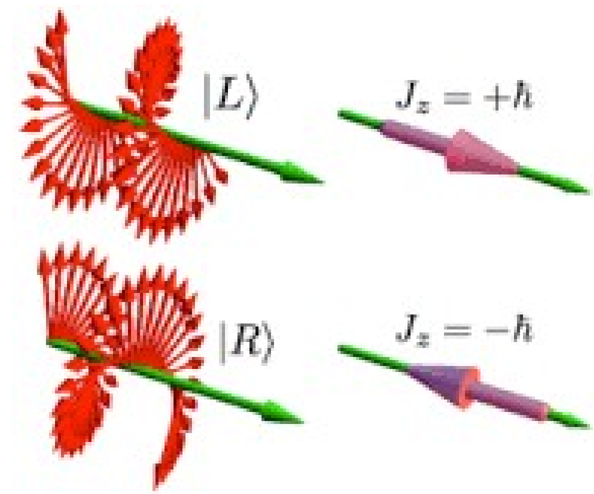
die **Polarisationszustände von Licht**.

EPR – Experiment

Messungen am ursprünglich vorgeschlagenen System,
- also von Teilchenorten und Impulsen - wären extrem schwierig.

Man wählt also andere „komplementäre“ Variable,
die **Polarisationszustände von Licht**.

Photonen von rechts- bzw. links-zirkular polarisiertem Licht entsprechen Photonen mit Spin (=Eigendrehimpuls) s = +1 bzw. s = -1



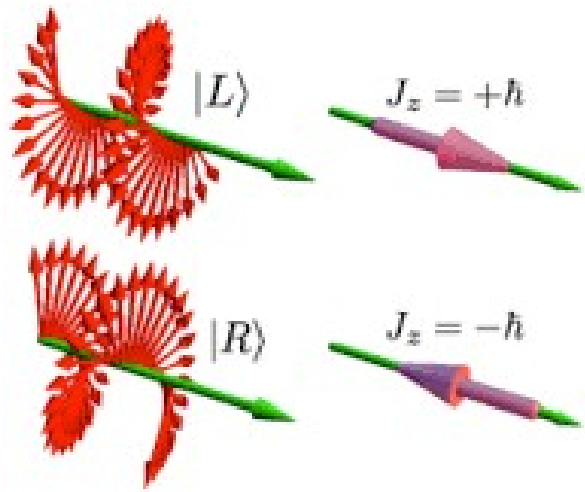
wiki/Spin_angular_momentum_of_light

EPR – Experiment

Messungen am ursprünglich vorgeschlagenen System,
- also von Teilchenorten und Impulsen - wären extrem schwierig.

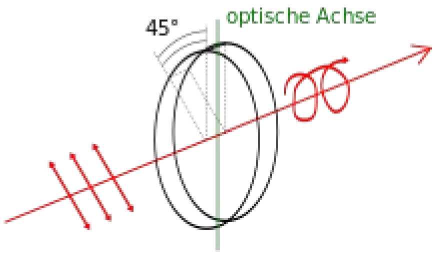
Man wählt also andere „komplementäre“ Variable,
die **Polarisationszustände von Licht**.

Photonen von rechts- bzw. links-zirkular polarisiertem Licht entsprechen Photonen mit Spin (=Eigendrehimpuls) s = +1 bzw. s = -1



wiki/Spin_angular_momentum_of_light

Wie aus der Optik bekannt, ergibt sich transversal polarisiertes Licht als Überlagerung von zirkular polarisiertem Licht, und umgekehrt (siehe λ/4-Plättchen, Anwendung bei der 3d-Brille im Kino)

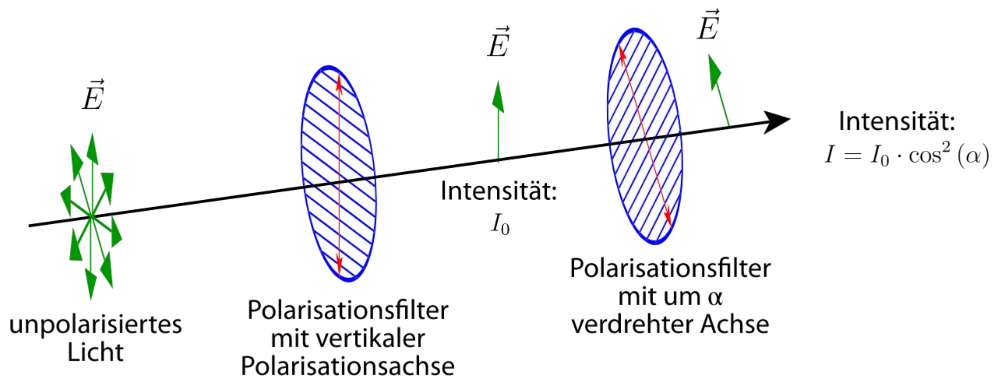


/wiki/Verzögerungsplatte

→ man kann also auch mit **transversaler Polarisation** arbeiten.

EPR – Experiment (2)

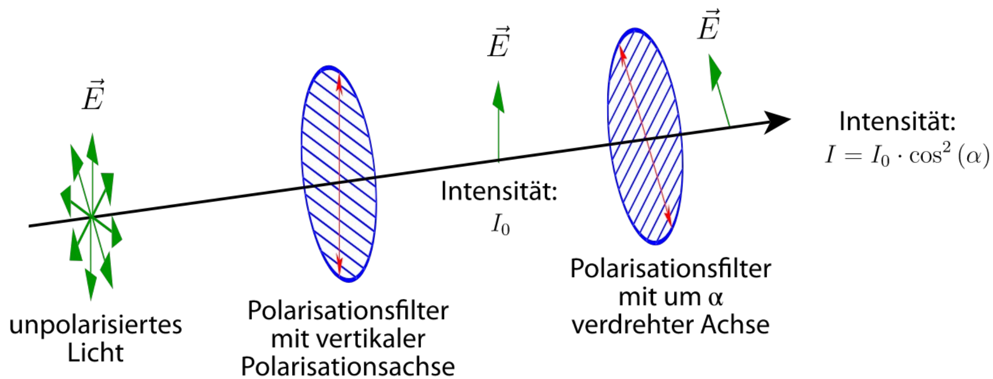
Wie Ort und Impuls,
so sind auch Polarisationszustände nicht gleichzeitig scharf bestimmt:



https://www.leifiphysik.de/optik/polarisation

EPR – Experiment (2)

Wie Ort und Impuls,
so sind auch Polarisationszustände nicht gleichzeitig scharf bestimmt:

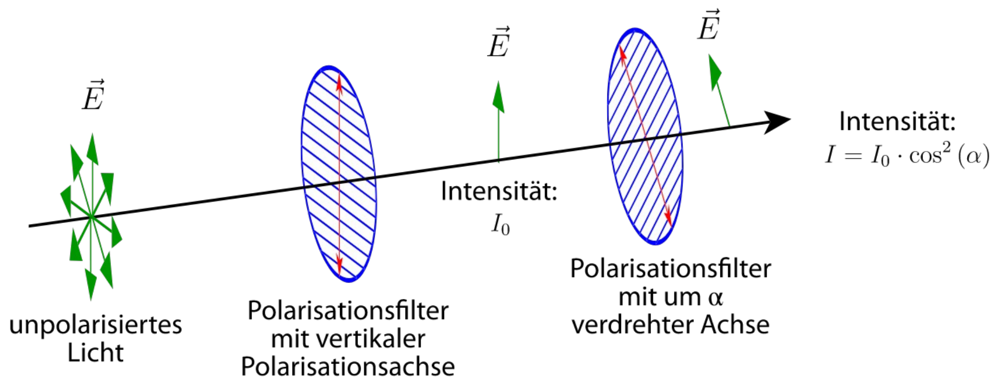


https://www.leifiphysik.de/optik/polarisation

- Nach dem ersten Polarisator sind die Photonen im Zustand $\psi_1 = <\leftrightarrow |$

EPR – Experiment (2)

Wie Ort und Impuls,
so sind auch Polarisationszustände nicht gleichzeitig scharf bestimmt:

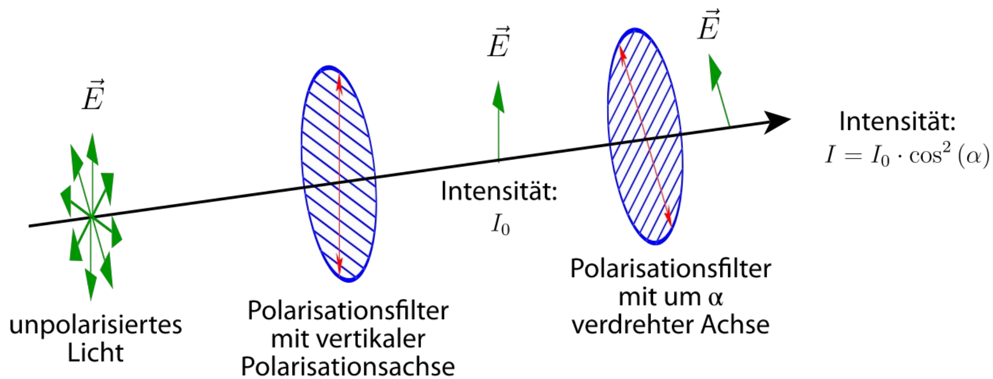


https://www.leifiphysik.de/optik/polarisation

- Nach dem ersten Polarisator sind die Photonen im Zustand $\psi_1 = <\leftrightarrow|$
- der zweite Polarisator ist unter dem Winkel α relativ zum ersten eingestellt;
- dort werden Photonen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit absorbiert; die mit der Wahrscheinlichkeit $\cos^2\alpha$ durchgelassenen Photonen befinden sich im Überlagerungszustand $\psi_2 = \cos(\alpha) <\leftrightarrow| + \sin(\alpha) <\updownarrow|$

EPR – Experiment (2)

Wie Ort und Impuls,
so sind auch Polarisationszustände nicht gleichzeitig scharf bestimmt:



https://www.leifiphysik.de/optik/polarisation

- Nach dem ersten Polarisator sind die Photonen im Zustand $\psi_1 = <\leftrightarrow|$
- der zweite Polarisator ist unter dem Winkel α relativ zum ersten eingestellt;
- dort werden Photonen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit absorbiert; die mit der Wahrscheinlichkeit $\cos^2\alpha$ durchgelassenen Photonen befinden sich im Überlagerungszustand $\psi_2 = \cos(\alpha) <\leftrightarrow| + \sin(\alpha) <\updownarrow|$

Für α=45° liefert die Anordnung also Photonen im Überlagerungszustand $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(<\leftrightarrow| + <\updownarrow|)$

Einschub: Photonen am Polarisator

Linear polarisiertes Licht auf Polfilter fällt unter Winkel φ auf Polfilter

→ in Richtung φ linear polarisiertes Licht mit Intensität $I = w\, I_0$, mit w=cos² φ

$$45^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \nearrow \Rightarrow \sim\nearrow\sim \qquad w = \tfrac{1}{2}$$

$$90^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \rightarrow \Rightarrow \text{vollständige Absorption} \qquad w = 0$$

Einschub: Photonen am Polarisator

Linear polarisiertes Licht auf Polfilter fällt unter Winkel φ auf Polfilter

→ in Richtung φ linear polarisiertes Licht mit Intensität $I = w\, I_0$, mit w=cos² φ

$$45^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \nearrow \;\Rightarrow\; \sim\nearrow\sim \qquad w = \tfrac{1}{2}$$

$$90^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \rightarrow \;\Rightarrow\; \text{vollständige Absorption} \qquad w = 0$$

Für **einzelne Photonen** bedeutet das (”ganz oder gar nicht“):

Photon mit Wahrscheinlichkeit

- w in Richtung des Filters polarisiert
- 1-w im orthogonalen Zustand, d. h. in (diesem Fall) absorbiert

Einschub: Photonen am Polarisator

Linear polarisiertes Licht auf Polfilter fällt unter Winkel φ auf Polfilter

→ in Richtung φ linear polarisiertes Licht mit Intensität $I = w\, I_0$, mit w=cos² φ

$$45^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \nearrow \;\Rightarrow\; \sim\nearrow\sim \qquad w = \tfrac{1}{2}$$

$$90^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \rightarrow \;\Rightarrow\; \text{vollständige Absorption} \qquad w = 0$$

Für **einzelne Photonen** bedeutet das ("ganz oder gar nicht"):

Photon mit Wahrscheinlichkeit

- w in Richtung des Filters polarisiert
- 1-w im orthogonalen Zustand, d. h. in (diesem Fall) absorbiert

Quantenmechanischer Messprozess von **komplementären Variablen**:

- zwei Polarisationsrichtungen sind nicht gleichzeitig messbar „**Komplementarität**“
- nach der Messung befindet sich das System im gemessenen Zustand “**Projektionspostulat der QM**”

Anmerkung: Photonpolarisation formal äquivalent zum Elektronen-Spin

Einschub: Photonen am Polarisator

Linear polarisiertes Licht auf Polfilter fällt unter Winkel φ auf Polfilter

→ in Richtung φ linear polarisiertes Licht mit Intensität $I = w\, I_0$, mit w=cos² φ

$$45^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \nearrow \Rightarrow \sim\nearrow\sim \qquad w = \tfrac{1}{2}$$

$$90^\circ: \quad \sim\uparrow\sim \text{ auf } \rightarrow \Rightarrow \text{vollständige Absorption} \qquad w = 0$$

Für **einzelne Photonen** bedeutet das (”ganz oder gar nicht“):

Photon mit Wahrscheinlichkeit

- w in Richtung des Filters polarisiert
- 1-w im orthogonalen Zustand, d. h. in (diesem Fall) absorbiert

Quantenmechanischer Messprozess von **komplementären Variablen**:

- zwei Polarisationsrichtungen sind nicht gleichzeitig messbar „**Komplementarität**“
- nach der Messung befindet sich das System im gemessenen Zustand “**Projektionspostulat der QM**”

Anmerkung: Photonpolarisation formal äquivalent zum Elektronen-Spin

Experiment als Beleg: 45°, dann 90° : $\sim\uparrow\sim$ auf $\nearrow$ $\rightarrow$

$$w = \cos^2(45^\circ)\cos^2(45^\circ) = 0.25$$

$\Rightarrow$ **es kommen Photonen durch!**

EPR – Experiment: Bohm‘sche Variante

Verwendung von Photon-Paaren mit verschränkten Polarisationszuständen

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(<\leftrightarrow, \leftrightarrow | + <\updownarrow, \updownarrow | \right)$$

EPR – Experiment: Bohm‘sche Variante

Verwendung von Photon-Paaren mit verschränkten Polarisationszuständen

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\leftrightarrow,\leftrightarrow| + <\updownarrow,\updownarrow|\right)$$

Anmerkung: die Erzeugung verschränkter Photonen ist technisch aufwändig; man gewinnt sie aus Kaskadenzerfällen bestimmter Atome oder durch Bestrahlung nicht-linearer Medien mit einem Laser.

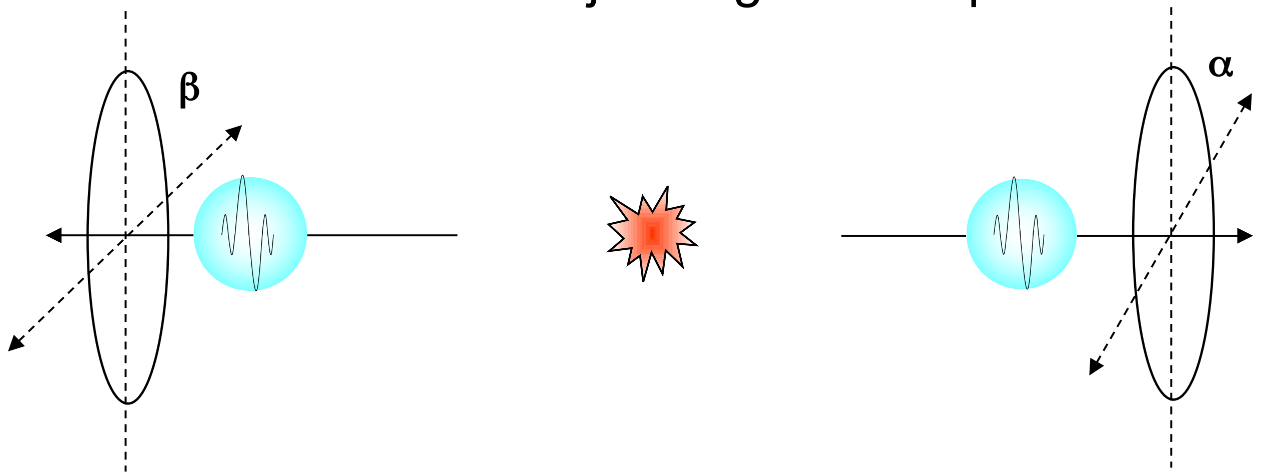
EPR – Experiment: Bohm'sche Variante

Verwendung von Photon-Paaren mit verschränkten Polarisationszuständen

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (<\leftrightarrow, \leftrightarrow | + <\updownarrow, \updownarrow |)$$

Anmerkung: die Erzeugung verschränkter Photonen ist technisch aufwändig; man gewinnt sie aus Kaskadenzerfällen bestimmter Atome oder durch Bestrahlung nicht-linearer Medien mit einem Laser.

Man schickt die beiden verschränkten Photonen durch jeweils ein Polarisationsfilter, deren Achsen gegeneinander gedreht werden können, und zählt die Anzahl der Photonpaare, bei denen beide Photonen ihr jeweiliges Filter passieren.



EPR – Experiment: Bohms Variante (2)

Analyse des erwarteten Ausgangs:

Erst die Messung legt die Wellenfunktion des Gesamtsystems fest:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\leftrightarrow,\leftrightarrow| + <\updownarrow,\updownarrow|\right) \rightarrow <\leftrightarrow,\leftrightarrow| \,\mathrm{oder}\, <\updownarrow,\updownarrow|$$

Messung

EPR – Experiment: Bohms Variante (2)

Analyse des erwarteten Ausgangs:

1.) In der **Quantenmechanik**
ist der Polarisationszustand bis zur Messung unbestimmt.

Erst die Messung legt die Wellenfunktion des Gesamtsystems fest:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\leftrightarrow,\leftrightarrow| + <\updownarrow,\updownarrow|\right) \underset{\text{Messung}}{\rightarrow} <\leftrightarrow,\leftrightarrow| \,\text{oder}\, <\updownarrow,\updownarrow|$$

EPR – Experiment: Bohms Variante (2)

Analyse des erwarteten Ausgangs:

1.) In der **Quantenmechanik**
ist der Polarisationszustand bis zur Messung unbestimmt.

Erst die Messung legt die Wellenfunktion des Gesamtsystems fest:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(<\leftrightarrow,\leftrightarrow| + <\updownarrow,\updownarrow|) \underset{\text{Messung}}{\rightarrow} <\leftrightarrow,\leftrightarrow| \,\text{oder}\, <\updownarrow,\updownarrow|$$

2.) In einer **Theorie mit verborgenen Parametern** wäre der
Polarisationszustand von vorne herein festgelegt, aber unbekannt !

EPR – Experiment: Bohms Variante (2)

Analyse des erwarteten Ausgangs:

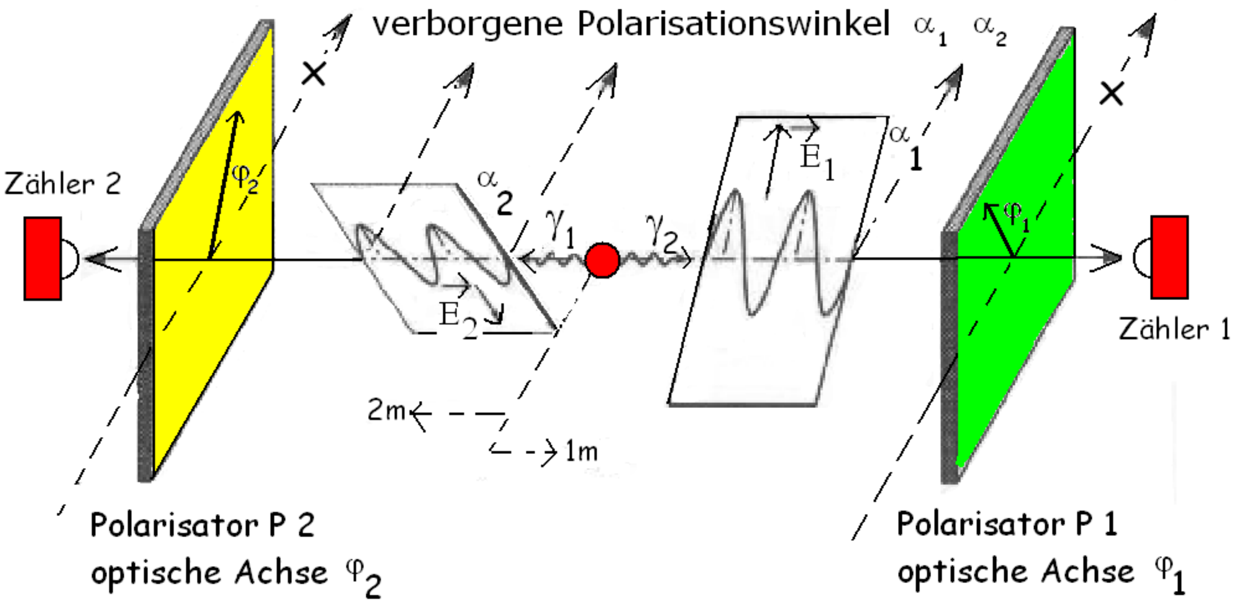
1.) In der **Quantenmechanik**
ist der Polarisationszustand bis zur Messung unbestimmt.

Erst die Messung legt die Wellenfunktion des Gesamtsystems fest:

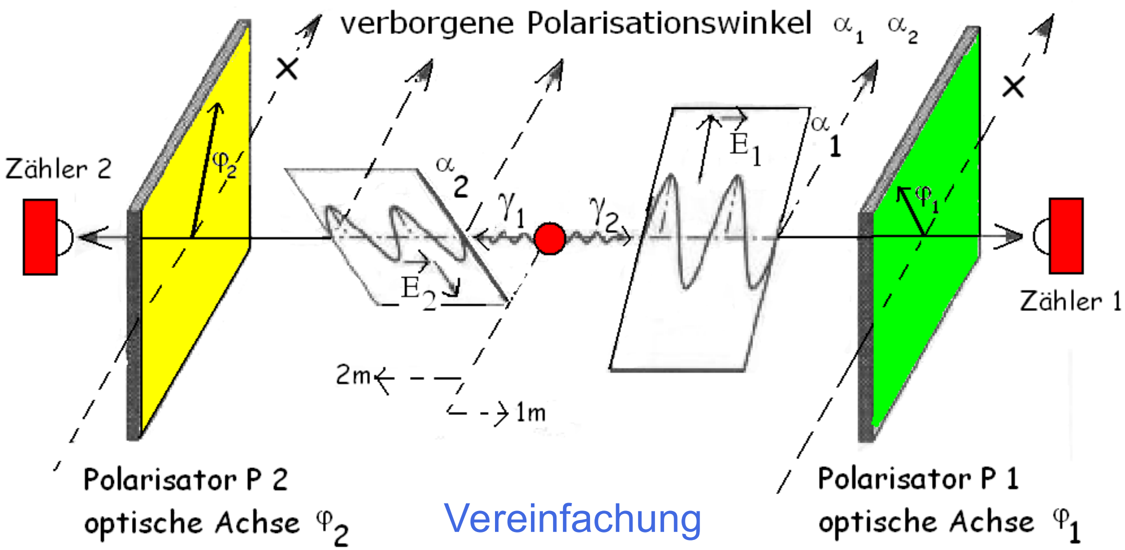
$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\leftrightarrow,\leftrightarrow| + <\updownarrow,\updownarrow|\right) \underset{\text{Messung}}{\rightarrow} <\leftrightarrow,\leftrightarrow| \text{ oder } <\updownarrow,\updownarrow|$$

2.) In einer **Theorie mit verborgenen Parametern** wäre der Polarisationszustand von vorne herein festgelegt, aber unbekannt !

Annahme: es gibt für jedes Photonpaar **feste,** bei der Erzeugung festgelegte **Polarisationswinkel α_1, α_2 (z.B. relativ zur Horizontalen)**



EPR – Experiment: Bohms Variante (3)

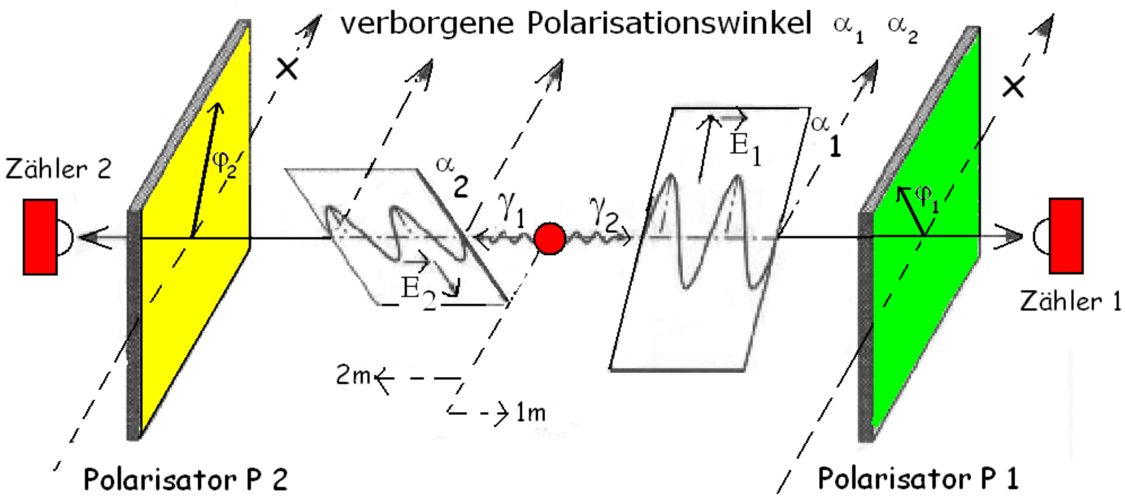


Vereinfachung

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

Trifft ein unter dem Winkel α polarisiertes Photon auf ein unter dem Winkel φ orientiertes Polarisationsfilter, so ist die Wahrscheinlichkeit des Durchgangs gegeben durch: $w = \cos^2(\varphi - \alpha)$

EPR – Experiment: Bohms Variante (3)



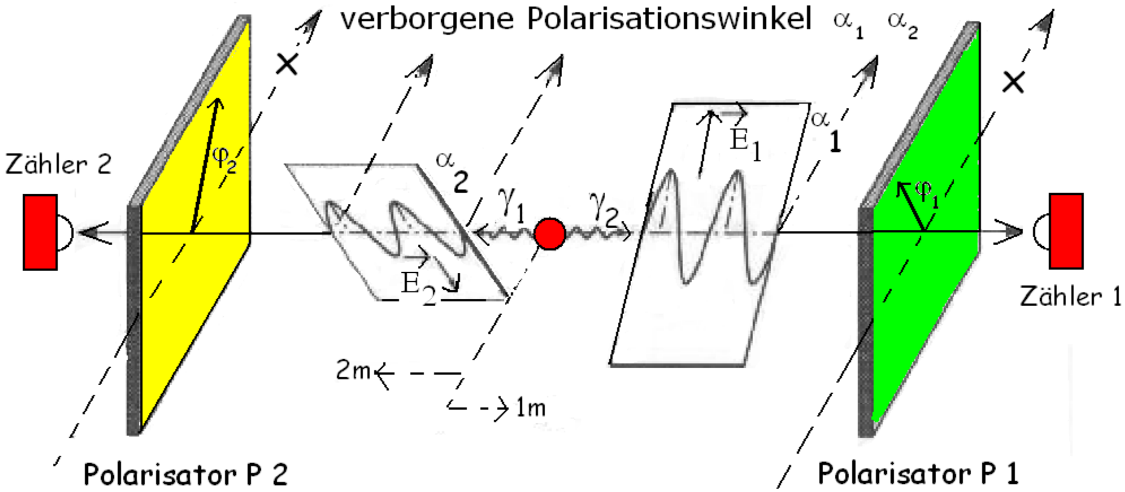
Vereinfachung
$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

Trifft ein unter dem Winkel α polarisiertes Photon auf ein unter dem Winkel φ orientiertes Polarisationsfilter, so ist die Wahrscheinlichkeit des Durchgangs gegeben durch: $w = \cos^2(\varphi - \alpha)$

Für den Durchgang beider Photonen durch die jeweils unter den Winkeln φ_1 und φ_2 aufgestellten Filter ergibt sich damit die Wahrscheinlichkeit:

$$w(1,2) = \cos^2(\varphi_1 - \alpha) \cdot \cos^2(\varphi_2 - \alpha)$$

EPR – Experiment: Bohms Variante (3)



Vereinfachung
$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

Trifft ein unter dem Winkel α polarisiertes Photon auf ein unter dem Winkel φ orientiertes Polarisationsfilter, so ist die Wahrscheinlichkeit des Durchgangs gegeben durch: $w = \cos^2(\varphi - \alpha)$

Für den Durchgang beider Photonen durch die jeweils unter den Winkeln φ_1 und φ_2 aufgestellten Filter ergibt sich damit die Wahrscheinlichkeit:

$$w(1,2) = \cos^2(\varphi_1 - \alpha) \cdot \cos^2(\varphi_2 - \alpha)$$

Da wir die Richtung von α nicht kennen und uns das Experiment nahe legt, dass alle Richtungen gleich wahrscheinlich sind, integrieren wir über alle Winkel α:

Für Theorie mit verborgeneb Parametern:

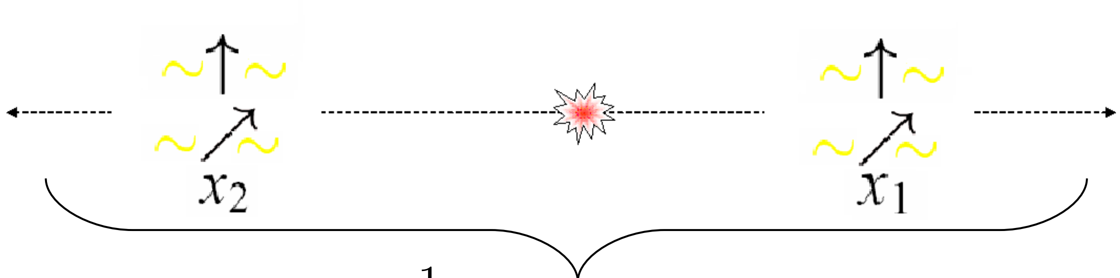
$$w_{\mathrm{vP}}(\Delta\varphi) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + \cos^2(\Delta\varphi)\right) \text{ mit } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

EPR – Experiment: Bohms Variante (4)

Die Quantenmechanische Überlegung ist einfacher:

– zunächst ist die Polarisationsrichtung nicht bestimmt

(Überlagerungszustand aller möglichen Polarisationszustände)



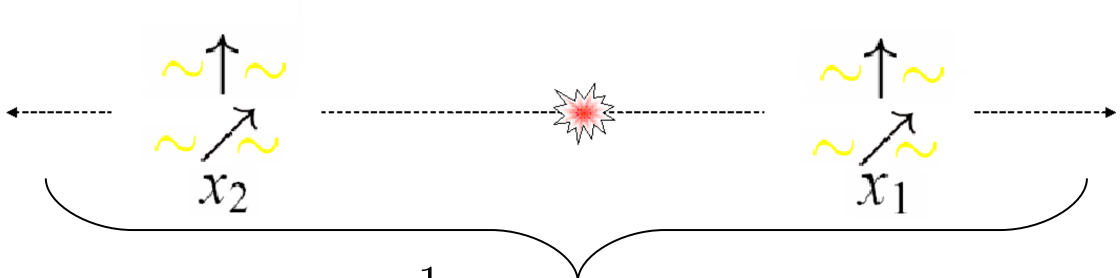
$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(<\leftrightarrow, \leftrightarrow| + <\updownarrow, \updownarrow| \right)$$

EPR – Experiment: Bohms Variante (4)

Die Quantenmechanische Überlegung ist einfacher:

– zunächst ist die Polarisationsrichtung nicht bestimmt

(Überlagerungszustand aller möglichen Polarisationszustände)



$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\leftrightarrow,\leftrightarrow| + <\updownarrow,\updownarrow|\right)$$

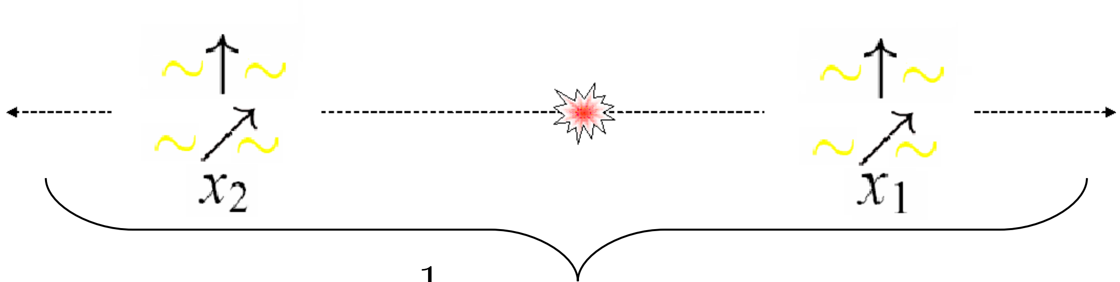
– mit einer Wahrscheinlichkeit von w_2 = ½ wird Filter 2 passiert

EPR – Experiment: Bohms Variante (4)

Die Quantenmechanische Überlegung ist einfacher:

– zunächst ist die Polarisationsrichtung nicht bestimmt

(Überlagerungszustand aller möglichen Polarisationszustände)



$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\leftrightarrow,\leftrightarrow| + <\updownarrow,\updownarrow|\right)$$

– mit einer Wahrscheinlichkeit von w_2 = ½ wird Filter 2 passiert

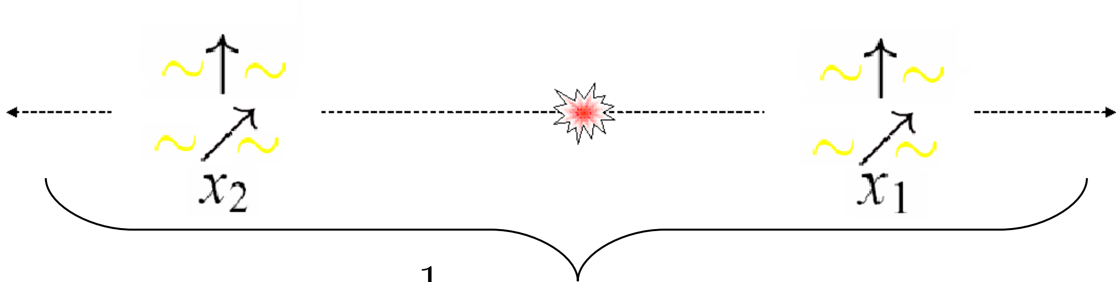
– gleichzeitig ist jetzt auch das andere Photon als Resultat der Messung in der gleichen Richtung polarisiert

EPR – Experiment: Bohms Variante (4)

Die Quantenmechanische Überlegung ist einfacher:

– zunächst ist die Polarisationsrichtung nicht bestimmt

(Überlagerungszustand aller möglichen Polarisationszustände)



$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (< \leftrightarrow, \leftrightarrow | + < \updownarrow, \updownarrow |)$$

– mit einer Wahrscheinlichkeit von w_2 = ½ wird Filter 2 passiert

– gleichzeitig ist jetzt auch das andere Photon als Resultat der Messung in der gleichen Richtung polarisiert

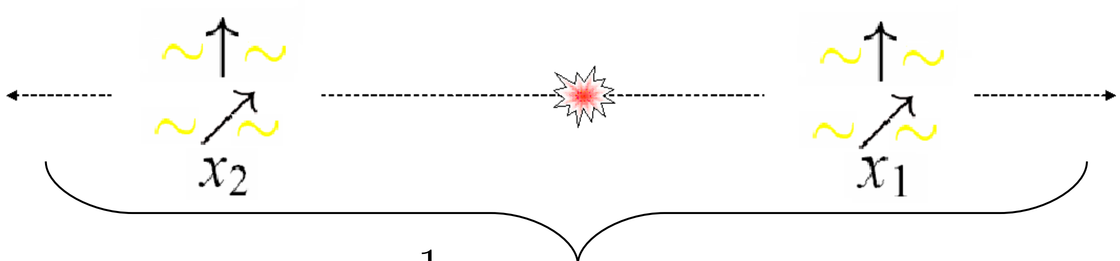
– das unter dem Winkel aufgestellte Filter 1 wird vom ersten Photon mit der Wahrscheinlichkeit $w_2 = \cos^2(\Delta\varphi) \, \mathrm{mit} \, \Delta = \varphi_2 - \varphi_1$ passiert.

EPR – Experiment: Bohms Variante (4)

Die Quantenmechanische Überlegung ist einfacher:

– zunächst ist die Polarisationsrichtung nicht bestimmt

(Überlagerungszustand aller möglichen Polarisationszustände)



$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(<\leftrightarrow, \leftrightarrow| + <\updownarrow, \updownarrow| \right)$$

– mit einer Wahrscheinlichkeit von w_2 = ½ wird Filter 2 passiert

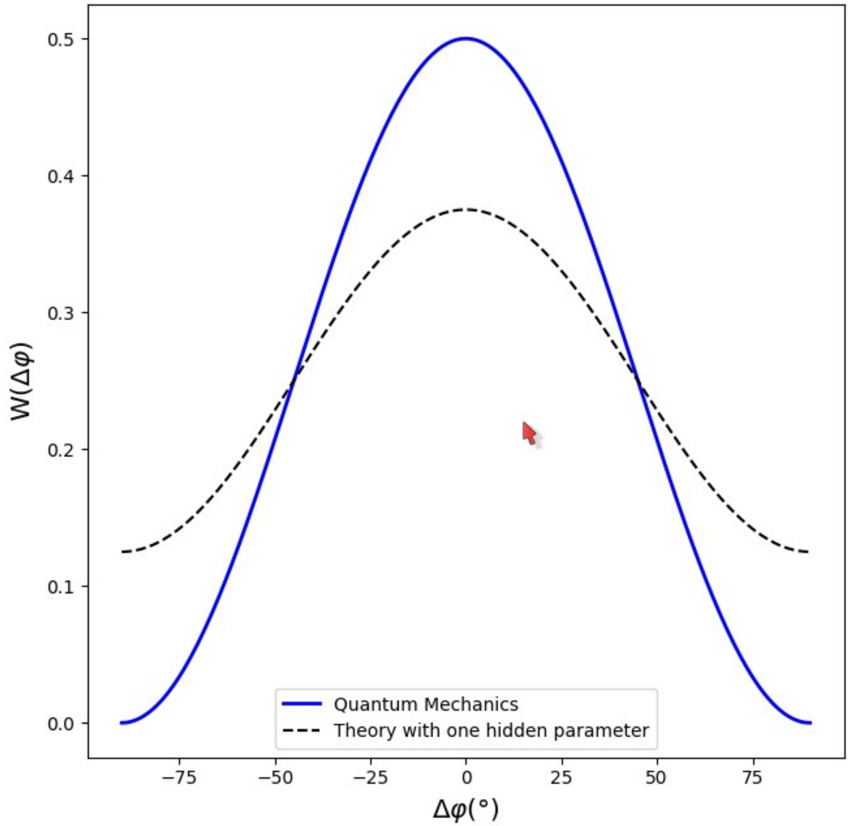
– gleichzeitig ist jetzt auch das andere Photon als Resultat der Messung in der gleichen Richtung polarisiert

– das unter dem Winkel aufgestellte Filter 1 wird vom ersten Photon mit der Wahrscheinlichkeit $w_2 = \cos^2(\Delta\varphi)\,\mathrm{mit}\,\Delta = \varphi_2 - \varphi_1$ passiert.

Insgesamt nach der QM: $w_{\mathrm{QM}}(\Delta\varphi) = \frac{1}{2}\cos^2(\Delta\varphi)$

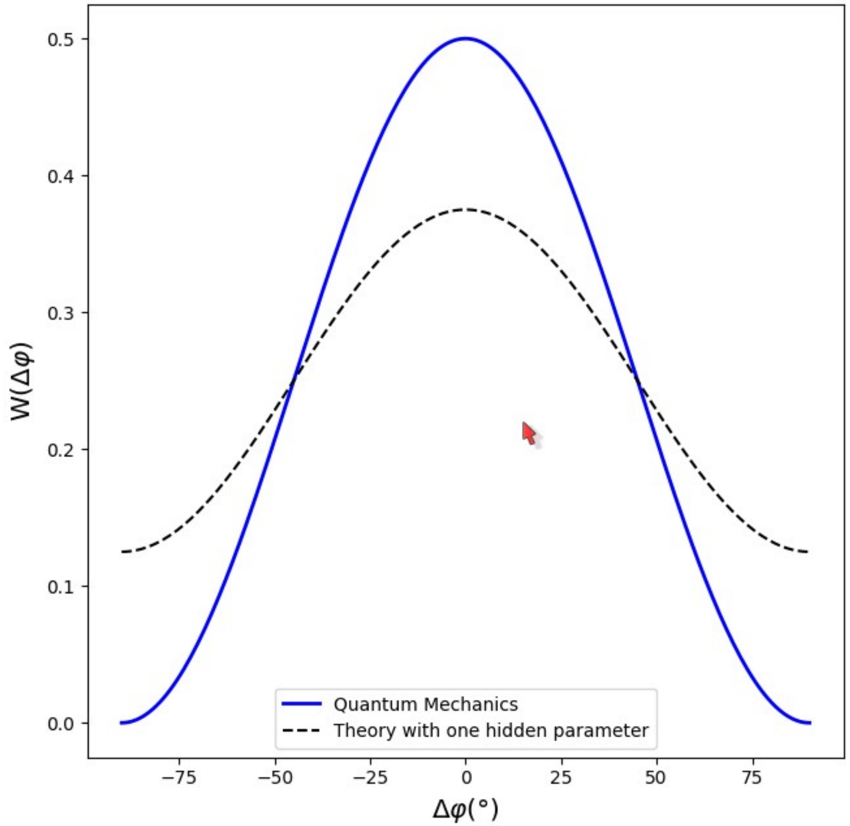
EPR – Experiment: Bohms Variante (5)

$$w_{\mathrm{QM}}(\Delta\varphi) = \frac{1}{2}\cos^2(\Delta\varphi) \longleftrightarrow w_{\mathrm{vP}}(\Delta\varphi) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + \cos^2(\Delta\varphi)\right) \text{ mit } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$



EPR – Experiment: Bohms Variante (5)

$$w_{\mathrm{QM}}(\Delta\varphi) = \frac{1}{2}\cos^2(\Delta\varphi) \longleftrightarrow w_{\mathrm{vP}}(\Delta\varphi) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + \cos^2(\Delta\varphi)\right) \text{ mit } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$



Seit den 80ger Jahren wurden Experimente möglich;

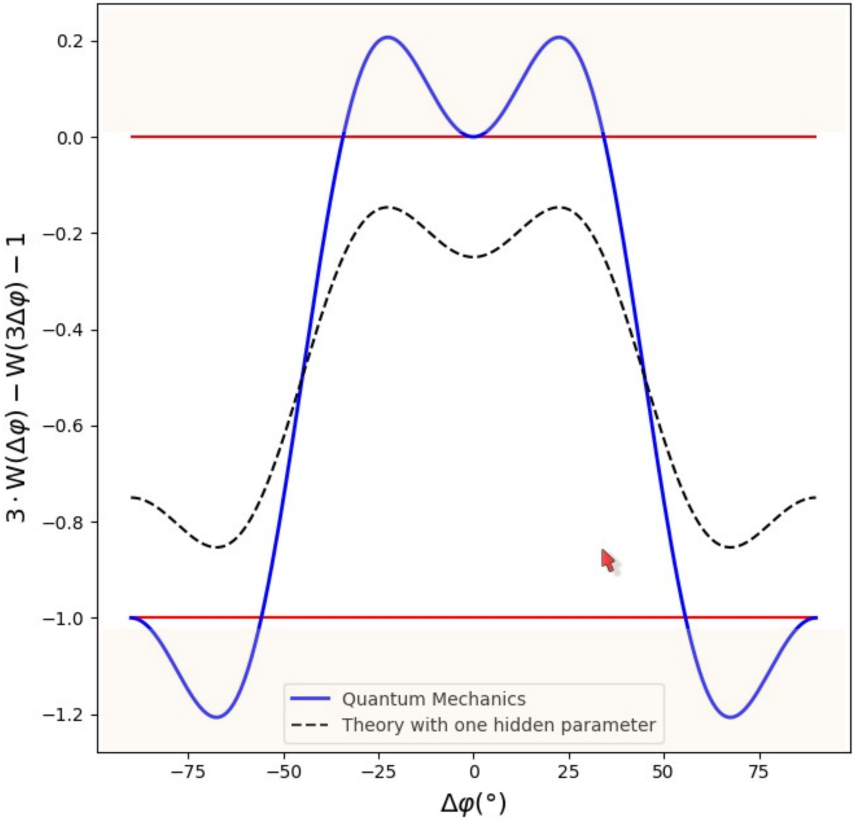
bisher wurde **Quantenmechanik nicht widerlegt –**

trotz raffinierter werdenden Annahmen über mögliche verborgene Parameter.

EPR: Die Bell'sche Ungleichung

Man kann auch allgemeinere Annahmen über α_1 und α_2 machen.

Für solche Fälle gelang es dem CERN-Physiker J.S. Bell 1964, eine **Ungleichung** anzugeben, die für jede Theorie mit versteckten Parametern gelten muss.



Darstellung der Bell'schen Ungleichung für die besprochenen Beispiele. Die Quantentheorie reicht weit in den klassisch verbotenen Bereich. Bei 22.5° ist die Verletzung der Ungleichung maximal.

Unsere Theorie mit einem versteckten Parameter ist übrigens nicht besonders gut; es gibt Beispiele, die nahe an 0 und 1 heranreichen

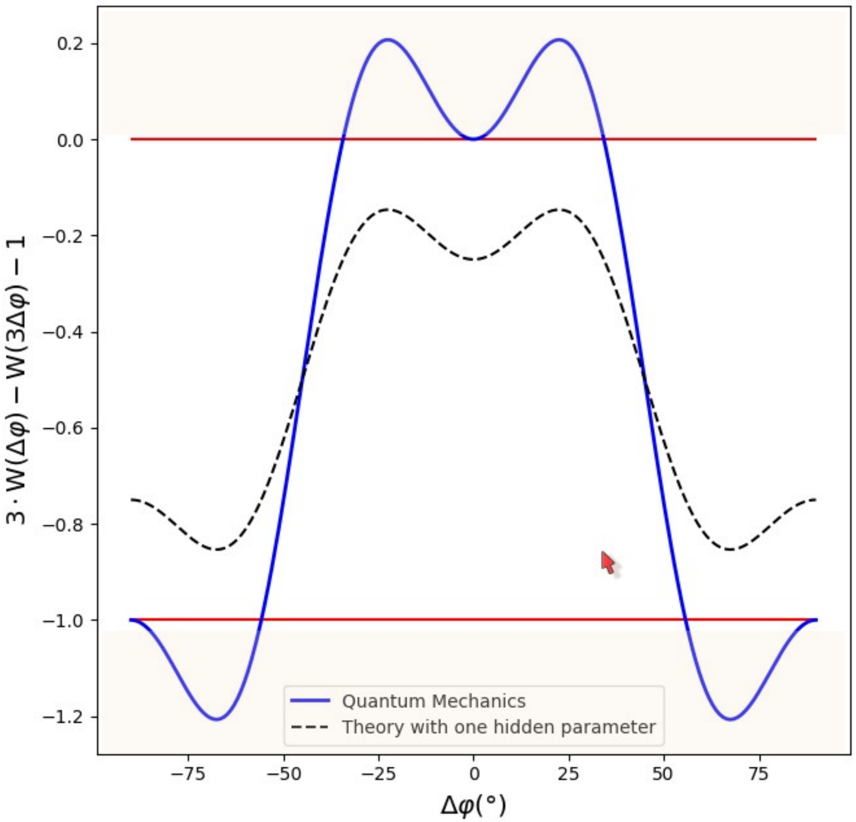
EPR: Die Bell'sche Ungleichung

Man kann auch allgemeinere Annahmen über α_1 und α_2 machen.

Für solche Fälle gelang es dem CERN-Physiker J.S. Bell 1964, eine **Ungleichung** anzugeben, die für jede Theorie mit versteckten Parametern gelten muss.

Für den Fall der Photon-Polarisation lautet die Bell'sche Ungleichung $-1 \leq 3 \cdot W(\varphi) - W(3\varphi) - 1 \leq 0$

beinhaltet Messungen bei φ und 3φ



Darstellung der Bell'schen Ungleichung für die besprochenen Beispiele. Die Quantentheorie reicht weit in den klassisch verbotenen Bereich. Bei 22.5° ist die Verletzung der Ungleichung maximal.

Unsere Theorie mit einem versteckten Parameter ist übrigens nicht besonders gut; es gibt Beispiele, die nahe an 0 und 1 heranreichen

EPR: Die Bell'sche Ungleichung

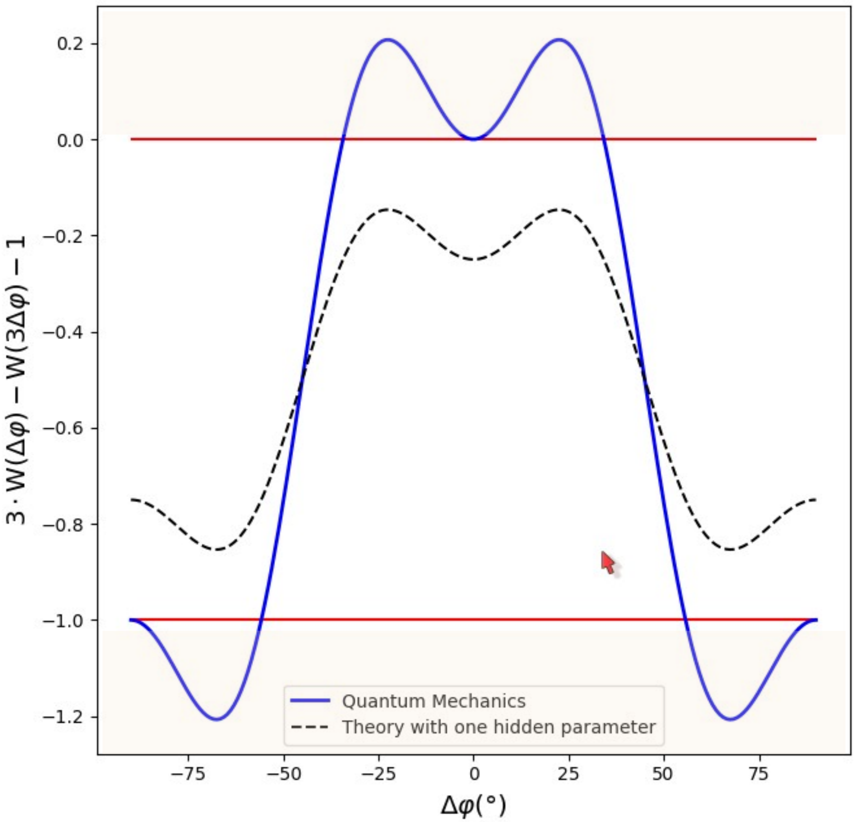
Man kann auch allgemeinere Annahmen über α_1 und α_2 machen.

Für solche Fälle gelang es dem CERN-Physiker J.S. Bell 1964, eine **Ungleichung** anzugeben, die für jede Theorie mit versteckten Parametern gelten muss.

Für den Fall der Photon-Polarisation lautet die

Bell'sche Ungleichung $-1 \leq 3 \cdot W(\varphi) - W(3\varphi) - 1 \leq 0$

beinhaltet Messungen bei φ und 3φ



Darstellung der Bell'schen Ungleichung für die besprochenen Beispiele. Die Quantentheorie reicht weit in den klassisch verbotenen Bereich. Bei 22.5° ist die Verletzung der Ungleichung maximal.

Unsere Theorie mit einem versteckten Parameter ist übrigens nicht besonders gut; es gibt Beispiele, die nahe an 0 und 1 heranreichen

Anmerkung: Tests der Bell'schen Ungleichung sind wichtig in der Quantenkyprotgraphie; wenn ein Quantenkanal abgehört wird, entsteht klassisches Verhalten, d.h. die Bell'sche Ungleichung ist erfüllt !

EPR: Die Bell‘sche Ungleichung

Erster signifikanter Nachweis der Verletzung der Bell‘schen Ungleichung: A. Aspect et. al., *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities*, Physical Review Letters, Vol. 49, Iss. 2, pp. 91–94 (1982)

EPR: Die Bell‘sche Ungleichung

Erster signifikanter Nachweis der Verletzung der Bell‘schen Ungleichung: A. Aspect et. al., *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities*, Physical Review Letters, Vol. 49, Iss. 2, pp. 91–94 (1982)

Seit dem: eine ganze Reihe weiterer Experimente mit Photonen, Elektronen, Ionen und Atomstrahlen und Elementarteilchen, um verbleibende „Schlupflöcher“ für Theorien mit verborgenen Parametern zu schließen.

EPR: Die Bell'sche Ungleichung

Erster signifikanter Nachweis der Verletzung der Bell'schen Ungleichung: A. Aspect et. al., *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities*, Physical Review Letters, Vol. 49, Iss. 2, pp. 91–94 (1982)

Seit dem: eine ganze Reihe weiterer Experimente mit Photonen, Elektronen, Ionen und Atomstrahlen und Elementarteilchen, um verbleibende „Schlupflöcher“ für Theorien mit verborgenen Parametern zu schließen.

Technische Anwendungen: Verschränkte Systeme sind Grundlage der Quanten-kryptographie und des Quanten-Computings.

EPR: Die Bell'sche Ungleichung

Erster signifikanter Nachweis der Verletzung der Bell'schen Ungleichung: A. Aspect et. al., *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities*, Physical Review Letters, Vol. 49, Iss. 2, pp. 91–94 (1982)

Seit dem: eine ganze Reihe weiterer Experimente mit Photonen, Elektronen, Ionen und Atomstrahlen und Elementarteilchen, um verbleibende „Schlupflöcher“ für Theorien mit verborgenen Parametern zu schließen.

Technische Anwendungen: Verschränkte Systeme sind Grundlage der Quanten-kryptographie und des Quanten-Computings.

Aus einer Vorlesung von J. S. Bell am CERN (1990):

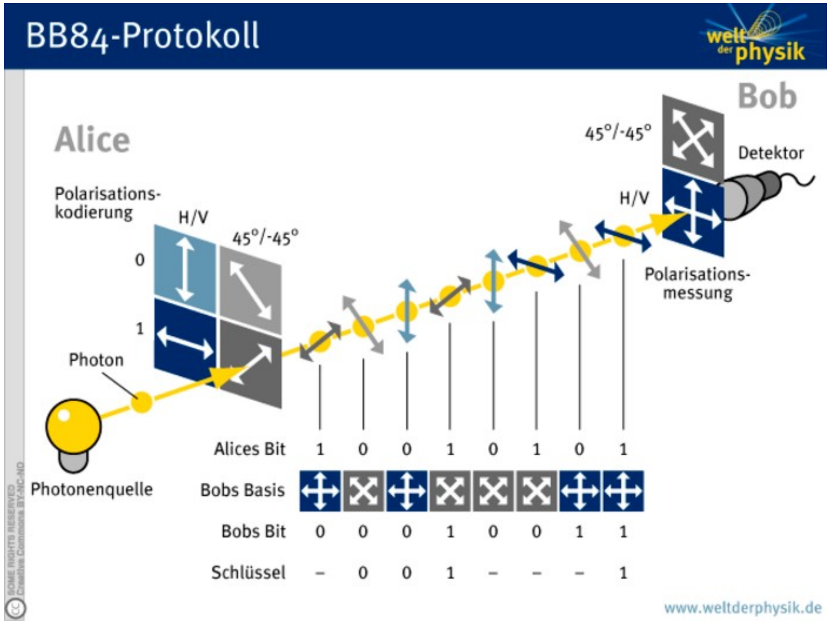
> [The] mere idea of spooky action at a distance is repulsive to physicists. If I had an hour, I would flood you with Newton, Einstein, Bohr and all these other great men's quotes. I would tell you how unthinkable it is to be able to modify a distant situation by doing something here. I think that the founding fathers of quantum mechanics did not really need Einstein's arguments on the necessity of ruling out action at a distance, because they were looking elsewhere. The idea of determinism or action at a distance was so repulsive to them that they looked away. Well, it's a tradition, and we must sometimes, in life, learn to learn new traditions. And it could so happen that we must not so much accept action at a distance, but accept the insufficiency of "no action at a distance."[13]

EPR: Quantenkryptografie

Paare von verschränkten Photonen werden in der **Quantenkrypotgrafie** eingesetzt.

EPR: Quantenkryptografie

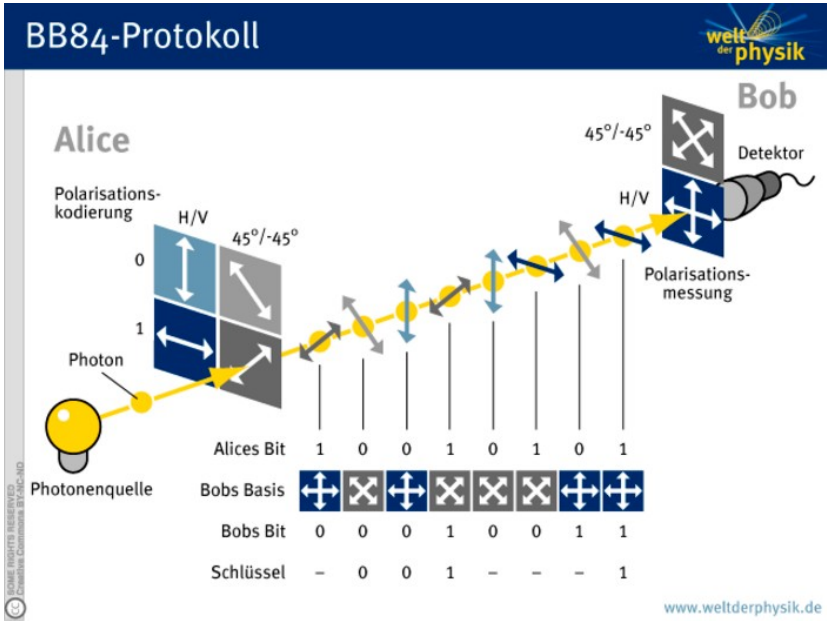
Paare von verschränkten Photonen werden in der **Quantenkrypotgrafie** eingesetzt.



EPR: Quantenkryptografie

Paare von verschränkten Photonen werden in der **Quantenkrypotgrafie** eingesetzt.

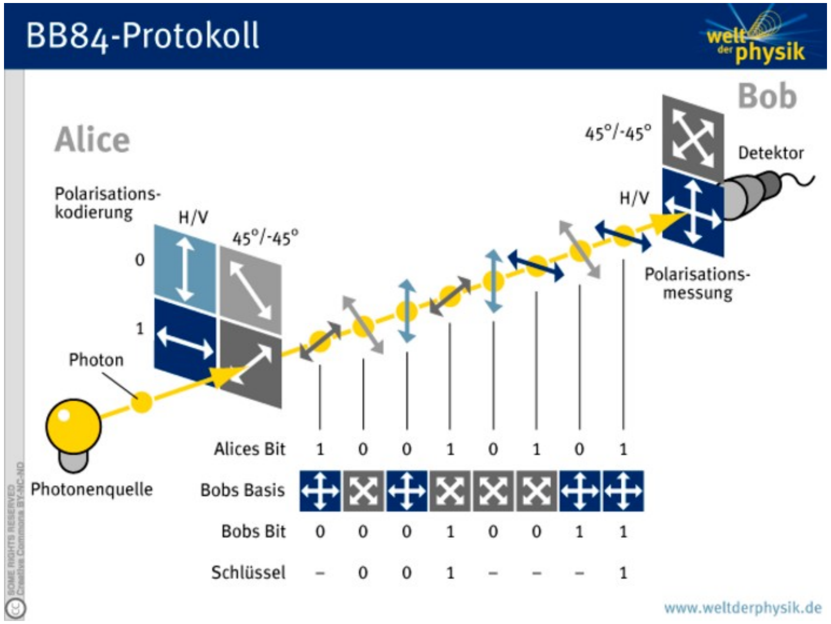
Sie lassen sich über viele Kilometer ohne Verlust der Polarisation auf Lichtleitern übertragen.



EPR: Quantenkryptografie

Paare von verschränkten Photonen werden in der **Quantenkrypotgrafie** eingesetzt.

Sie lassen sich über viele Kilometer ohne Verlust der Polarisation auf Lichtleitern übertragen.



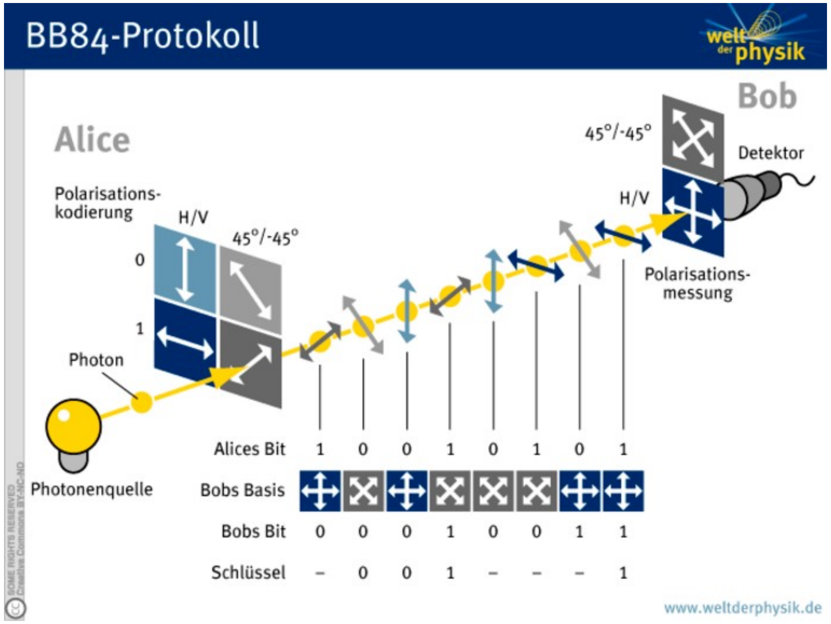
Kürzlich wurde Quantenkommunikation zwischen einem Satelliten mit einer Quelle für verschränkte Photonen und zwei Bodenstationen demonstriert.

Juan Jin et al., *Satellite-based entanglement distribution over 1200 kilometers*, Scince 16 June 2017

EPR: Quantenkryptografie

Paare von verschränkten Photonen werden in der **Quantenkrypotgrafie** eingesetzt.

Sie lassen sich über viele Kilometer ohne Verlust der Polarisation auf Lichtleitern übertragen.



Man kann auch das emittierende Atom mit dem Photon verschränken.

Koppelt man solche Systeme, erhält man verschränkte Atome in großem Abstand

→ Grundlage für ein Quantennetz.

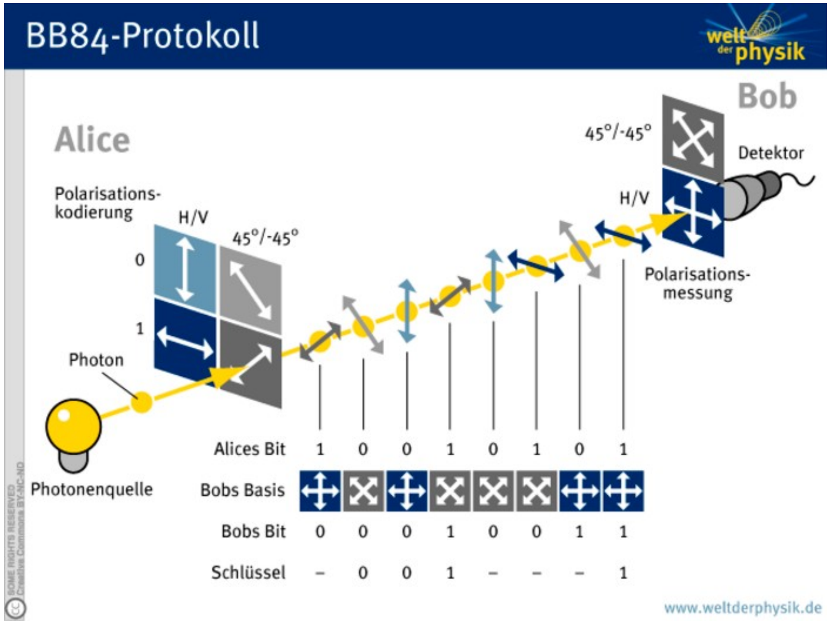
Kürzlich wurde Quantenkommunikation zwischen einem Satelliten mit einer Quelle für verschränkte Photonen und zwei Bodenstationen demonstriert.

Juan Jin et al., *Satellite-based entanglement distribution over 1200 kilometers*, Scince 16 June 2017

EPR: Quantenkryptografie

Paare von verschränkten Photonen werden in der **Quantenkrypotgrafie** eingesetzt.

Sie lassen sich über viele Kilometer ohne Verlust der Polarisation auf Lichtleitern übertragen.



Kürzlich wurde Quantenkommunikation zwischen einem Satelliten mit einer Quelle für verschränkte Photonen und zwei Bodenstationen demonstriert.

Juan Jin et al., *Satellite-based entanglement distribution over 1200 kilometers*, Scince 16 June 2017

Man kann auch das emittierende Atom mit dem Photon verschränken.

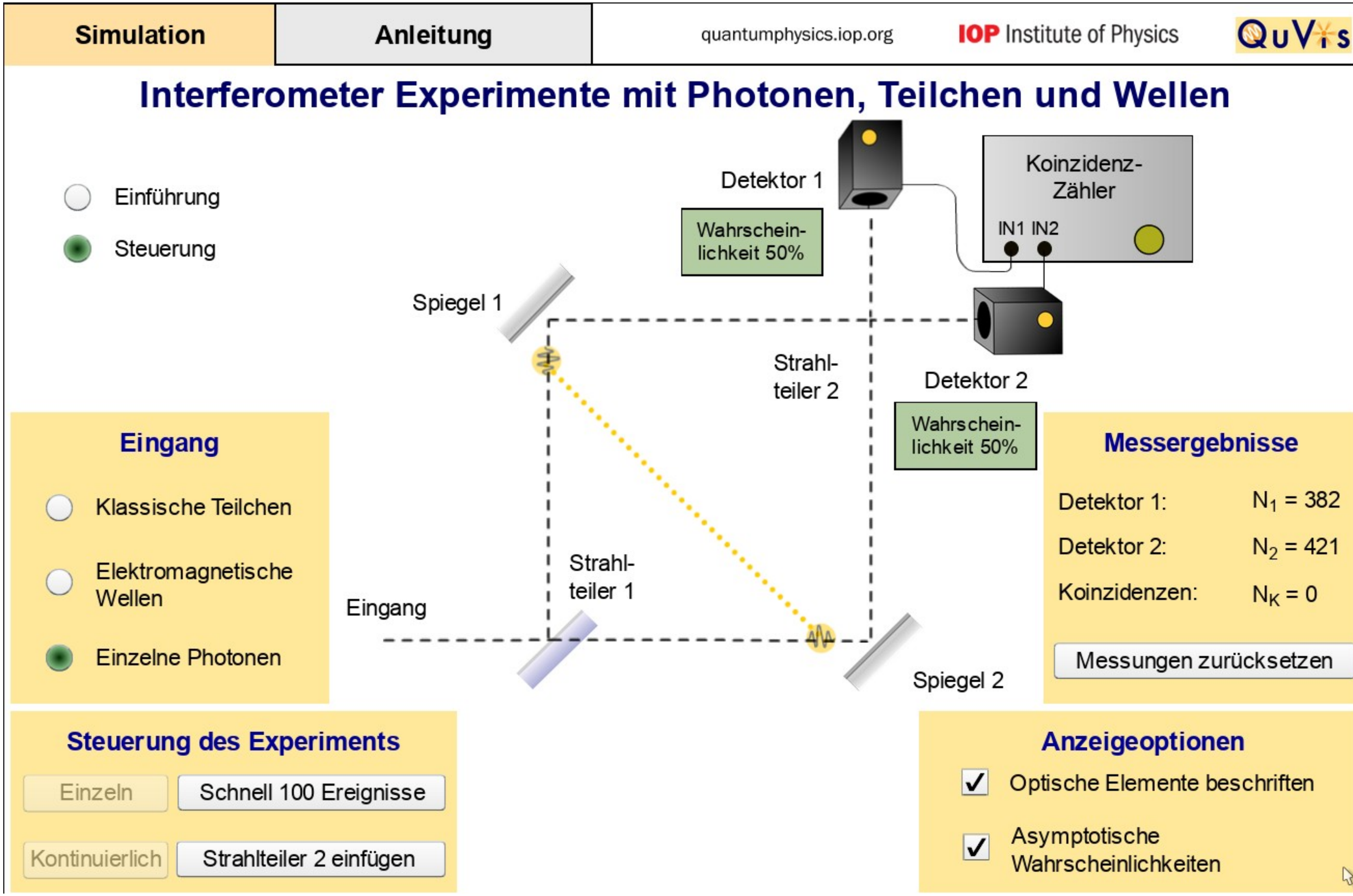
Koppelt man solche Systeme, erhält man verschränkte Atome in großem Abstand

→ Grundlage für ein Quantennetz.

Qbits, überlagerte Quantenzustände der Form $|\psi\rangle = a\,|0\rangle + b\,|1\rangle$, sind Grundlage von Quanten-Computern; dort werden viele Qbits verschränkt.

Photon-Experimente mit Interferometer

Für Experimente mit Photonen setzt man gerne Zwei-Arm-Interferometer ein:

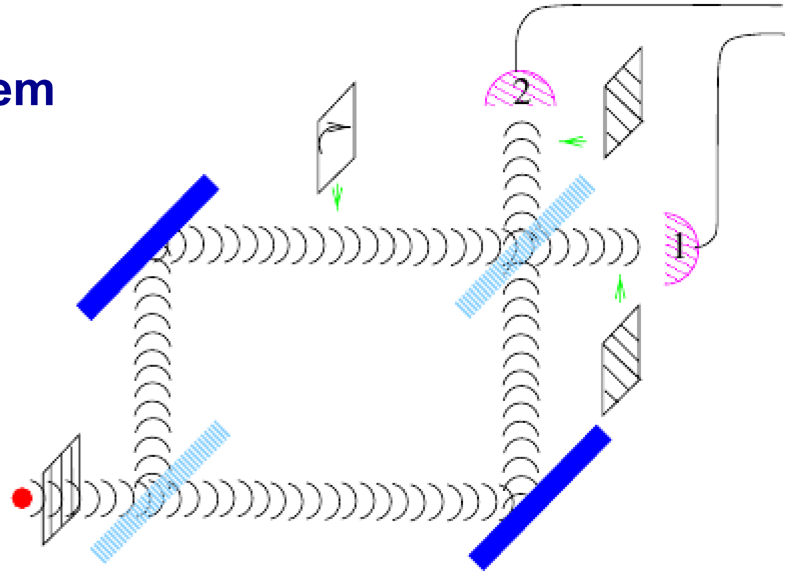


https://www.st-andrews.ac.uk/.../photons-particles-waves-de.html

Mach – Zehnder – Interferometer

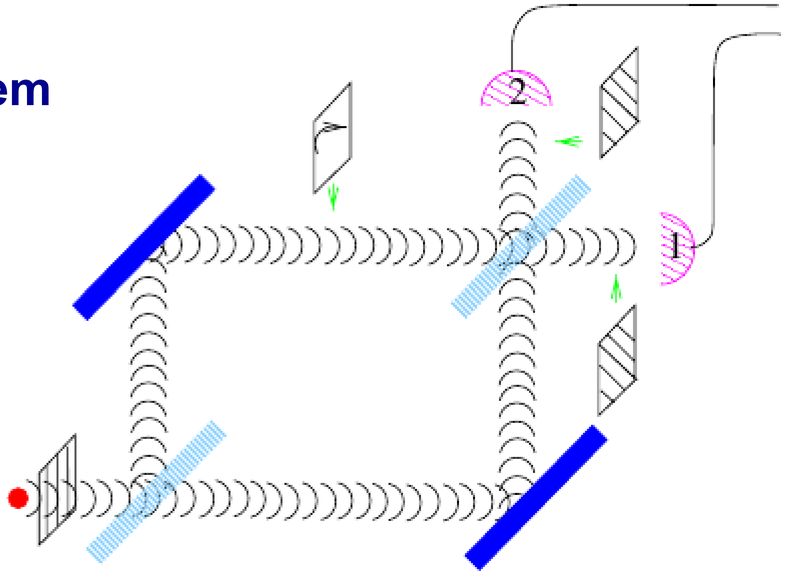
Der „Quantenradierer“

Mach-Zehnder Interferometer mit **polarisiertem Licht & Polarisations-Rotator** in einem Arm



Der „Quantenradierer“

Mach-Zehnder Interferometer mit **polarisiertem Licht & Polarisations-Rotator** in einem Arm

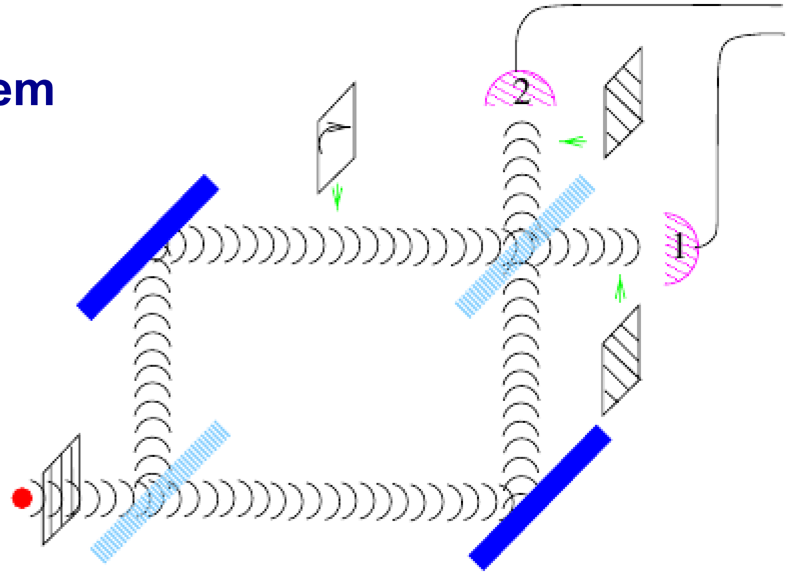


Keine Interferenz, denn

- klassisch: orthogonale Polarisationsrichtungen interferieren nicht
- quantenmechanisch: Wege sind unterscheidbar !

Der „Quantenradierer“

Mach-Zehnder Interferometer mit **polarisiertem Licht & Polarisations-Rotator** in einem Arm



Keine Interferenz, denn

- klassisch: orthogonale Polarisationsrichtungen interferieren nicht
- quantenmechanisch: Wege sind unterscheidbar !

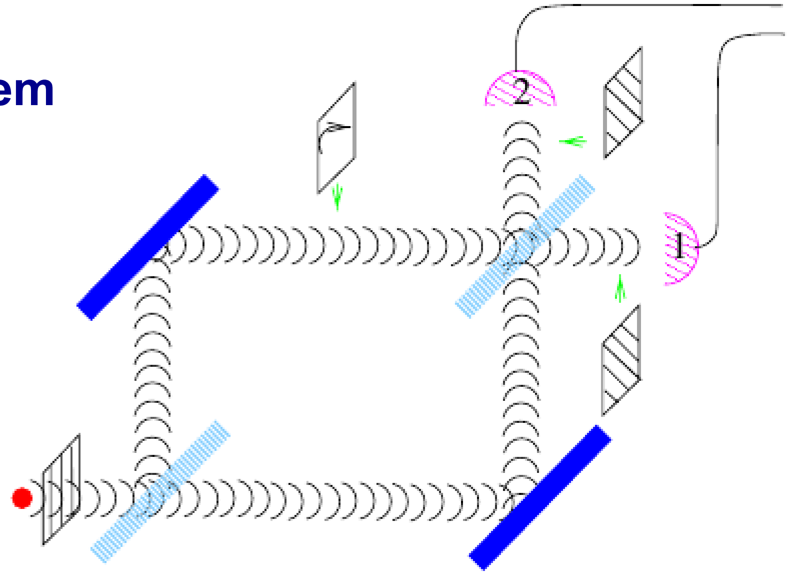
Bringen nun 45°-Polfilter vor den Detektoren an

→ 50% der Photonen werden absorbiert, die übrigen zeigen Interferenz

- klassisch: Polfilter projiziert parallele Komponenten des E-Felds heraus → Interferenz
- quantenmechanisch: Wege sind nicht mehr unterscheidbar, d.h. die Beiträge beider Wege interferieren

Der „Quantenradierer“

Mach-Zehnder Interferometer mit **polarisiertem Licht & Polarisations-Rotator** in einem Arm



Keine Interferenz, denn

- klassisch: orthogonale Polarisations-richtungen interferieren nicht
- quantenmechanisch: Wege sind unterscheidbar !

Bringen nun 45°-Polfilter vor den Detektoren an

→ 50% der Photonen werden absorbiert, die übrigen zeigen Interferenz

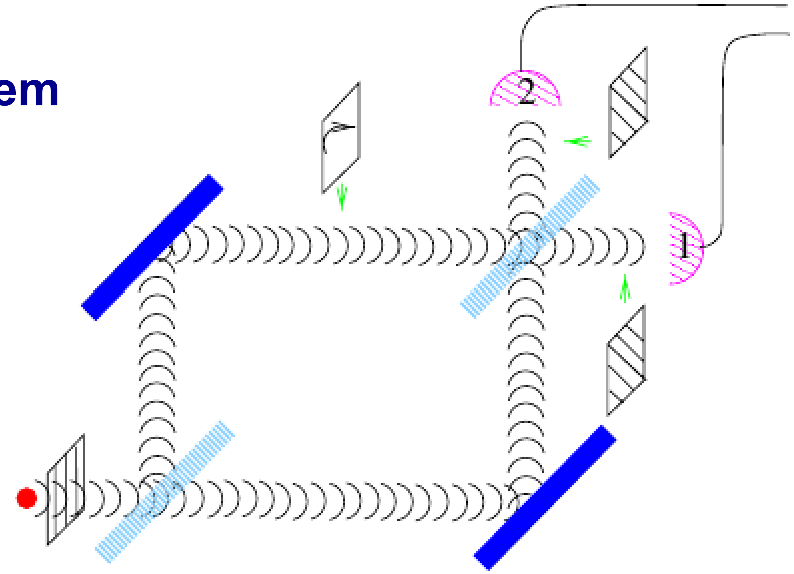
– klassisch: Polfilter projiziert parallele Komponenten des E-Felds heraus → Interferenz

– quantenmechanisch: Wege sind nicht mehr unterscheidbar, d.h. die Beiträge beider Wege interferieren

Man kann Detektor 2 weit weg bringen und Entscheidung über Einsetzen des 45° - Polfilters erst nach dem Photondurchgang durch das Interferometer treffen!

Der „Quantenradierer“

Mach-Zehnder Interferometer mit **polarisiertem Licht & Polarisations-Rotator** in einem Arm



Keine Interferenz, denn

- klassisch: orthogonale Polarisations-richtungen interferieren nicht
- quantenmechanisch: Wege sind unterscheidbar !

Bringen nun 45°-Polfilter vor den Detektoren an

→ 50% der Photonen werden absorbiert, die übrigen zeigen Interferenz

– klassisch: Polfilter projiziert parallele Komponenten des E-Felds heraus → Interferenz

– quantenmechanisch: Wege sind nicht mehr unterscheidbar, d.h. die Beiträge beider Wege interferieren

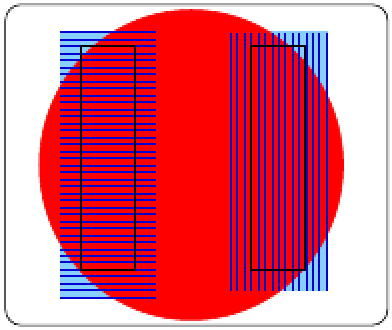
Man kann Detektor 2 weit weg bringen und Entscheidung über Einsetzen des 45° - Polfilters erst nach dem Photondurchgang durch das Interferometer treffen!

Interessante Frage: Wo entsteht die Interferenz ? Am Interferometer oder im Detektor ?

Die Information über den Weg des Teilchens kann nachträglich „ausradiert“ und die Interferenz hergestellt werden → „**Quantenradierer**“ (s. Praktikum Lehramt)

Einfache Version des Quantenradierers

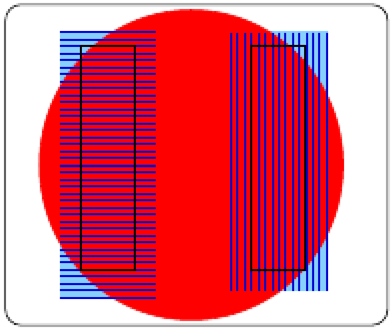
Doppelspalt mit Polarisationsfolien



Basteltipp: **Spalte eines Doppelspalts mit Polarisationsfolien abkleben**

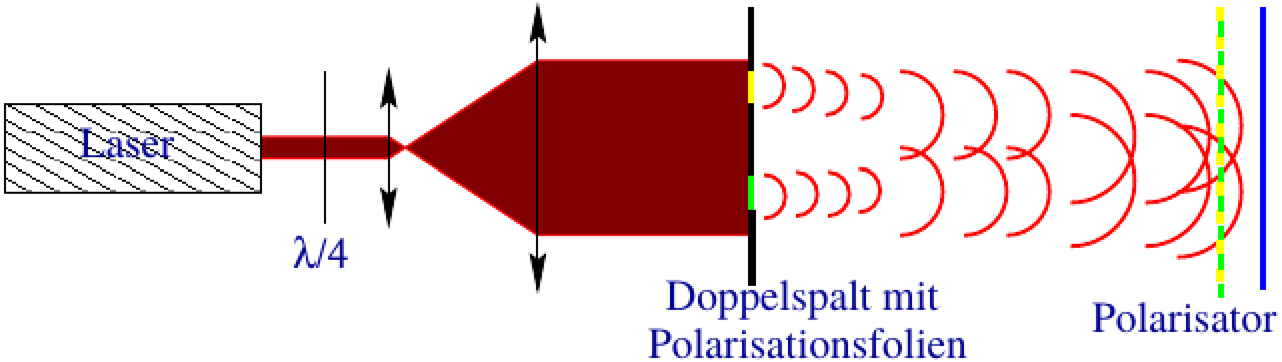
Einfache Version des Quantenradierers

Doppelspalt mit Polarisationsfolien



Basteltipp: **Spalte eines Doppelspalts mit Polarisationsfolien abkleben**

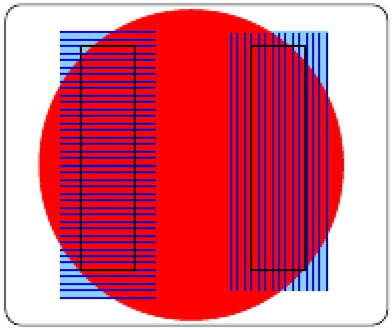
Mit zirkular polarisiertem Licht beleuchten:



Wird Interferenz beobachtet ?

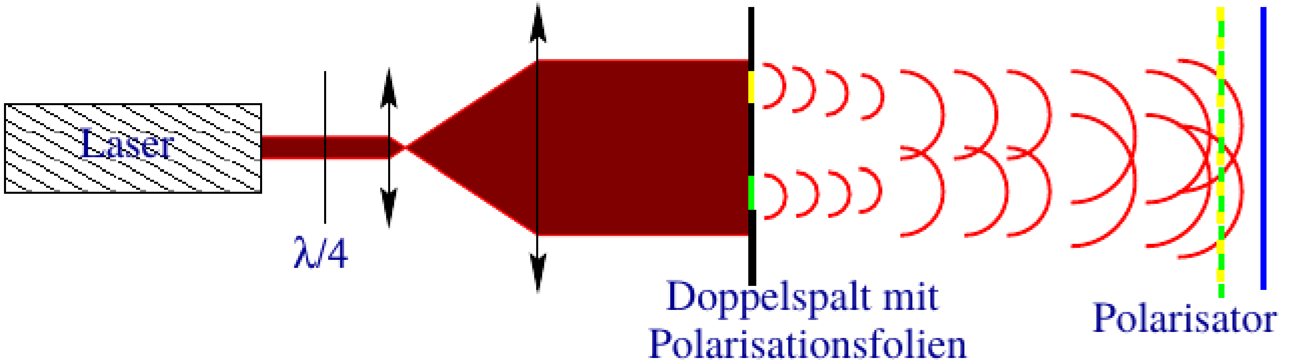
Einfache Version des Quantenradierers

Doppelspalt mit Polarisationsfolien



Basteltipp: **Spalte eines Doppelspalts mit Polarisationsfolien abkleben**

Mit zirkular polarisiertem Licht beleuchten:

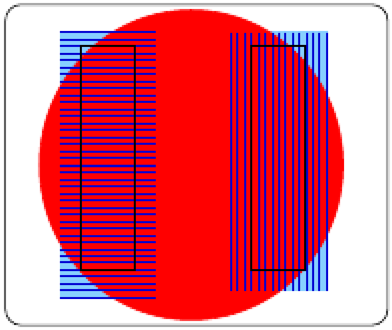


Wird Interferenz beobachtet ?

Nein, denn der Weg ist markiert (Polarisationszustand der Photonen)

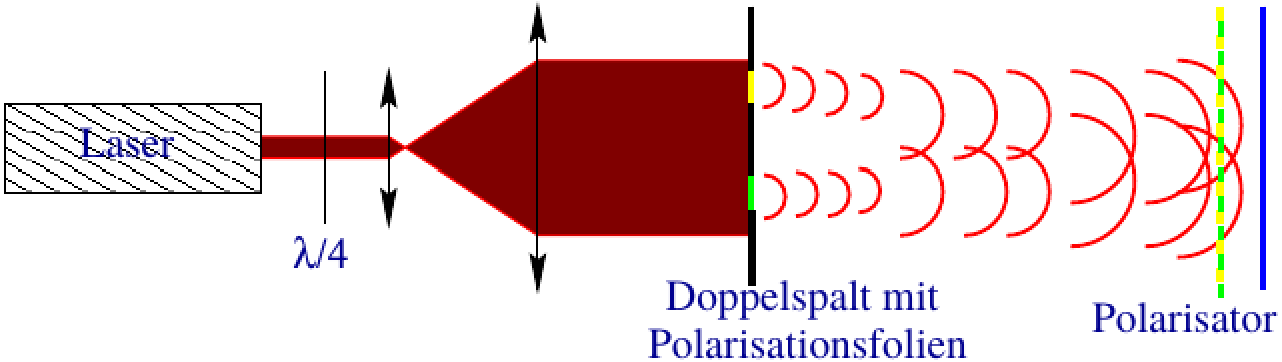
Einfache Version des Quantenradierers

Doppelspalt mit Polarisationsfolien



Basteltipp: **Spalte eines Doppelspalts mit Polarisationsfolien abkleben**

Mit zirkular polarisiertem Licht beleuchten:



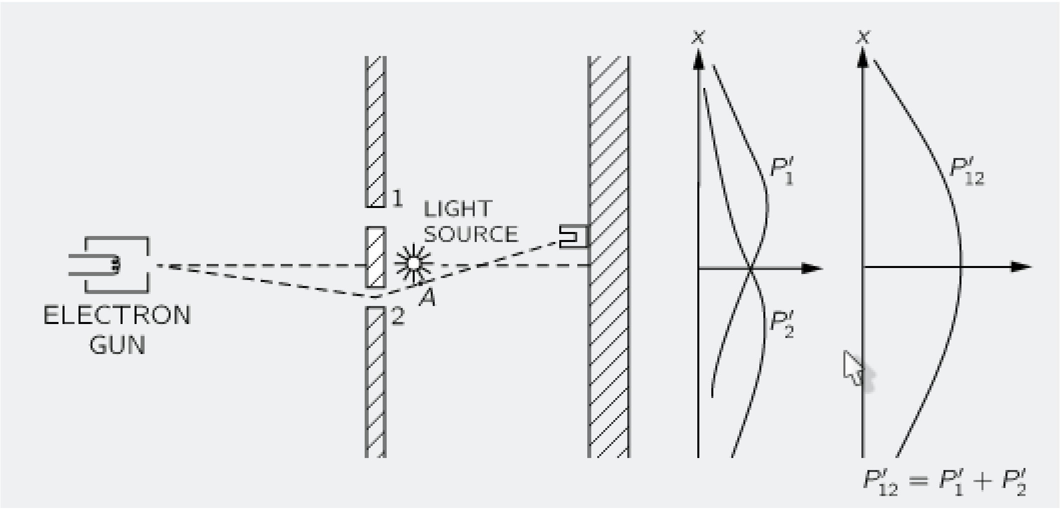
Wird Interferenz beobachtet ?

Nein, denn der Weg ist markiert (Polarisationszustand der Photonen)

Mit Hilfe eines unter **45° orientierten Polfilters** wird nun die Weginformation gelöscht - **das Interferenzmuster erscheint.**

Das Heisenberg-Mikroskop

Ein ähnliches Problem der **Wegmarkierung in einem Interferenz-Experiment** hatte schon Heisenberg diskutiert, es wurde von R. Feynman wieder aufgegriffen.



The Feynman Lectures of Phyysics, Vol. III

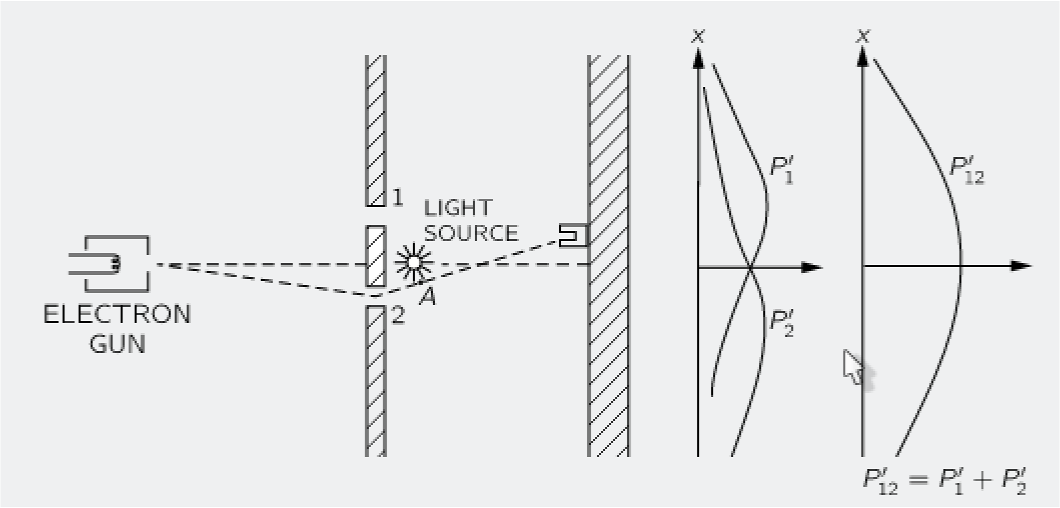
Eine Lichtquelle beleuchtet den Spalt im Doppelspaltexperiment mit Elektronen;

- wenn die Wellenlänge klein genug ist, kann die **Position aufgelöst** werden

→ das **Doppelspaltmuster verschwindet**

Das Heisenberg-Mikroskop

Ein ähnliches Problem der **Wegmarkierung in einem Interferenz-Experiment** hatte schon Heisenberg diskutiert, es wurde von R. Feynman wieder aufgegriffen.



The Feynman Lectures of Phyysics, Vol. III

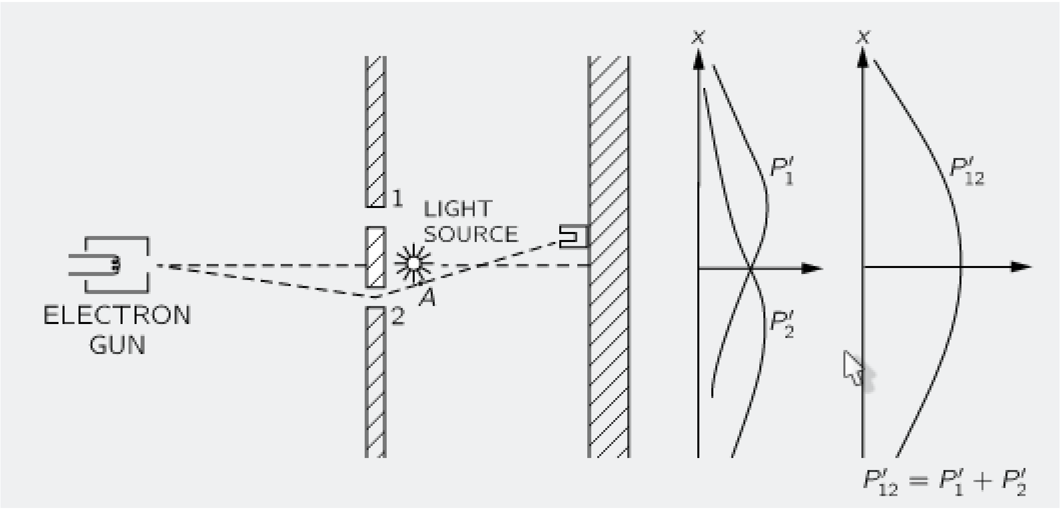
Eine Lichtquelle beleuchtet den Spalt im Doppelspaltexperiment mit Elektronen;

- wenn die Wellenlänge klein genug ist, kann die **Position aufgelöst** werden
  → das **Doppelspaltmuster verschwindet**

Schwierigkeit hier: Das Licht überträgt Impuls auf das Elektron; dieser Impuls-Übertrag und nicht die Weg-Information könnte für das Verschwinden der Interferenz verantwortlich sein.

Das Heisenberg-Mikroskop

Ein ähnliches Problem der **Wegmarkierung in einem Interferenz-Experiment** hatte schon Heisenberg diskutiert, es wurde von R. Feynman wieder aufgegriffen.



The Feynman Lectures of Phyysics, Vol. III

Eine Lichtquelle beleuchtet den Spalt im Doppelspaltexperiment mit Elektronen;

- wenn die Wellenlänge klein genug ist, kann die **Position aufgelöst** werden
  → das **Doppelspaltmuster verschwindet**

Schwierigkeit hier: Das Licht überträgt Impuls auf das Elektron; dieser Impuls-Übertrag und nicht die Weg-Information könnte für das Verschwinden der Interferenz verantwortlich sein.

Aktuelle **Experimente mit Atomstrahl-Interferometern** kommen mit sehr kleinen **(vernachlässigbaren ?**) Störungen zur Wegmarkierung aus und bestätigen, dass die **Kenntnis des Weges und das Auftreten von Interferenz komplementär** sind.

Ende VL09

und Zeit für Fragen ?