



Diese Veranstaltung wird aufgezeichnet und als Medien-Cast über KIT - ILIAS bereit gestellt

Nur zur KIT-internen vorlesungsbegleitenden Nutzung, Weitergabe & anderweitige Verwendung ist untersagt

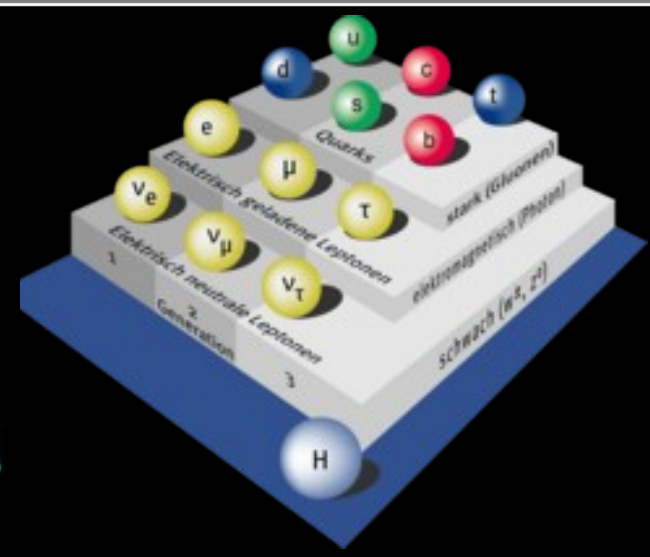
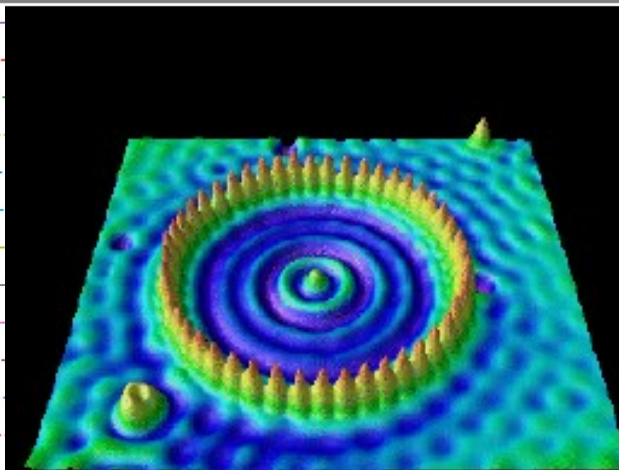
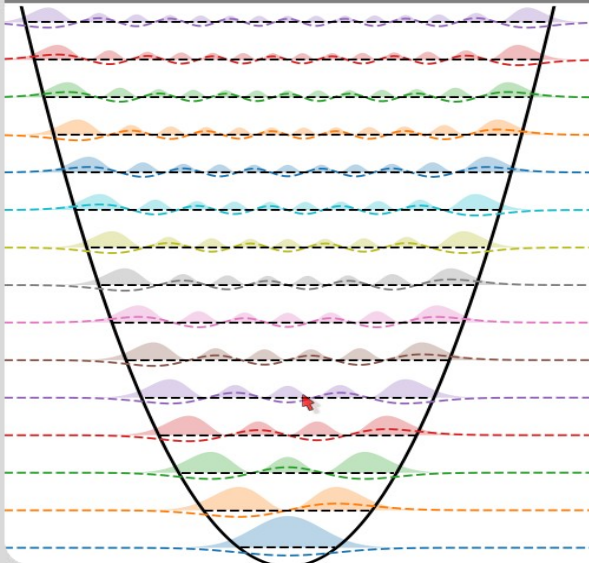
# Vorlesung 13 Moderne Physik (L)

## Wechselwirkung von Licht mit Materie

**Günter Quast**

Fakultät für Physik  
Institut für Experimentelle Teilchenphysik

SS '20



# Kurze Zusammenfassung

## ■ Heliumatom:

- Näherung: ein Elektron schirmt Kernladung teilweise gegen anderes ab
- Elektronenspins: separate Singulett- und Triplettzustände
- Gesamtwellenfunktion  $\psi = \psi_{\text{Ort}} \cdot \psi_{\text{Spin}}$  antisymmetrisch

## ■ Periodensystem der Elemente:

- Schalenmodell des Atoms: sukzessives Auffüllen von Quantenzuständen der Atomhülle mit Elektronen
- Regeln zum Auffüllen: minimale Gesamtenergie und Pauli-Prinzip  
→ Hund'sche Regeln
- Physikalische Eigenschaften:
  - Ionisierungsenergie (maximal für voll besetzte Schalen),
  - Atomvolumen (Sprung bei Beginn einer neuen Schale)
- Chemische Eigenschaften  
z. B. Alkalimetalle, Halogene, Edelgase

# Inhaltsübersicht VL Moderne Physik

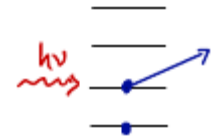
- 1) Einführung
- 2) Wiederholung wichtiger Konzepte der klassischen Physik
- 3) Spezielle Relativitätstheorie
- 4) Schlüsselexperimente und Grundlagen der Quantenphysik
- 5) Die Schrödingergleichung
- 6) Anwendungen der Schrödingergleichung
- 7) Das Wasserstoff-Atom
- 8) Atome mit mehreren Elektronen
- 9) **Wechselwirkung von Licht und Materie**
- 10) Grundlagen der Festkörperphysik
- 11) Kern- und Teilchenphysik
- 12) Ausblick

## Erinnerung

Einige Wechselwirkungen von Licht mit Materie hatten wir bereits kennen gelernt:

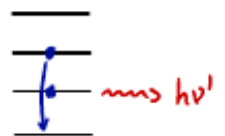
- **Photoeffekt:** Ionisation von Atomen durch Licht

Energie  $h \cdot \nu$  des Photons wird auf ein Elektron übertragen

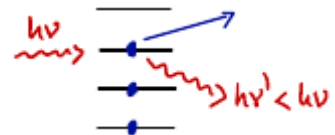


- **Emission von Photonen:** Spektrallinien, Franck-Hertz-Versuch, Charakteristische Röntgenstrahlung

Elektron im angeregten Zustand  $E_a$  wechselt in einen niedrigeren  $E_e$  und strahlt dabei ein Photon der Energie  $h \cdot \nu = E_a - E_e$  ab



- **Comptoneffekt:** Photon überträgt Energie und Impuls auf ein (freies) Elektron; Elektron und Photon werden gestreut, wobei sich die Wellenlänge des Photons ändert

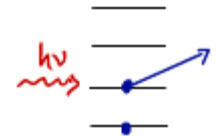


## Erinnerung

Einige Wechselwirkungen von Licht mit Materie hatten wir bereits kennen gelernt:

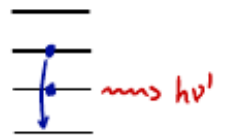
- **Photoeffekt:** Ionisation von Atomen durch Licht

Energie  $h \cdot \nu$  des Photons wird auf ein Elektron übertragen

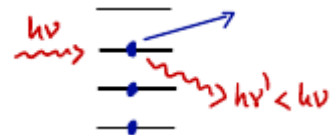


- **Emission von Photonen:** Spektrallinien, Franck-Hertz-Versuch, Charakteristische Röntgenstrahlung

Elektron im angeregten Zustand  $E_a$  wechselt in einen niedrigeren  $E_e$  und strahlt dabei ein Photon der Energie  $h \cdot \nu = E_a - E_e$  ab



- **Comptoneffekt:** Photon überträgt Energie und Impuls auf ein (freies) Elektron; Elektron und Photon werden gestreut, wobei sich die Wellenlänge des Photons ändert



### Genereller Prozess:

Wechselwirkung eines Photons mit Quantenzuständen im Atom;  
bei diesen Prozessen werden Photonen vernichtet oder erzeugt

**klassisch Lorentz-Mie-Streuung** von Licht an (sphärischen)  
Partikeln, deren Größe der Wellenlänge des Lichts entspricht



**klassisch Lorentz-Mie-Streuung** von Licht an (sphärischen) Partikeln, deren Größe der Wellenlänge des Lichts entspricht



1.) **Rayleigh-Streuung:** elastische Streuung an Partikeln, die klein gegen die Wellenlänge des Lichts sind, d.h. kein Energieübertrag

**klassisch:** elektromagnetische Welle regt Atom zu Schwingungen an

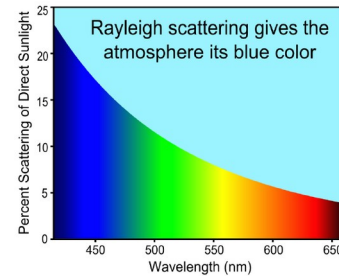
→ Dipol-Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle

– Intensität:  $I \propto \nu^4$

d.h. mehr Streuung von blauem Licht

erklärt Blau des Himmels, Morgen- / Abendrot,

Polarisation des gestreuten Lichts



**klassisch Lorentz-Mie-Streuung** von Licht an (sphärischen) Partikeln, deren Größe der Wellenlänge des Lichts entspricht



1.) **Rayleigh-Streuung:** elastische Streuung an Partikeln, die klein gegen die Wellenlänge des Lichts sind, d.h. kein Energieübertrag

**klassisch:** elektromagnetische Welle regt Atom zu Schwingungen an

→ Dipol-Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle

– Intensität:  $I \propto \nu^4$

d.h. mehr Streuung von blauem Licht

erklärt Blau des Himmels, Morgen- / Abendrot,

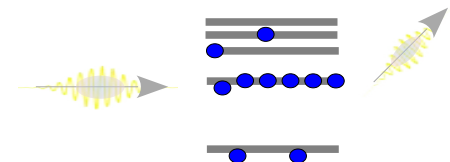
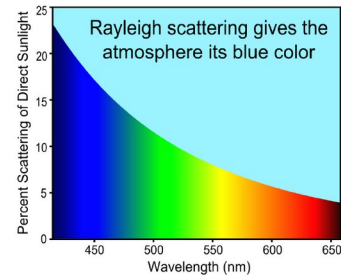
Polarisation des gestreuten Lichts



**quantenmechanisch:**

elastische Streuung (d.h. ohne Energieübertrag) am gesamten Atom und ohne Energieübertrag auf ein einzelnes Elektron oder das Atom:

Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{Reileigh}} \propto \omega^4$



**klassisch Lorentz-Mie-Streuung** von Licht an (sphärischen) Partikeln, deren Größe der Wellenlänge des Lichts entspricht



1.) **Rayleigh-Streuung:** elastische Streuung an Partikeln, die klein gegen die Wellenlänge des Lichts sind, d.h. kein Energieübertrag

**klassisch:** elektromagnetische Welle regt Atom zu Schwingungen an

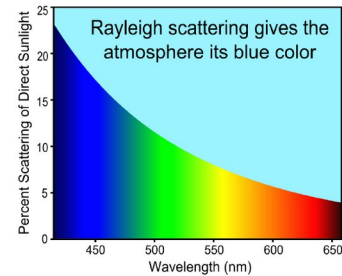
→ Dipol-Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle

– Intensität:  $I \propto \nu^4$

d.h. mehr Streuung von blauem Licht

erklärt Blau des Himmels, Morgen- / Abendrot,

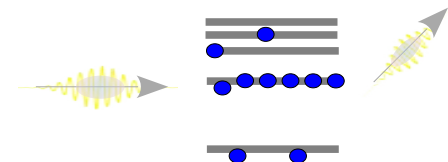
Polarisation des gestreuten Lichts



**quantenmechanisch:**

elastische Streuung (d.h. ohne Energieübertrag) am gesamten Atom und ohne Energieübertrag auf ein einzelnes Elektron oder das Atom:

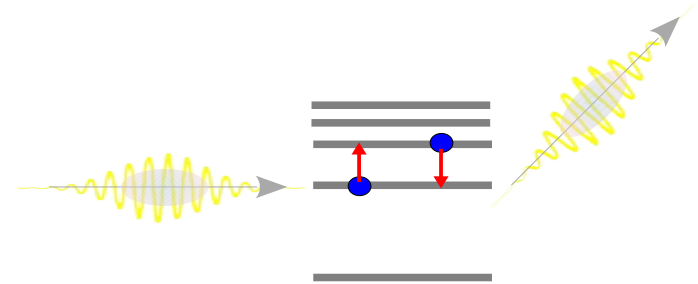
Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{Reileigh}} \propto \omega^4$



**Anmerkung:** (intensives) Licht ist eine kohärente Überlagerung vieler Photonen  
→ Interferenzeffekte der gestreuten Photonen wichtig !

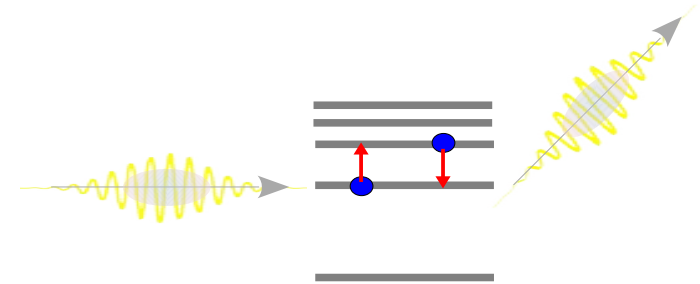
### a) Resonanzabsorption:

- Photon-Energie =  
Differenz zwischen Energieniveaus
- Emission- und Absorptionslinie  
charakteristisch für Atome



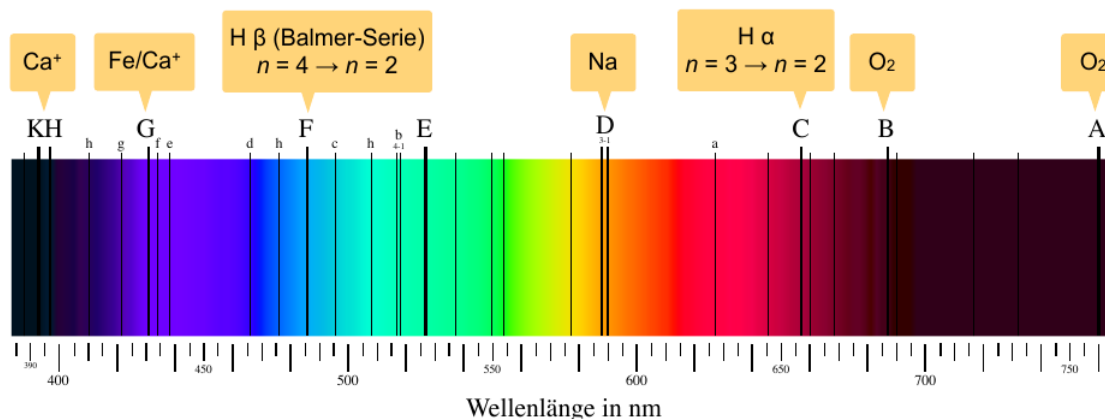
## a) Resonanzabsorption:

- Photon-Energie =  
Differenz zwischen Energieniveaus
- Emission- und Absorptionslinie  
charakteristisch für Atome



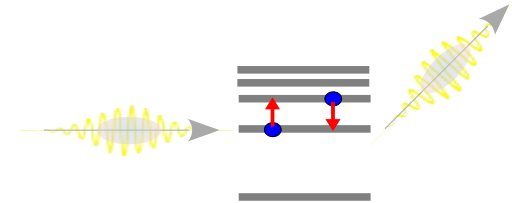
→ Charakteristische Linien im Spektrum, Grundlage der Spektroskopie

z.B. Fraunhofer-Linien im Sonnenlicht



Saperaud,  
Fraunhofer\_lines\_DE.svg

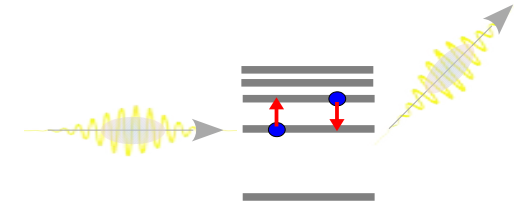
## a) Resonanzabsorption(2):



oder: Resonanzabsorption durch Gase in der Photosphäre von Sternen

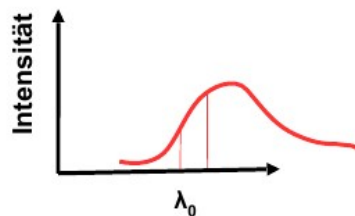
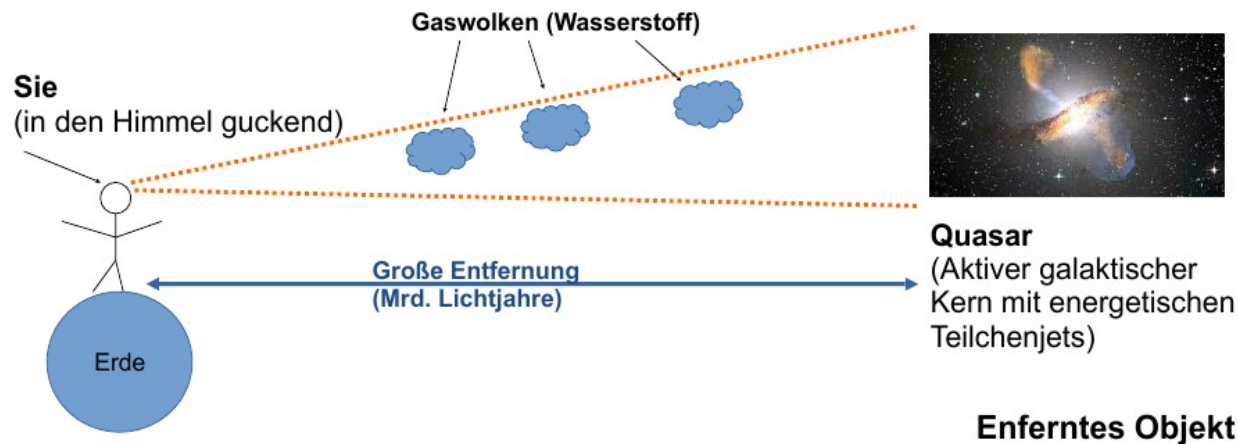
→ erlaubt Rückschlüsse auf chemische Zusammensetzung und Temperatur  
sowie die von der Strahlung durchquerte Materie

## a) Resonanzabsorption(2):

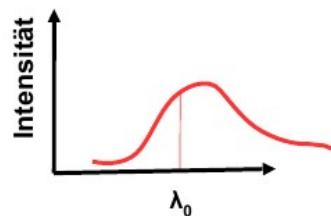


oder: Resonanzabsorption durch Gase in der Photosphäre von Sternen  
→ erlaubt Rückschlüsse auf chemische Zusammensetzung und Temperatur  
sowie die von der Strahlung durchquerte Materie

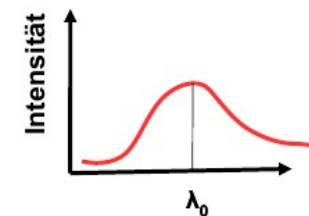
Wasserstoff Lyman-Alpha-Linie: Übergang  $n = 2 \rightarrow n = 1$ ,  $\lambda_0 = 121.6 \text{ nm}$



Weiter rotverschobenes Spektrum + Absorption



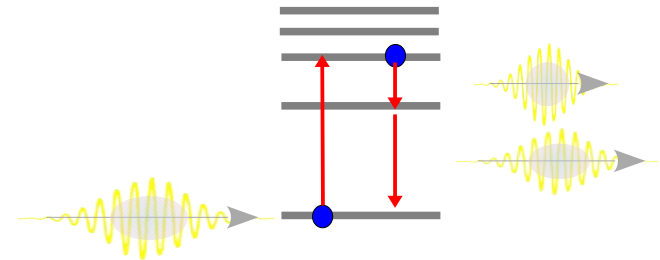
Leicht rotverschobenes Spektrum + Absorption



Spektrum am Ort der Quelle

## b) Fluoreszenz:

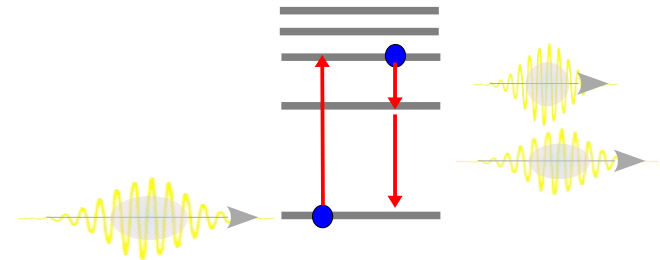
- Resonanz-Absorption, gefolgt von mehrstufigem Übergang in den Grundzustand; führt zu Leuchten bei kleinerer Frequenz



→ Schwarzlichtlampe, Weißmacher in Waschmitteln,  
UV-Untersuchung von Mineralien, UV-Signatur bei Gelscheinen, ...

## b) Fluoreszenz:

- Resonanz-Absorption, gefolgt von mehrstufigem Übergang in den Grundzustand; führt zu Leuchten bei kleinerer Frequenz



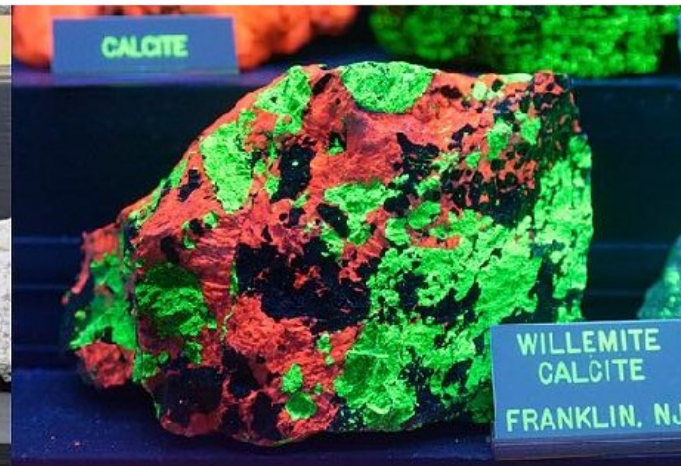
→ Schwarzlichtlampe, Weißmacher in Waschmitteln, UV-Untersuchung von Mineralien, UV-Signatur bei Gelscheinen, ...

**Beispiel:** Zinksilikat ( $\text{Zn}_2\text{SiO}_4$ ) = „Willemit“  
→ grüne Fluoreszenz unter UV-Licht

Tageslicht

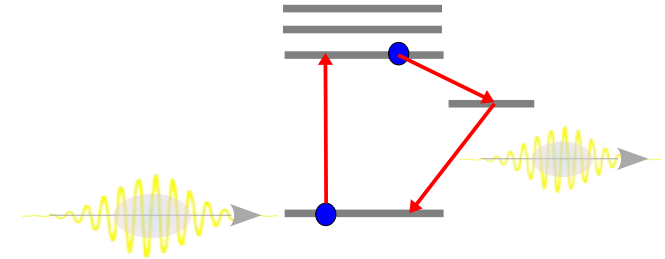


UV-Licht



## b) Phosphoreszenz:

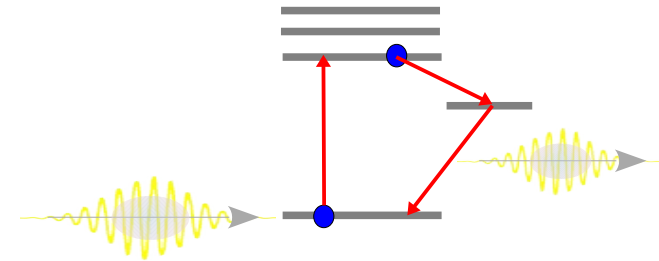
- Anregung in höheren Zustand;
  - Auswahlregeln für Drehimpuls unterdrücken direkten Übergang
  - strahlungsloser Übergang in Zwischenzustand  
(durch Stoß oder Anregung einer Molekülschwingung)
- Charakteristisches Nachleuchten



Anwendungen: Zifferblätter von Uhren, diverse „Leuchtfarben“

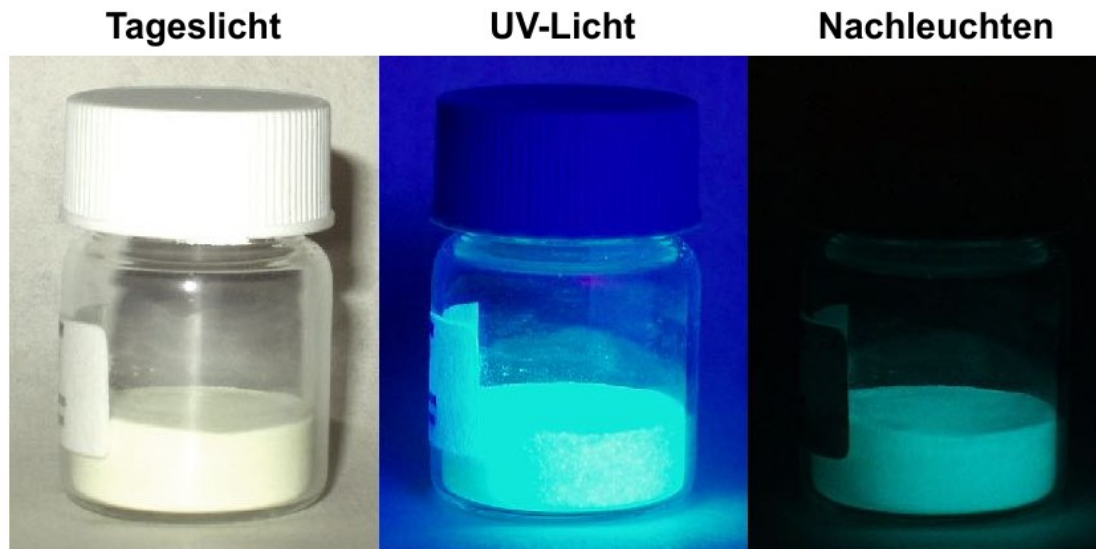
## b) Phosphoreszenz:

- Anregung in höheren Zustand;
- Auswahlregeln für Drehimpuls unterdrücken direkten Übergang
- strahlungsloser Übergang in Zwischenzustand  
(durch Stoß oder Anregung einer Molekülschwingung)
- Charakteristisches Nachleuchten



Anwendungen: Zifferblätter von Uhren, diverse „Leuchtfarben“

**Beispiel:** Europium-dotiertes Strontiumaluminat ( $\text{SrAl}_2\text{O}_4$ )



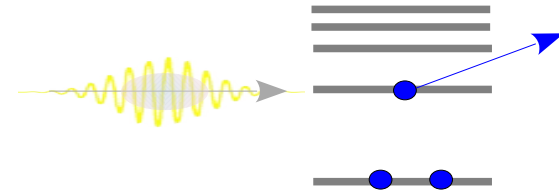
Splarka, Phosphorescent.jpg

Ionisation oder „Herrausschlagen“ von Elektronen aus dem Atom

a) Photoeffekt:

schon ausführlich diskutiert:

- Elektron wird ausgelöst,
- Photon vernichtet



- inneres Elektron wird ausgelöst,
- Photon vernichtet
- Elektron aus oberer Schale füllt Lücke  
→ Emission eines Photons fester Frequenz

Nomenklatur:

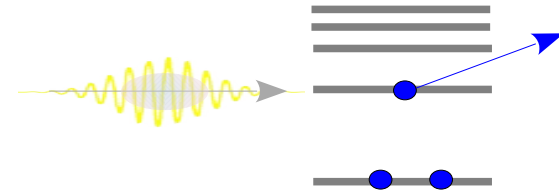
- $K_{\alpha}$  :  $L \rightarrow K$ -Schale
- $K_{\beta}$  :  $M \rightarrow K$ -Schale

Ionisation oder „Herrausschlagen“ von Elektronen aus dem Atom

a) Photoeffekt:

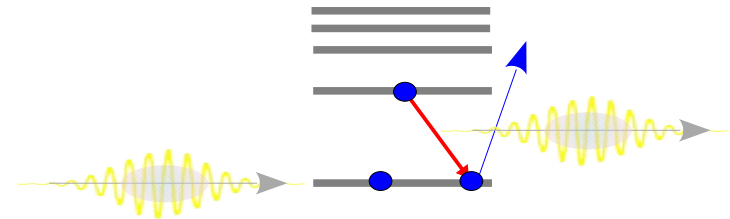
schon ausführlich diskutiert:

- Elektron wird ausgelöst,
- Photon vernichtet



a) Charakteristische Röntgenstrahlung:

- inneres Elektron wird ausgelöst,
- Photon vernichtet
- Elektron aus oberer Schale füllt Lücke  
→ Emission eines Photons fester Frequenz



Nomenklatur:

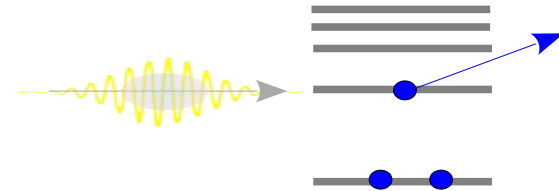
- $K_{\alpha}$  :  $L \rightarrow K$ -Schale
- $K_{\beta}$  :  $M \rightarrow K$ -Schale

Ionisation oder „Herrausschlagen“ von Elektronen aus dem Atom

a) Photoeffekt:

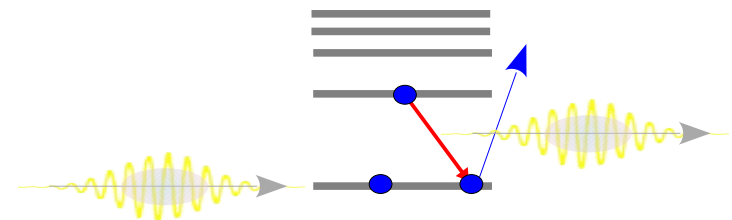
schon ausführlich diskutiert:

- Elektron wird ausgelöst,
- Photon vernichtet



a) Charakteristische Röntgenstrahlung:

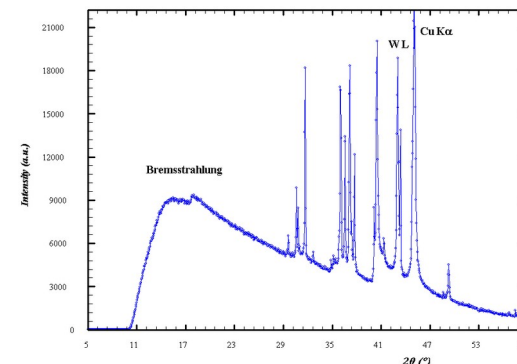
- inneres Elektron wird ausgelöst,
- Photon vernichtet
- Elektron aus oberer Schale füllt Lücke  
→ Emission eines Photons fester Frequenz



Nomenklatur:

- $K_{\alpha}$  :  $L \rightarrow K$ -Schale
- $K_{\beta}$  :  $M \rightarrow K$ -Schale

Anwendungen: Röntgenfloreszenz-Analyse



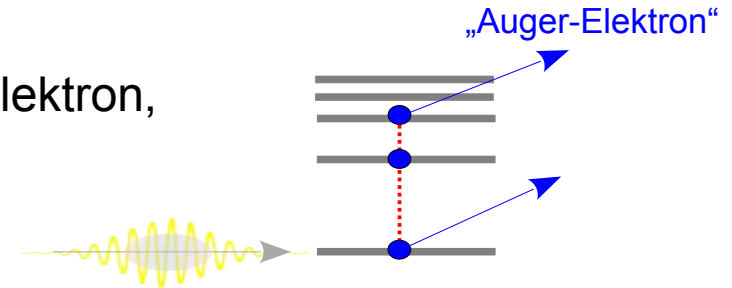
Röntgenspektrum  
einer Cu-Anode  
(wikipedia.org)

Ionisation oder „Herrausschlagen“ von Elektronen aus dem Atom

c) Auger-Effekt (auch „Auger-Meitner-Effekt“):

- strahlungsloser Energieübertrag auf Hüllenelektron, das statt eines Photons emittiert wird

Anwendungen: Auger-Spektroskopie

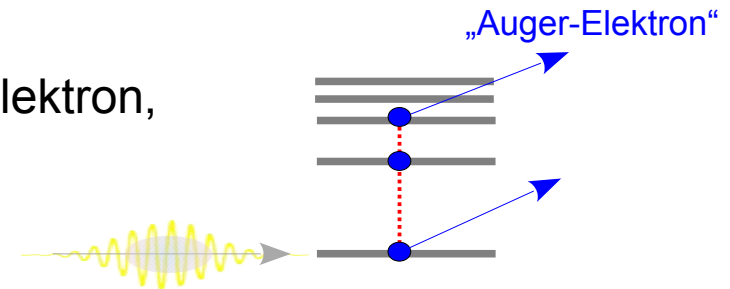


Ionisation oder „Herrausschlagen“ von Elektronen aus dem Atom

c) Auger-Effekt (auch „Auger-Meitner-Effekt“):

- strahlungsloser Energieübertrag auf Hüllenelektron, das statt eines Photons emittiert wird

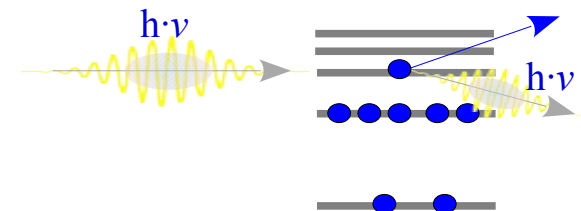
Anwendungen: Auger-Spektroskopie



d) Compton-Effekt:

bereits ausführlich diskutiert

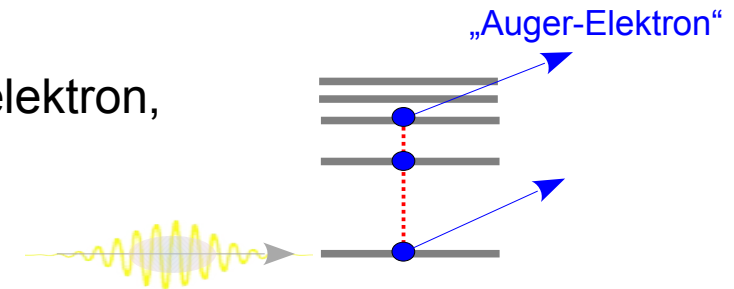
- inelastische Photon-Streuung an (quasi-)freiem Elektron



Ionisation oder „Herausschlagen“ von Elektronen aus dem Atom

c) Auger-Effekt (auch „Auger-Meitner-Effekt“):

- strahlungsloser Energieübertrag auf Hüllenelektron, das statt eines Photons emittiert wird

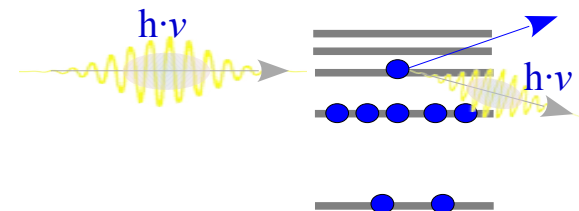


Anwendungen: Auger-Spektroskopie

d) Compton-Effekt:

bereits ausführlich diskutiert

- inelastische Photon-Streuung an (quasi-)freiem Elektron

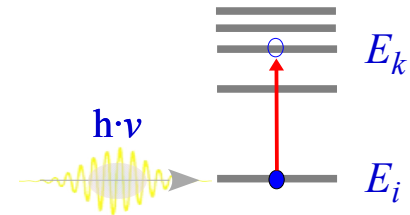


**Anmerkung:** wir werden noch erkennen (s. „Teilchenphysik“), dass auch in der Compton-Streuung das ursprüngliche Photon vernichtet und ein neues abgestrahlt wird

### Übergänge zwischen Energieniveaus in Atomen

#### a) Absorption eines Photons:

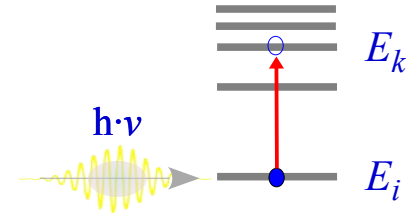
- Photon vernichtet
- Elektron im angeregten Zustand



### Übergänge zwischen Energieniveaus in Atomen

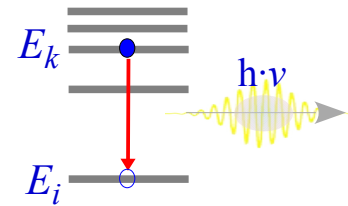
#### a) Absorption eines Photons:

- Photon vernichtet
- Elektron im angeregten Zustand



#### b) spontane Emission eines Photons:

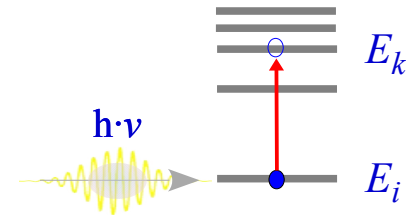
- Elektron geht aus angeregtem in einen niederen Zustand
- Erzeugung eines Photons



## Übergänge zwischen Energieniveaus in Atomen

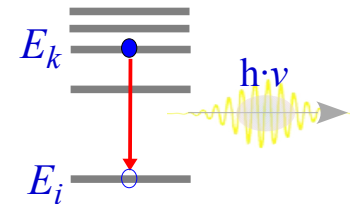
### a) Absorption eines Photons:

- Photon vernichtet
- Elektron im angeregten Zustand



### b) spontane Emission eines Photons:

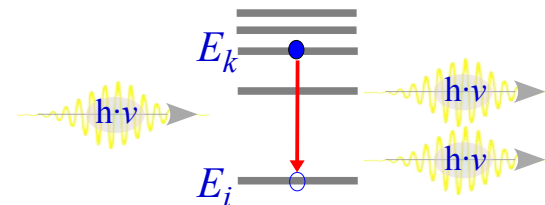
- Elektron geht aus angeregtem in einen niederen Zustand
- Erzeugung eines Photons



### c) stimulierte Emission eines Photons:

- Photon-Emission durch äußeres Strahlungsfeld „stimuliert“
- emittiertes Photon ist „kohärent“ zu einfallendem Photon:

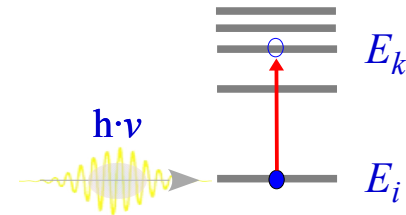
gleiche Richtung, Phase, Frequenz, Polarisation



## Übergänge zwischen Energieniveaus in Atomen

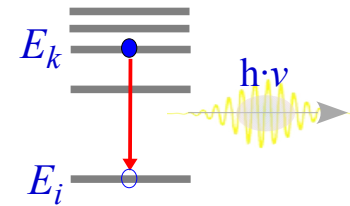
### a) Absorption eines Photons:

- Photon vernichtet
- Elektron im angeregten Zustand



### b) spontane Emission eines Photons:

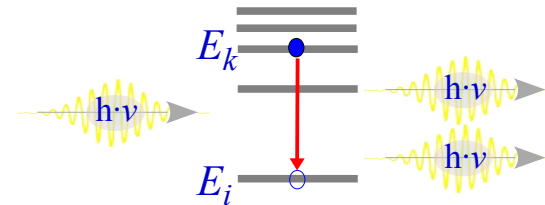
- Elektron geht aus angeregtem in einen niederen Zustand
- Erzeugung eines Photons



### c) stimulierte Emission eines Photons:

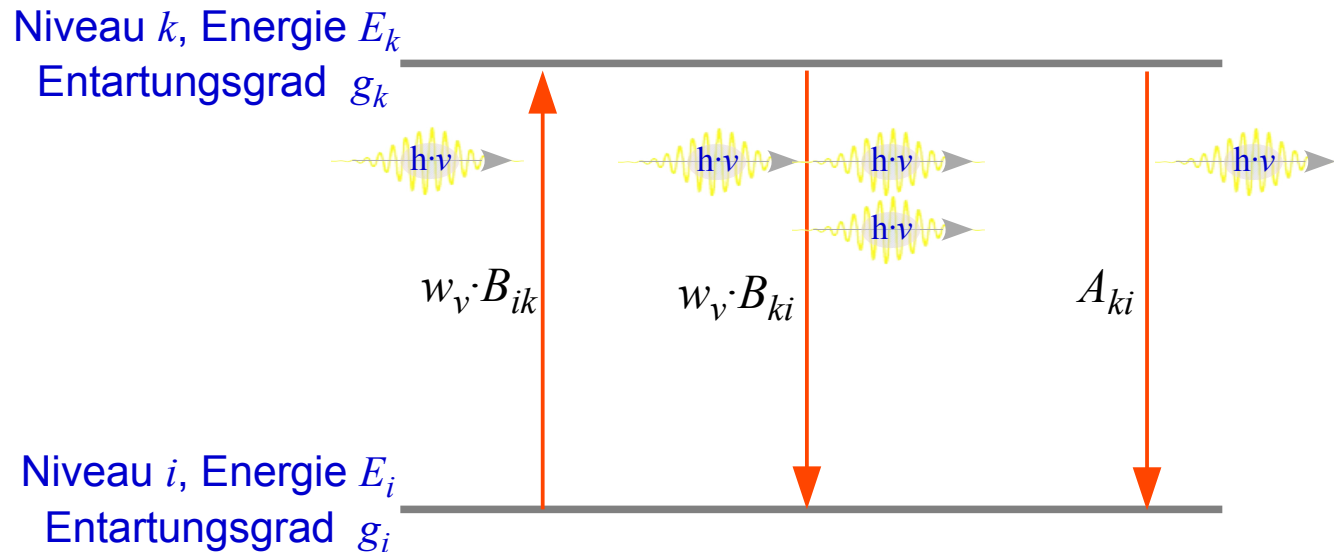
- Photon-Emission durch äußeres Strahlungsfeld „stimuliert“
- emittiertes Photon ist „kohärent“ zu einfallendem Photon:

gleiche Richtung, Phase, Frequenz, Polarisation



Tieferes Verständnis: QED – Quantisierung des Strahlungsfeldes

## Absorption und Emission von Photonen im Strahlungsfeld



$w_\nu$  Photondichte im Strahlungsfeld

Einsteinkoeffizienten  $\left\{ \begin{array}{ll} B_{ik} & \text{Anregung durch Photonabsorption} \\ A_{ki} & \text{spontane Photonemission} \\ B_{ik} & \text{stimulierte Photonemission} \end{array} \right.$

Übergangswahrscheinlichkeiten:  $\left\{ \begin{array}{l} W_{ik} = w_\nu \cdot B_{ik} \\ W_{ki} = A_{ki} + w_\nu \cdot B_{ki} \end{array} \right.$

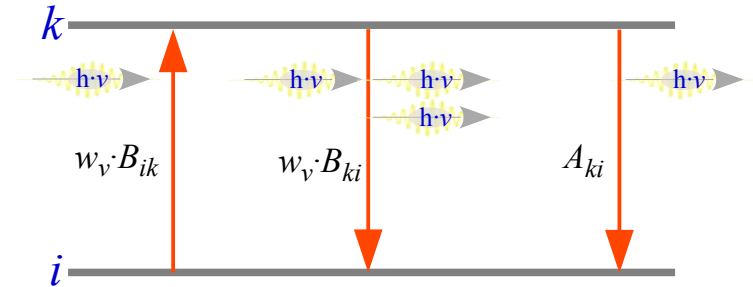
## Im Gleichgewicht:

- $N_k$  Atome im Zustand  $k$
- $N_i$  Atome im Zustand  $i$
- Übergangsraten  $i \rightarrow k$  und  $k \rightarrow i$  müssen gleich sein:

$$(1) N_k \cdot (A_{ki} + w_\nu B_{ki}) = N_i \cdot w_\nu B_{ik}$$

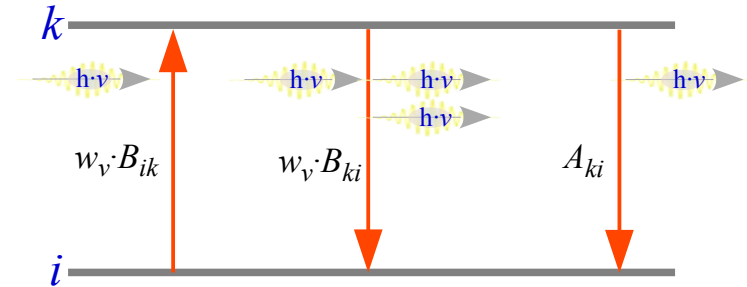
Bei hohen Photondichten kann der Faktor  $A_{ki}$  nicht für Gleichgewicht sorgen!

→  $B_{ik}$  kann nicht Null sein → **es muss stimulierte Emission geben !**



## Im Gleichgewicht:

- $N_k$  Atome im Zustand  $k$
- $N_i$  Atome im Zustand  $i$
- Übergangsraten  $i \rightarrow k$  und  $k \rightarrow i$  müssen gleich sein:



$$(1) N_k \cdot (A_{ki} + w_\nu B_{ki}) = N_i \cdot w_\nu B_{ik}$$

Bei hohen Photondichten kann der Faktor  $A_{ki}$  nicht für Gleichgewicht sorgen!

→  $B_{ik}$  kann nicht Null sein → **es muss stimulierte Emission geben !**

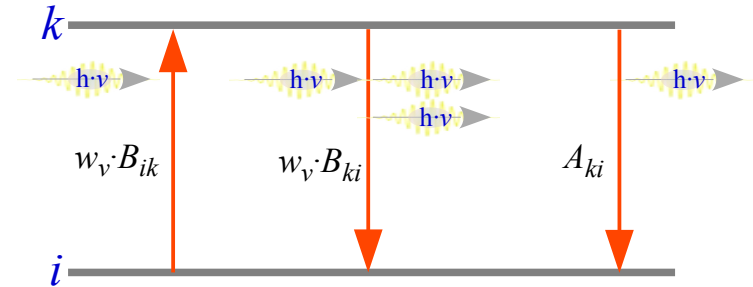
## Im Gleichgewicht mit thermischen Strahlungsfeld

sind die Zahlen  $N_k$  und  $N_i$  durch den **Boltzmann-Faktor** gegeben:

$$(2) \frac{N_k}{N_i} = \frac{g_k}{g_i} \exp - \frac{E_k - E_i}{k_B T} = \frac{g_k}{g_i} \exp - \frac{h\nu}{k_B T}$$

## Im Gleichgewicht:

- $N_k$  Atome im Zustand  $k$
- $N_i$  Atome im Zustand  $i$
- Übergangsraten  $i \rightarrow k$  und  $k \rightarrow i$  müssen gleich sein:



$$(1) N_k \cdot (A_{ki} + w_\nu B_{ki}) = N_i \cdot w_\nu B_{ik}$$

Bei hohen Photondichten kann der Faktor  $A_{ki}$  nicht für Gleichgewicht sorgen!

→  $B_{ik}$  kann nicht Null sein → **es muss stimulierte Emission geben !**

## Im Gleichgewicht mit thermischen Strahlungsfeld

sind die Zahlen  $N_k$  und  $N_i$  durch den **Boltzmann-Faktor** gegeben:

$$(2) \frac{N_k}{N_i} = \frac{g_k}{g_i} \exp - \frac{E_k - E_i}{k_B T} = \frac{g_k}{g_i} \exp - \frac{h\nu}{k_B T}$$

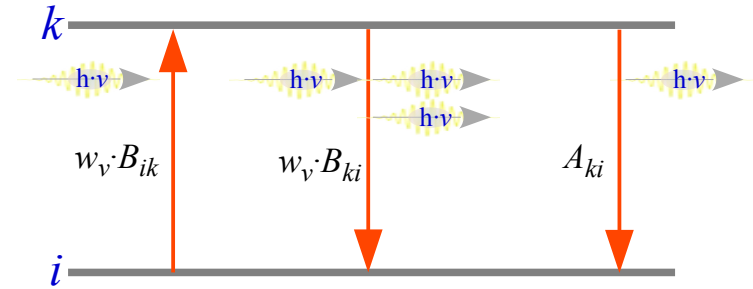
**Erinnerung** Planck'sche Strahlungsformel:

$$S_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad \text{spektrale Strahlungsdichte (pro Raumwinkel), S. VL 4}$$

$$\rightarrow w_\nu = \frac{4\pi}{c} S_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad \text{spektrale Energiedichte}$$

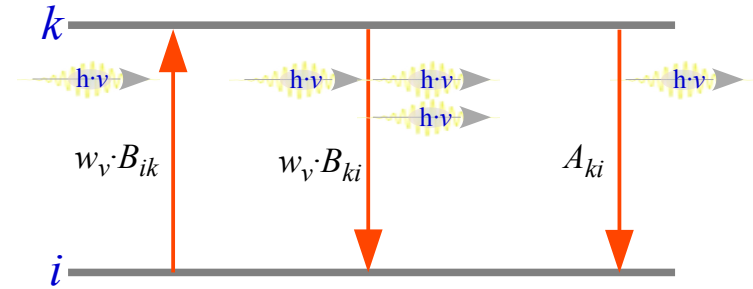
Verwenden der Beziehungen (1) und (2):

$$\begin{aligned} \Rightarrow w_\nu &= \frac{\frac{N_k}{N_i} A_{ki}}{B_{ik} - \frac{N_k}{N_i} B_{ki}} = \frac{\frac{A_{ki}}{B_{ki}}}{\frac{B_{ik}}{B_{ki}} \left( \frac{N_i}{N_k} - 1 \right)} \\ &= \frac{A_{ki}}{B_{ki}} \cdot \frac{1}{\frac{B_{ik}}{B_{ki}} \frac{g_i}{g_k} \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \end{aligned}$$



Verwenden der Beziehungen (1) und (2):

## Vergleich mit Planck-Gesetz

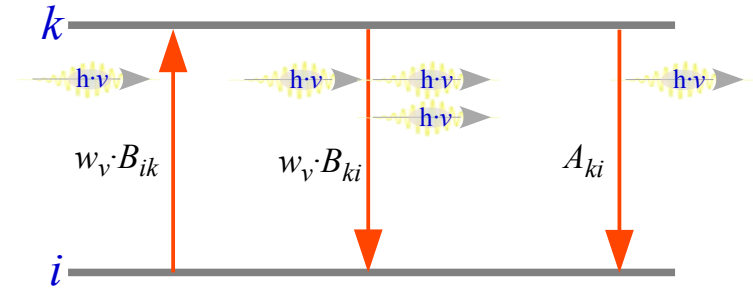


Verwenden der Beziehungen (1) und (2):

$$\begin{aligned} \Rightarrow w_\nu &= \frac{\frac{N_k}{N_i} A_{ki}}{B_{ik} - \frac{N_k}{N_i} B_{ki}} = \frac{\frac{A_{ki}}{B_{ki}}}{\frac{B_{ik}}{B_{ki}} \left( \frac{N_i}{N_k} - 1 \right)} \\ &= \frac{A_{ki}}{B_{ki}} \cdot \frac{1}{\frac{B_{ik}}{B_{ki}} \frac{g_i}{g_k} \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \\ &= \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \end{aligned}$$

Vergleich mit  
Planck-Gesetz

=1

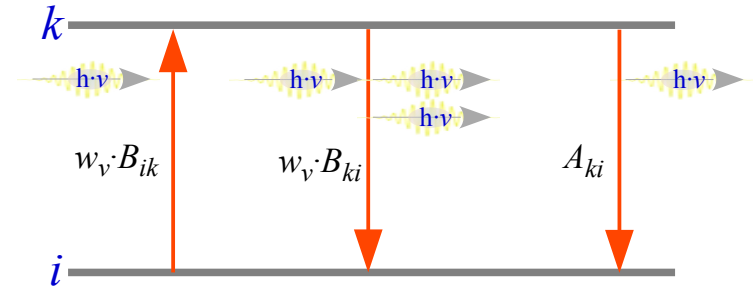


**Anmerkung:** man kann den Vorfaktor im Grenzfalle kleiner Energien aus dem Rayleigh-Jeans Gesetz bestimmen → **Einsteins Herleitung der Planck'schen Strahlungsformel**

Verwenden der Beziehungen (1) und (2):

$$\begin{aligned} \Rightarrow w_\nu &= \frac{\frac{N_k}{N_i} A_{ki}}{B_{ik} - \frac{N_k}{N_i} B_{ki}} = \frac{\frac{A_{ki}}{B_{ki}}}{\frac{B_{ik}}{B_{ki}} \left( \frac{N_i}{N_k} - 1 \right)} \\ &= \frac{A_{ki}}{B_{ki}} \cdot \frac{1}{\frac{B_{ik}}{B_{ki}} \frac{g_i}{g_k} \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \\ &= \frac{A_{ki}}{B_{ki}} \cdot \frac{1}{\frac{B_{ik}}{B_{ki}} \frac{g_i}{g_k} - 1} \quad \text{mit } \frac{B_{ik}}{B_{ki}} \frac{g_i}{g_k} = 1 \\ w_\nu(\nu, T) &= \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \end{aligned}$$

Vergleich mit  
Planck-Gesetz



**Anmerkung:** man kann den Vorfaktor im Grenzfall kleiner Energien aus dem Rayleigh-Jeans Gesetz bestimmen → **Einsteins Herleitung der Planck'schen Strahlungsformel**

## Ergebnis: Beziehungen zwischen den Einstein-Koeffizienten

$$\rightarrow g_i B_{ik} = g_k B_{ki}$$

$$A_{ki} = B_{ki} \cdot \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

- Für gleiche Entartungsgrade  $g$  sind die Wahrscheinlichkeiten  $W(\text{Absorption})$  und  $W(\text{stimulierte Emission})$  gleich

$$\rightarrow \frac{A_{ki}}{w_\nu B_{ki}} = \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1 \quad \text{d. h. Wahrscheinlichkeiten}$$

$W(\text{spontane Emission}) \gg W(\text{stimulierte Emission})$

für  $h\nu \gg k_B T$  (d. h. bei thermische Besetzung ( $k_B \cdot 300 \text{ K} \approx 25 \text{ meV}$ ))

- ohne Herleitung:**  $W(\text{stimulierte Emission})$  steigt proportional zur Zahl der bereits im Strahlungsfeld vorhandenen Photonen !

Pause

und Zeit für Fragen ?

Der Einsteinkoeffizient  $A$  beschreibt die (spontane) Übergangswahrscheinlichkeit von einem angeregten Zustand  $E_a$  zum Grundzustand  $E_0$  .

Wir betrachten eine Anzahl  $N_0$  von Atomen im Zustand  $E_a$  (ohne äußeres Strahlungsfeld).

**Frage:** Wie viele Atome befinden sich zum späteren Zeitpunkt  $t$  noch im angeregten Zustand?

Der Einsteinkoeffizient  $A$  beschreibt die (spontane) Übergangswahrscheinlichkeit von einem angeregten Zustand  $E_a$  zum Grundzustand  $E_0$  .

Wir betrachten eine Anzahl  $N_0$  von Atomen im Zustand  $E_a$  (ohne äußeres Strahlungsfeld).

**Frage:** Wie viele Atome befinden sich zum späteren Zeitpunkt  $t$  noch im angeregten Zustand?

$$\frac{dN_a(t)}{dt} = -A_{a,0}N_a(t)$$

Der Einsteinkoeffizient  $A$  beschreibt die (spontane) Übergangswahrscheinlichkeit von einem angeregten Zustand  $E_a$  zum Grundzustand  $E_0$ .

Wir betrachten eine Anzahl  $N_0$  von Atomen im Zustand  $E_a$  (ohne äußeres Strahlungsfeld).

**Frage:** Wie viele Atome befinden sich zum späteren Zeitpunkt  $t$  noch im angeregten Zustand?

$$\frac{dN_a(t)}{dt} = -A_{a,0}N_a(t) \quad \text{Differentialgleichung mit der Lösung}$$
$$\Rightarrow N_a(t) = N_0 \exp -(A_{a,0} \cdot t) = N_0 \exp -\frac{t}{\tau_a}$$

Exponentielles Zerfallsgesetz

Der Einsteinkoeffizient  $A$  beschreibt die (spontane) Übergangswahrscheinlichkeit von einem angeregten Zustand  $E_a$  zum Grundzustand  $E_0$ .

Wir betrachten eine Anzahl  $N_0$  von Atomen im Zustand  $E_a$  (ohne äußeres Strahlungsfeld).

**Frage:** Wie viele Atome befinden sich zum späteren Zeitpunkt  $t$  noch im angeregten Zustand?

$$\frac{dN_a(t)}{dt} = -A_{a,0}N_a(t) \quad \text{Differentialgleichung mit der Lösung}$$
$$\Rightarrow N_a(t) = N_0 \exp -(A_{a,0} \cdot t) = N_0 \exp -\frac{t}{\tau_a}$$

Exponentielles Zerfallsgesetz

$\tau_a = 1/A_{a,0}$  ist die **mittlere Lebensdauer** des Zustands  $a$

Der Einsteinkoeffizient  $A$  beschreibt die (spontane) Übergangswahrscheinlichkeit von einem angeregten Zustand  $E_a$  zum Grundzustand  $E_0$ .

Wir betrachten eine Anzahl  $N_0$  von Atomen im Zustand  $E_a$  (ohne äußeres Strahlungsfeld).

**Frage:** Wie viele Atome befinden sich zum späteren Zeitpunkt  $t$  noch im angeregten Zustand?

$$\frac{dN_a(t)}{dt} = -A_{a,0}N_a(t) \quad \text{Differentialgleichung mit der Lösung}$$

$$\Rightarrow N_a(t) = N_0 \exp -(A_{a,0} \cdot t) = N_0 \exp -\frac{t}{\tau_a}$$

Exponentielles Zerfallsgesetz

$\tau_a = 1/A_{a,0}$  ist die **mittlere Lebensdauer** des Zustands  $a$

Bezogen auf das einzelne Atom heißt das:

Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $W(t)$ ,  
 ein angeregtes Atom nach der Zeit  $t$  noch im angeregten Zustand zu finden,  
 ist  $W(t) = \frac{1}{\tau_a} \exp -\frac{t}{\tau_a}$

Die Wellenfunktion für den Zustand a ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

Die Wellenfunktion für den Zustand a ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

**Frage:** welche Frequenzen tragen bei ?

Die Wellenfunktion für den Zustand  $a$  ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

**Frage:** welche Frequenzen tragen bei ?

führen Fourier-Transformation durch:

$$\Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \cdot \exp(i\omega t) dt$$

analog zur Konstruktion der Amplitude  $A(k)$  eines Wellenpakets

Die Wellenfunktion für den Zustand a ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

**Frage:** welche Frequenzen tragen bei ?

führen Fourier-Transformation durch:

$$\Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \cdot \exp(i\omega t) dt$$

analog zur Konstruktion der Amplitude  $A(k)$  eines Wellenpakets

$$\rightarrow \Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) dt$$

Die Wellenfunktion für den Zustand a ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

**Frage:** welche Frequenzen tragen bei ?

führen Fourier-Transformation durch:

$$\Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \cdot \exp(i\omega t) dt$$

analog zur Konstruktion der Amplitude  $A(k)$  eines Wellenpakets

$$\rightarrow \Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) dt = \left[ \frac{1}{i(\omega - \omega_0 + iA)} \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) \right]_0^\infty$$

Die Wellenfunktion für den Zustand a ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

**Frage:** welche Frequenzen tragen bei ?

führen Fourier-Transformation durch:

$$\Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \cdot \exp(i\omega t) dt$$

analog zur Konstruktion der Amplitude  $A(k)$  eines Wellenpakets

$$\begin{aligned} \rightarrow \Phi(\omega) &= \int_0^\infty \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) dt = \left[ \frac{1}{i(\omega - \omega_0 + iA/2)} \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) \right]_0^\infty \\ &= \frac{1}{i(\omega - \omega_0 + iA/2)} \end{aligned}$$

Die Wellenfunktion für den Zustand a ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

**Frage:** welche Frequenzen tragen bei ?

führen Fourier-Transformation durch:

$$\Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \cdot \exp(i\omega t) dt$$

analog zur Konstruktion der Amplitude  $A(k)$  eines Wellenpakets

$$\begin{aligned} \rightarrow \Phi(\omega) &= \int_0^\infty \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) dt = \left[ \frac{1}{i(\omega - \omega_0 + iA/2)} \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) \right]_0^\infty \\ &= \frac{1}{i(\omega - \omega_0 + iA/2)} \rightarrow |\Phi(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + A^2/4} \end{aligned}$$

Die Wellenfunktion für den Zustand a ist also gegeben durch:

$$|\psi_a(t)|^2 \propto \exp(-A t) \rightarrow \Psi_a(t) \propto \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = (E_a - E_0)/\hbar$$

**Frage:** welche Frequenzen tragen bei ?

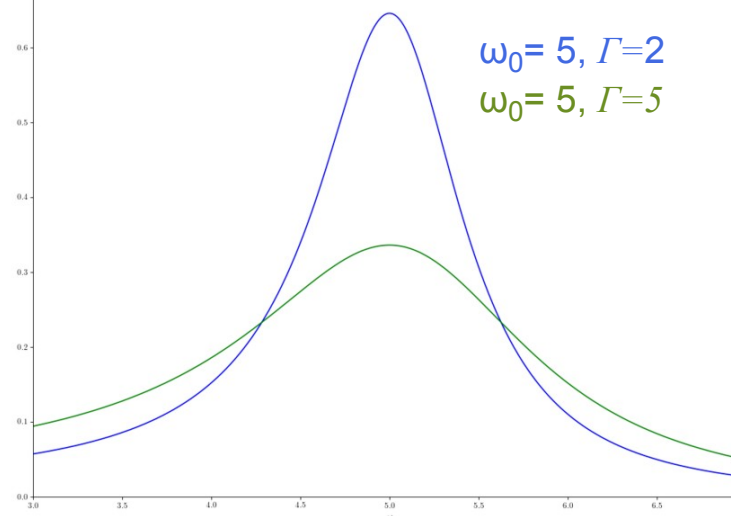
führen Fourier-Transformation durch:

$$\Phi(\omega) = \int_0^\infty \exp(-A/2 t) \cdot \exp(-i\omega_0 t) \cdot \exp(i\omega t) dt$$

analog zur Konstruktion der Amplitude  $A(k)$  eines Wellenpakets

$$\begin{aligned} \rightarrow \Phi(\omega) &= \int_0^\infty \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) dt = \left[ \frac{1}{i(\omega - \omega_0 + iA/2)} \exp(i(\omega - \omega_0 - iA/2)t) \right]_0^\infty \\ &= \frac{1}{i(\omega - \omega_0 + iA/2)} \rightarrow |\Phi(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + A^2/4} \end{aligned}$$

Diese Funktion beschreibt die Verteilung der Energie  $E = \hbar\omega$  eines instabilen Zustands. Man nennt sie Breit-Wigner- (oder Lorentz-Kurve) mit der Breite  $\Gamma := A$ .



Wir halten fest:

Die Übergangswahrscheinlichkeit  $A$  eines instabilen Zustands in den Grundzustand

- ist gleich der Breite  $\Gamma$  der Energieverteilung („Linienbreite“)
- und das Inverse der mittleren Lebensdauer  $\tau$  des Zustands:

$$A = 1/\tau = \Gamma$$

Wir halten fest:

- Die Übergangswahrscheinlichkeit  $A$  eines instabilen Zustands in den Grundzustand
- ist gleich der Breite  $\Gamma$  der Energieverteilung („Linienbreite“)
  - und das Inverse der mittleren Lebensdauer  $\tau$  des Zustands:

$$A = 1/\tau = \Gamma$$

Beispiel:

Der Wasserstoff-Übergang  $1p \rightarrow 1s$  hat eine Energie von 10.2 eV  
und eine Linienbreite  $\hbar \cdot \Gamma$  von  $0.4 \cdot 10^{-6}$  eV ;  
dem entspricht eine mittlere Lebensdauer von 1.7 ns .

Wir halten fest:

- Die Übergangswahrscheinlichkeit  $A$  eines instabilen Zustands in den Grundzustand
- ist gleich der Breite  $\Gamma$  der Energieverteilung („Linienbreite“)
  - und das Inverse der mittleren Lebensdauer  $\tau$  des Zustands:

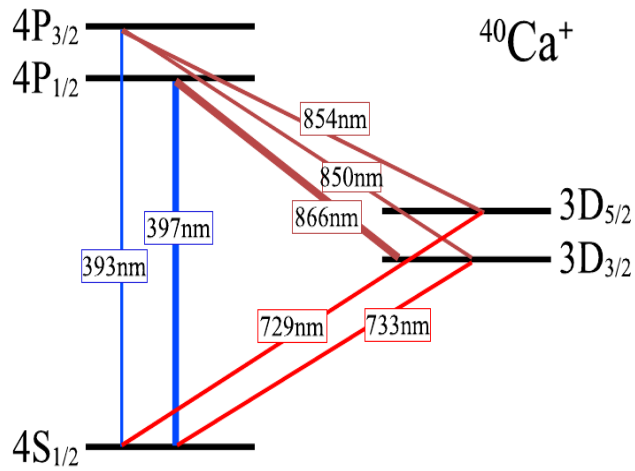
$$A = 1/\tau = \Gamma$$

Beispiel:

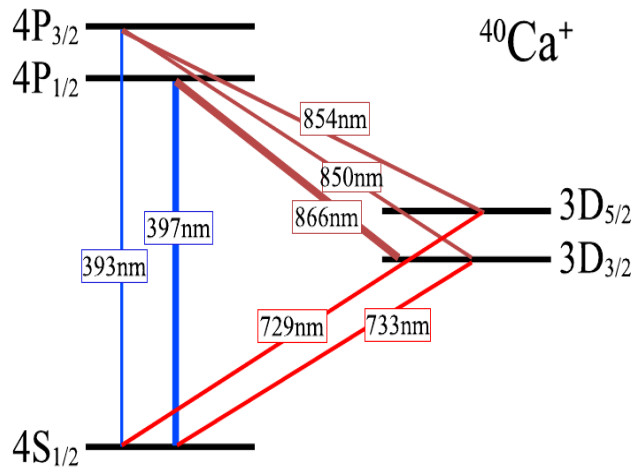
Der Wasserstoff-Übergang  $1p \rightarrow 1s$  hat eine Energie von 10.2 eV  
und eine Linienbreite  $\hbar \cdot \Gamma$  von  $0.4 \cdot 10^{-6}$  eV ;  
dem entspricht eine mittlere Lebensdauer von 1.7 ns .

**Anmerkung:** die eben hergeleiteten Zusammenhänge sind konsistent mit der Heisenberg'schen Unschärfe-Relation:

$$\Delta E \Delta t \simeq \hbar \Gamma \tau = \hbar > \hbar/2$$

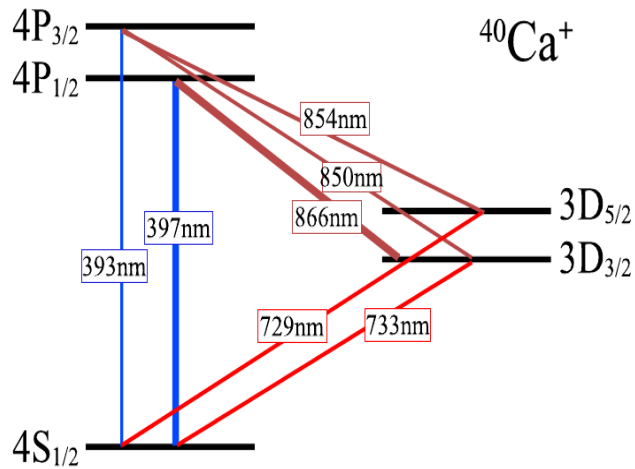


$\text{Ca}^+$ -Ionen in Paul-Falle (s. Video) werden durch einen intensiven Laser in Resonanz mit dem  $4P - 4S$  - Übergang sichtbar gemacht.



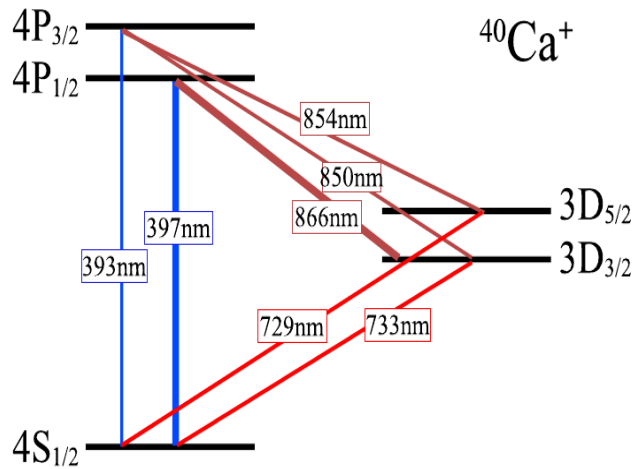
$\text{Ca}^+$ -Ionen in Paul-Falle (s. Video) werden durch einen intensiven Laser in Resonanz mit dem  $4P - 4S$  - Übergang sichtbar gemacht.

- ein zweiter Laser regt den  $3D$ -Zustand an  
→ angeregte Ionen sind „unsichtbar“



$\text{Ca}^+$ -Ionen in Paul-Falle (s. Video) werden durch einen intensiven Laser in Resonanz mit dem 4P – 4S - Übergang sichtbar gemacht.

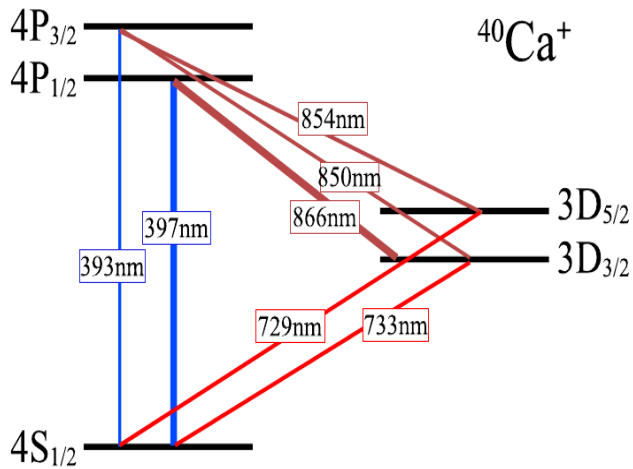
- ein zweiter Laser regt den 3D-Zustand an  
→ angeregte Ionen sind „unsichtbar“
- nach spontaner Emission in den Grundzustand setzt die Resonanzstreuung wieder ein



$\text{Ca}^+$ -Ionen in Paul-Falle (s. Video) werden durch einen intensiven Laser in Resonanz mit dem 4P – 4S - Übergang sichtbar gemacht.

- ein zweiter Laser regt den 3D-Zustand an  
→ angeregte Ionen sind „unsichtbar“
- nach spontaner Emission in den Grundzustand setzt die Resonanzstreuung wieder ein

→ **Messung der individuellen Lebensdauern am gleichen  $\text{Ca}^+$ - Ion in aufeinander folgenden Anregungen**

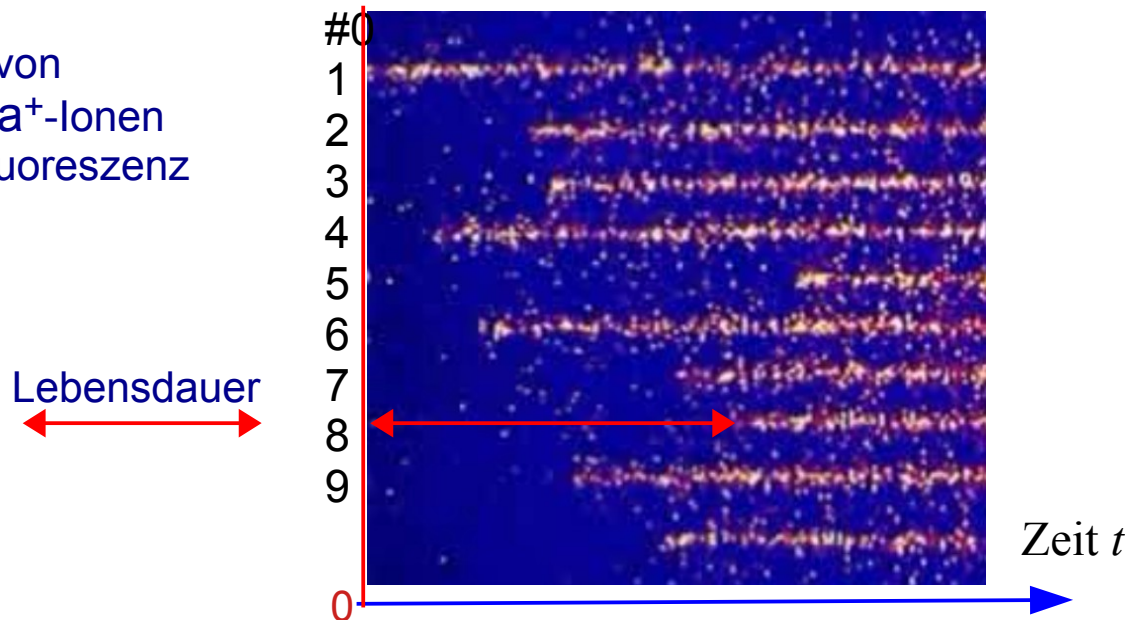


$\text{Ca}^+$ -Ionen in Paul-Falle (s. Video) werden durch einen intensiven Laser in Resonanz mit dem  $4P - 4S$  - Übergang sichtbar gemacht.

- ein zweiter Laser regt den  $3D$ -Zustand an  
→ angeregte Ionen sind „unsichtbar“
- nach spontaner Emission in den Grundzustand setzt die Resonanzstreuung wieder ein

→ **Messung der individuellen Lebensdauern am gleichen  $\text{Ca}^+$ - Ion in aufeinander folgenden Anregungen**

Leuchts Spuren von angeregten  $\text{Ca}^+$ -Ionen in Resonanzfluoreszenz



### stimulierte Emission:

- postuliert 1916 von A. Einstein
- erster experimenteller Nachweis 1928 bei Gasentladungen (R. Ladenburg)
- erste Realisierung als Quelle für Mikrowellen 1954 (MASER, C.H. Townes)
- erster optischer LASER 1960 (Rubin-Laser, T. Maiman )

### stimulierte Emission:

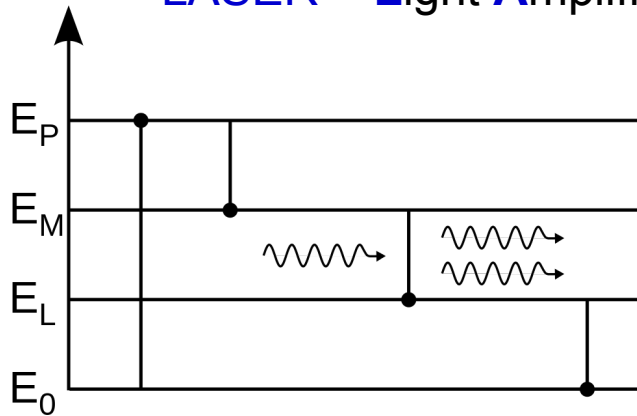
- postuliert 1916 von A. Einstein
- erster experimenteller Nachweis 1928 bei Gasentladungen (R. Ladenburg)
- erste Realisierung als Quelle für Mikrowellen 1954 (MASER, C.H. Townes)
- erster optischer LASER 1960 (Rubin-Laser, T. Maiman )

**LASER** = **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation

### stimulierte Emission:

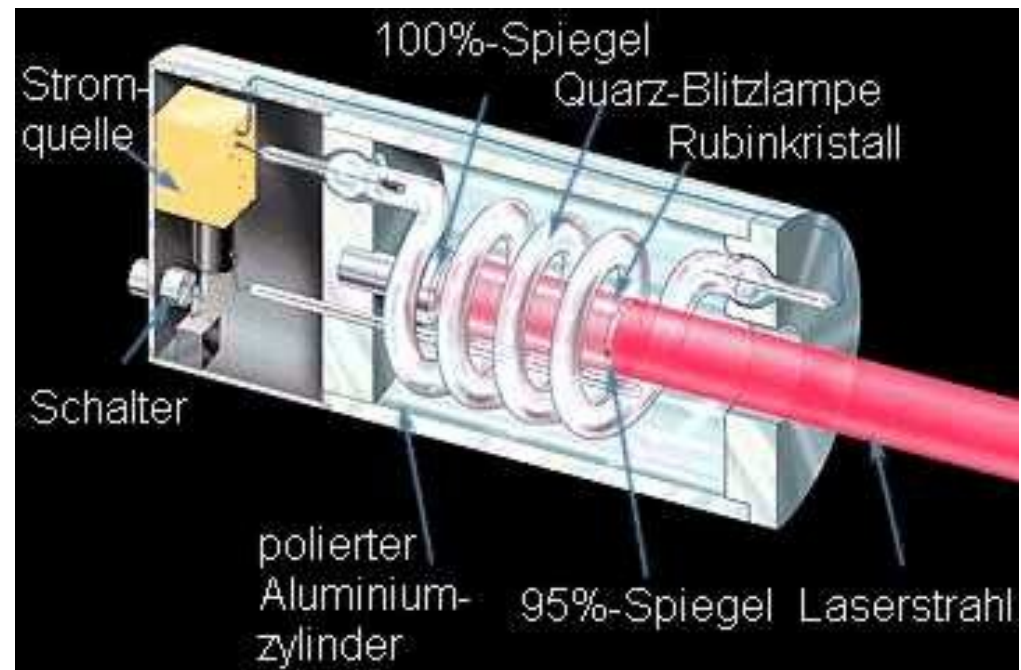
- postuliert 1916 von A. Einstein
- erster experimenteller Nachweis 1928 bei Gasentladungen (R. Ladenburg)
- erste Realisierung als Quelle für Mikrowellen 1954 (MASER, C.H. Townes)
- erster optischer LASER 1960 (Rubin-Laser, T. Maiman )

**L**ASER = **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation



### Prinzip:

in angeregten Zuständen gespeicherte Energie wird durch stimulierte Emission kohärent in einen Lichtstrahl



Schemazeichnung eines Rubin-Lasers

**LASER - Grundidee:** neuartige monochromatische kohärente Lichtquelle  
durch gezielte Anregung von stimulierter Emission

**Voraussetzung für stimulierte Emission:**

äußeres Strahlungsfeld → stehende Welle in optischem Resonator

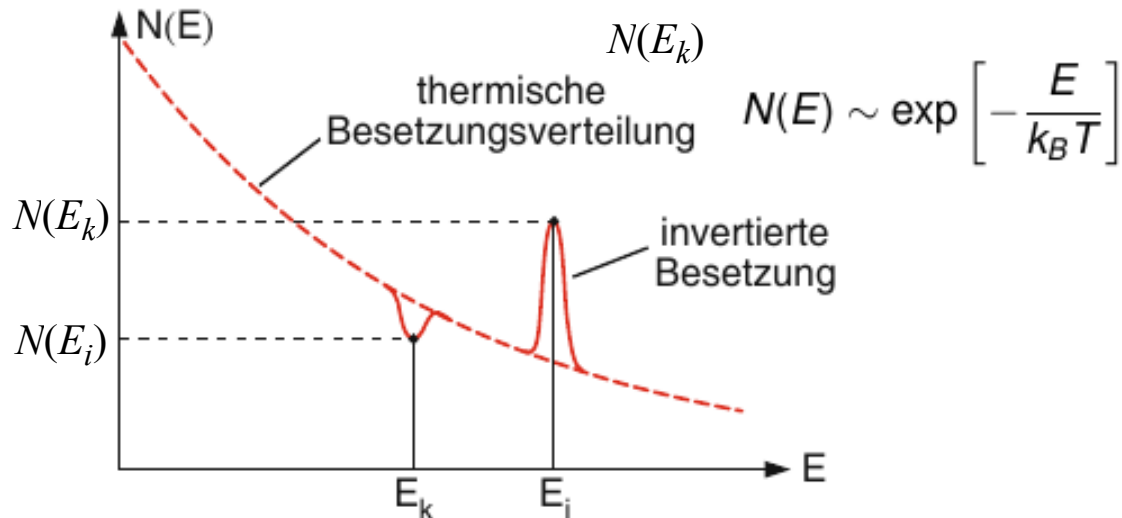
**LASER - Grundidee:** neuartige monochromatische kohärente Lichtquelle durch gezielte Anregung von stimulierter Emission

**Voraussetzung für stimulierte Emission:**

äußeres Strahlungsfeld → stehende Welle in optischem Resonator

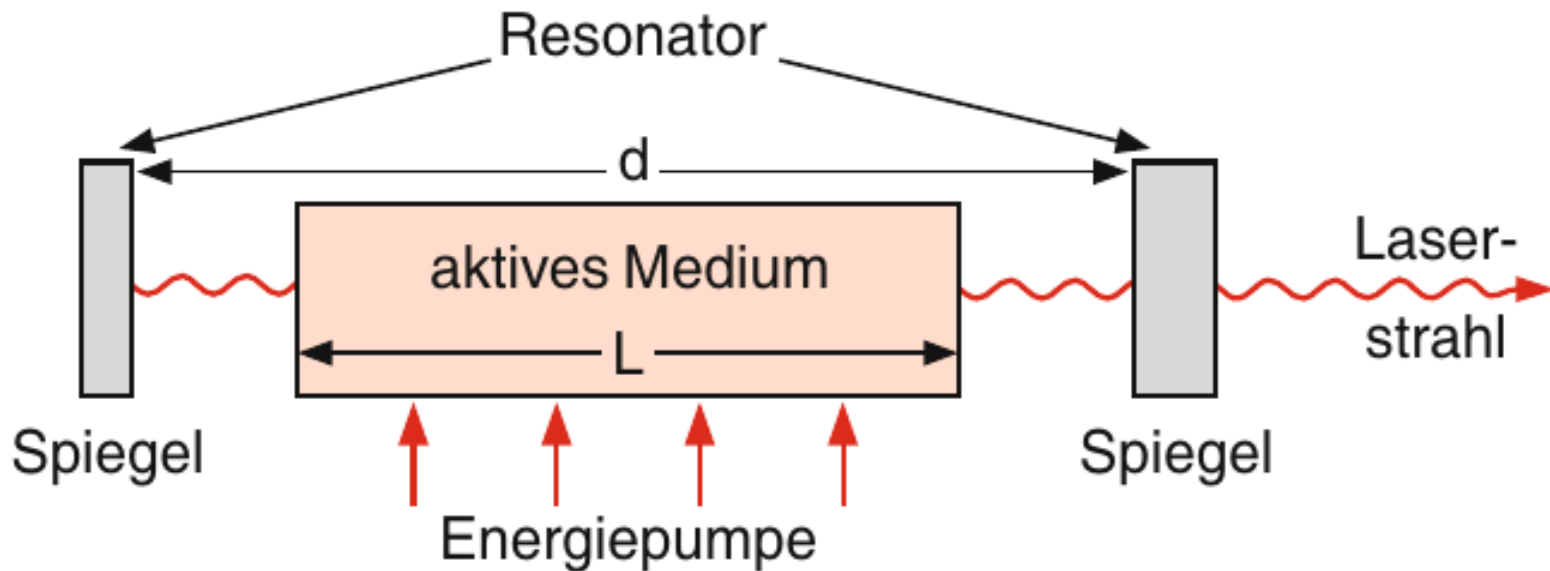
Erhöhung der **Wahrscheinlichkeit für stimulierte Emission** durch „**Besetzungsinversion**“

= gezielte Besetzung von Quantenzuständen höherer Energie  
(als bei thermischer Besetzung)



**Methode:** Energiezufuhr durch „optisches Pumpen“

## Prinzipieller Aufbau eines Lasers:



# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

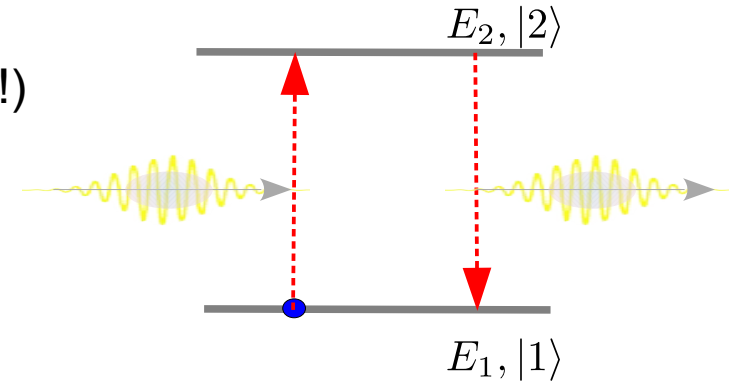
Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes



# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

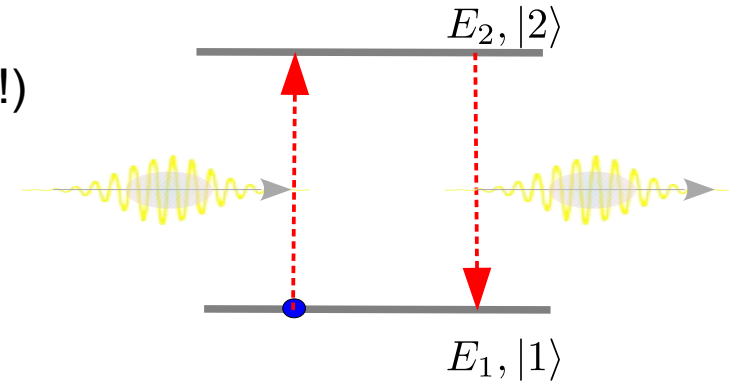
d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes

$$\frac{dN_1}{dt} = I \cdot (-B \cdot N_1 + B \cdot N_2) + A \cdot N_2$$



# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

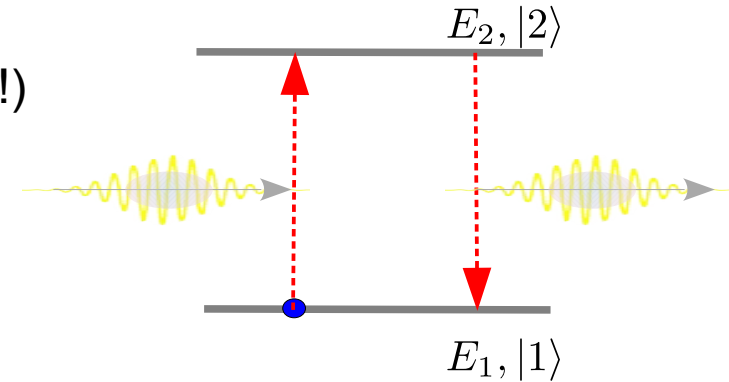
erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes

$$\frac{dN_1}{dt} = I \cdot (-B \cdot N_1 + B \cdot N_2) + A \cdot N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = I \cdot (B \cdot N_1 - B \cdot N_2) - A \cdot N_2 = -\frac{dN_1}{dt}$$



# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

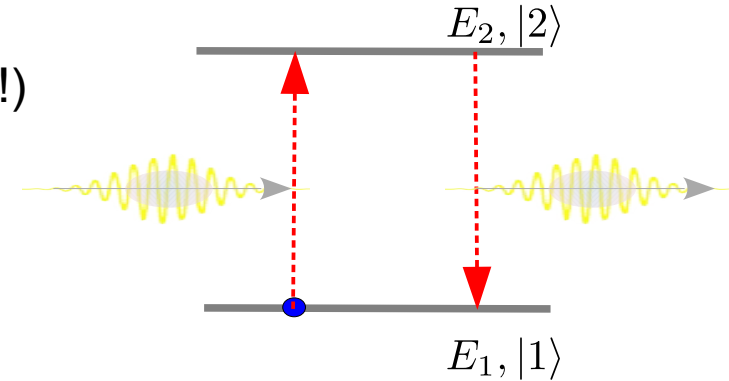
mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes

$$\frac{dN_1}{dt} = I \cdot (-B \cdot N_1 + B \cdot N_2) + A \cdot N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = I \cdot (B \cdot N_1 - B \cdot N_2) - A \cdot N_2 = -\frac{dN_1}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = -2I \cdot B(N_1 - N_2) + A \cdot (N_1 + N_2) - A \cdot (N_1 - N_2)$$



# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

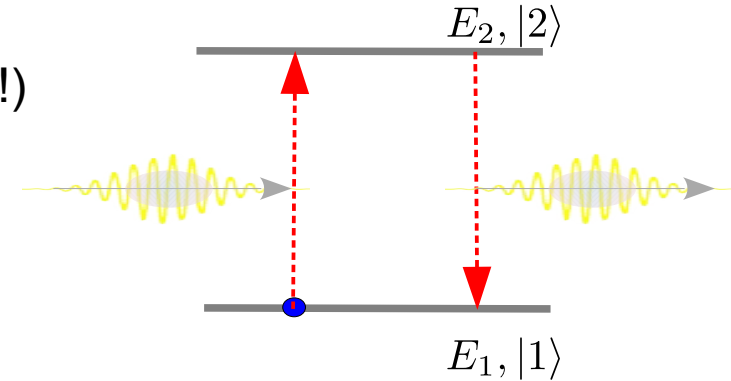
und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes

$$\frac{dN_1}{dt} = I \cdot (-B \cdot N_1 + B \cdot N_2) + A \cdot N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = I \cdot (B \cdot N_1 - B \cdot N_2) - A \cdot N_2 = -\frac{dN_1}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = -2I \cdot B(N_1 - N_2) + A \cdot (N_1 + N_2) - A \cdot (N_1 - N_2)$$

im Gleichgewicht:  $\frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = 0$



# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

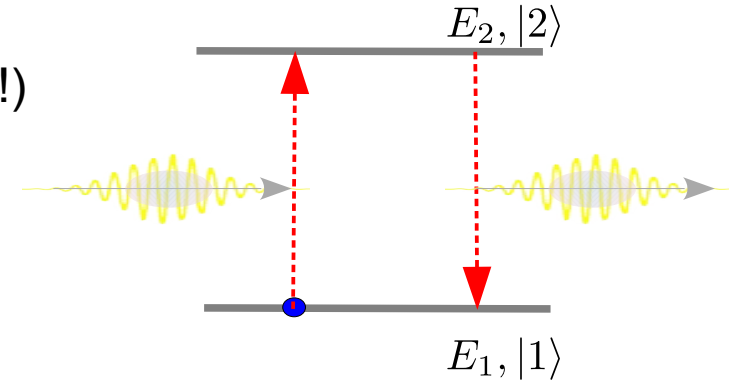
und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes

$$\frac{dN_1}{dt} = I \cdot (-B \cdot N_1 + B \cdot N_2) + A \cdot N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = I \cdot (B \cdot N_1 - B \cdot N_2) - A \cdot N_2 = -\frac{dN_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = -2I \cdot B(N_1 - N_2) + A \cdot (N_1 + N_2) - A \cdot (N_1 - N_2)$$

im Gleichgewicht:  $\frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 - N_2 = \frac{N_1 + N_2}{1 + 2I/(A/B)}$



# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

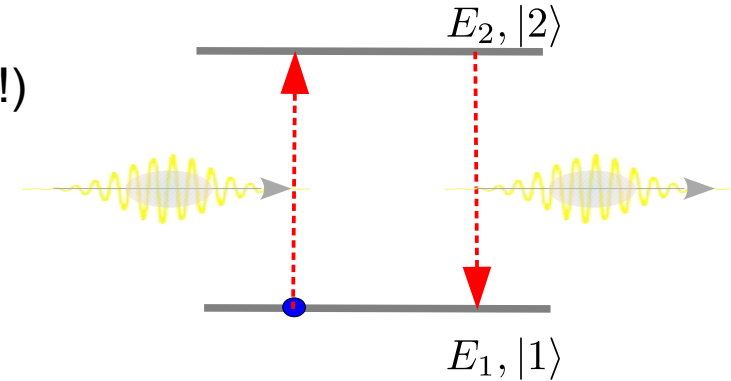
und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes

$$\frac{dN_1}{dt} = I \cdot (-B \cdot N_1 + B \cdot N_2) + A \cdot N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = I \cdot (B \cdot N_1 - B \cdot N_2) - A \cdot N_2 = -\frac{dN_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = -2I \cdot B(N_1 - N_2) + A \cdot (N_1 + N_2) - A \cdot (N_1 - N_2)$$

$$\text{im Gleichgewicht: } \frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 - N_2 = \frac{N_1 + N_2}{1 + 2I/(A/B)}$$



Dieser Ausdruck ist immer positiv,

**d.h. es sind immer weniger Teilchen im Zustand 2 als im Zustand 1**

→ In einem Zwei-Niveau-System ist keine Besetzungsinversion möglich.

# Der Laser: Grundlegende Überlegungen

Wie könnte man Energie in angeregten Zuständen speichern

d. h. welche Materialien eignen sich als „aktives Medium“ ?

erste Idee: **Zwei-Niveau-System**

mit Einstein-Koeffizienten  $A$  und  $B$  ( $B=B_{12}=B_{21}$  !)

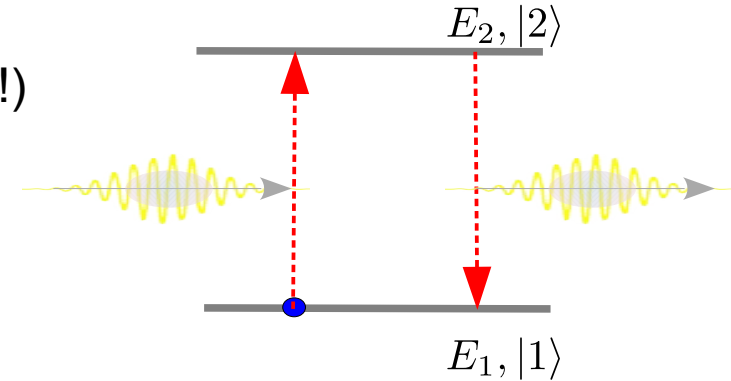
und Intensität  $I$  des äußeren Strahlungsfeldes

$$\frac{dN_1}{dt} = I \cdot (-B \cdot N_1 + B \cdot N_2) + A \cdot N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = I \cdot (B \cdot N_1 - B \cdot N_2) - A \cdot N_2 = -\frac{dN_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = -2I \cdot B(N_1 - N_2) + A \cdot (N_1 + N_2) - A \cdot (N_1 - N_2)$$

$$\text{im Gleichgewicht: } \frac{d(N_1 - N_2)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 - N_2 = \frac{N_1 + N_2}{1 + 2I/(A/B)}$$



Dieser Ausdruck ist immer positiv,

**d.h. es sind immer weniger Teilchen im Zustand 2 als im Zustand 1**

→ In einem Zwei-Niveau-System ist keine Besetzungsinversion möglich.

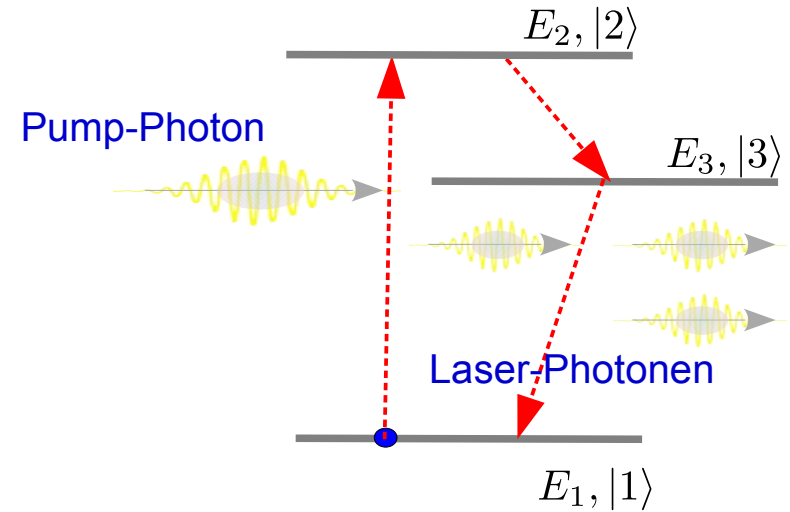
Anmerkung:

Das Verhältnis der Einsteinkoeffizienten  $\frac{A}{B} =: I_s$  nennt man „**Sättigungsintensität**“

# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (2)

Versuchen wir etwas Komplizierteres:

## Das Drei-Niveau-System

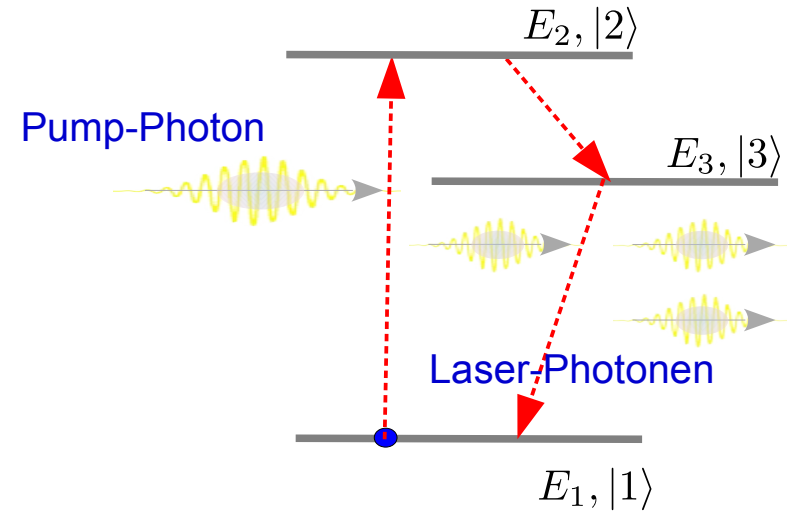


# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (2)

Versuchen wir etwas Komplizierteres:

## Das Drei-Niveau-System

– Pumpen auf  $E_2$

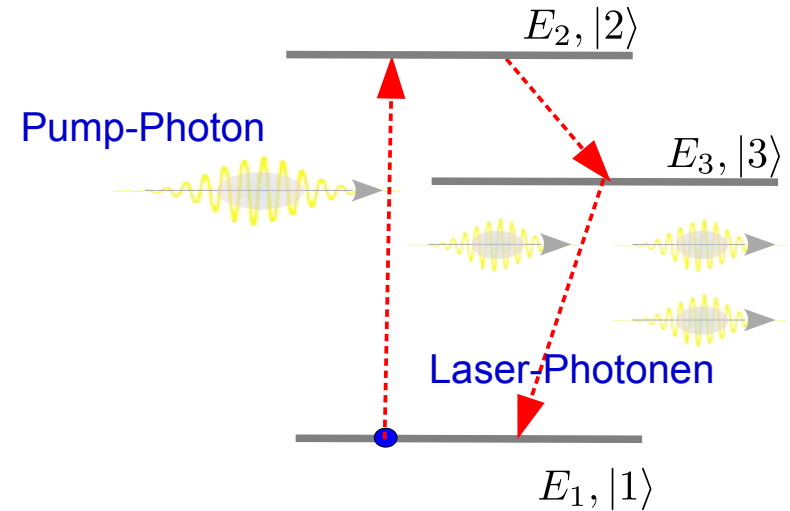


# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (2)

Versuchen wir etwas Komplizierteres:

## Das Drei-Niveau-System

- Pumpen auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)

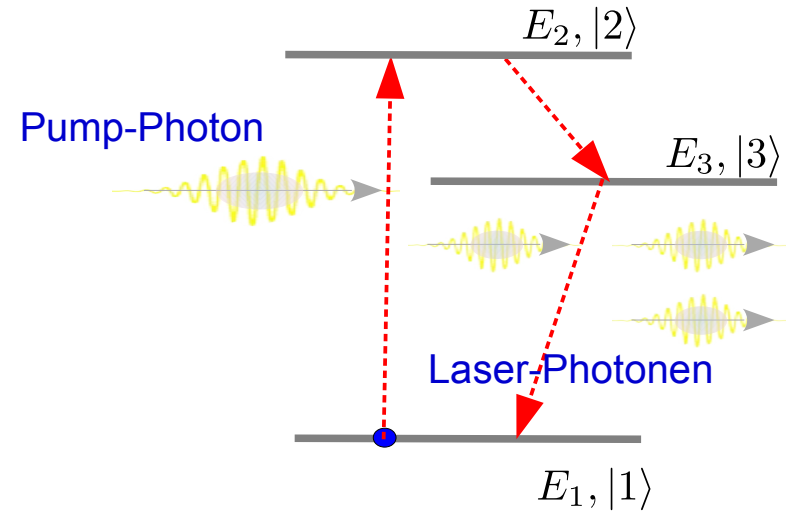


# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (2)

Versuchen wir etwas Komplizierteres:

## Das Drei-Niveau-System

- Pumpen auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)
- Pump-Photonen lösen keine Übergänge  $E_3 \rightarrow E_1$  aus  
→ Besetzungsinversion in Niveau  $E_3$

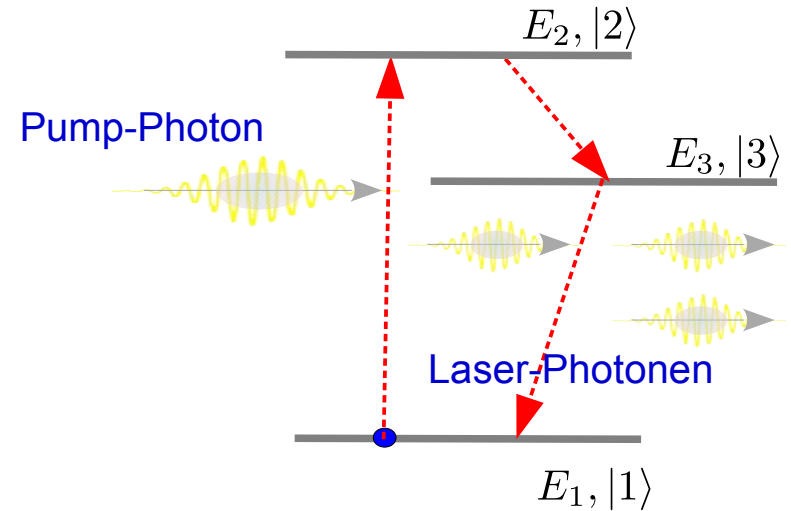


# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (2)

Versuchen wir etwas Komplizierteres:

## Das Drei-Niveau-System

- Pumpen auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)
- Pump-Photonen lösen keine Übergänge  $E_3 \rightarrow E_1$  aus  
→ Besetzungsinversion in Niveau  $E_3$
- spontane Übergänge  $E_3 \rightarrow E_1$  der  
„Laser-Frequenz“  $\nu = h / (E_3 - E_1)$   
führen zu stimulierter Emission  $E_3 \rightarrow E_1$

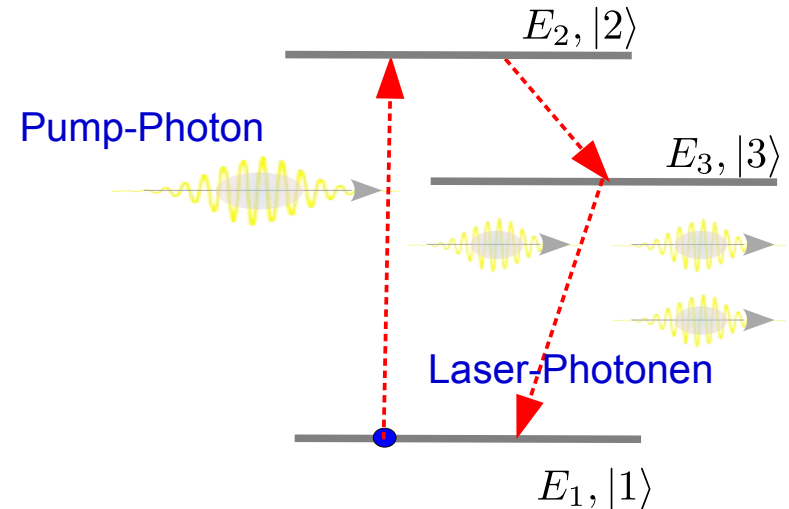


# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (2)

Versuchen wir etwas Komplizierteres:

## Das Drei-Niveau-System

- Pumpen auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)
- Pump-Photonen lösen keine Übergänge  $E_3 \rightarrow E_1$  aus  
→ Besetzungsinversion in Niveau  $E_3$
- spontane Übergänge  $E_3 \rightarrow E_1$  der  
„Laser-Frequenz“  $\nu = h / (E_3 - E_1)$   
führen zu stimulierter Emission  $E_3 \rightarrow E_1$



Betrachtung wie eben,  
nur das dieses Mal die  
stimulierte Emission durch  
die Pump-Photonen wegfällt :

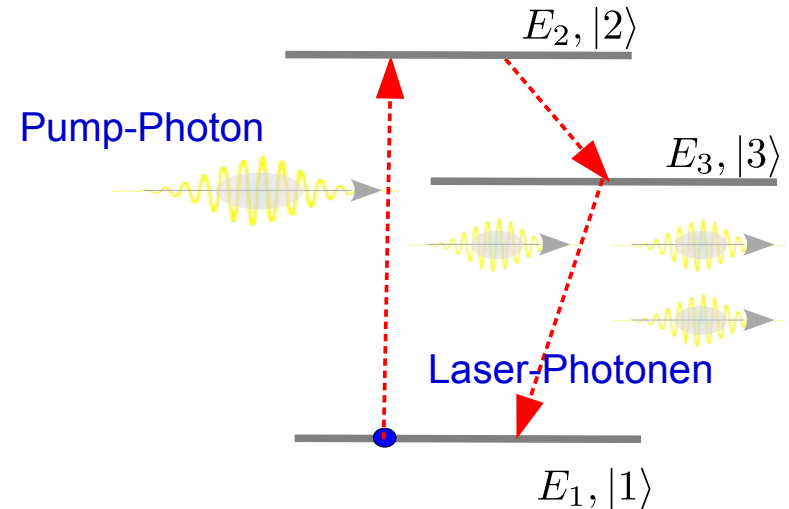
$$N_1 - N_3 = (N_1 + N_3) \frac{1 - I/I_s}{1 + I/I_s}$$

# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (2)

Versuchen wir etwas Komplizierteres:

## Das Drei-Niveau-System

- Pumpen auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)
- Pump-Photonen lösen keine Übergänge  $E_3 \rightarrow E_1$  aus  
→ Besetzungsinversion in Niveau  $E_3$
- spontane Übergänge  $E_3 \rightarrow E_1$  der „Laser-Frequenz“  $\nu = h / (E_3 - E_1)$  führen zu stimulierter Emission  $E_3 \rightarrow E_1$

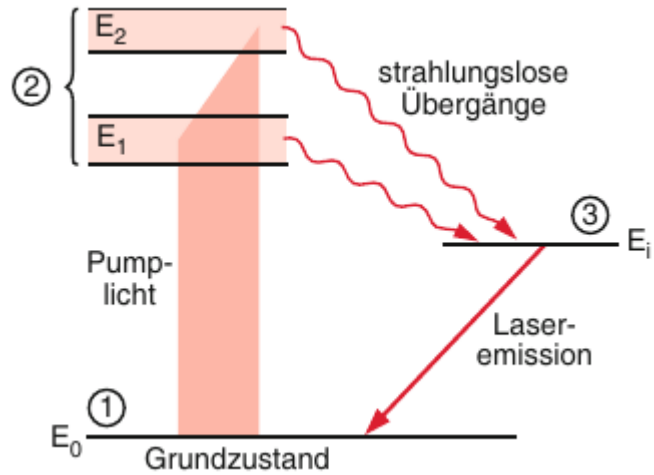


Betrachtung wie eben,  
nur das dieses Mal die  
stimulierte Emission durch  
die Pump-Photonen wegfällt :

$$N_1 - N_3 = (N_1 + N_3) \frac{1 - I/I_s}{1 + I/I_s}$$

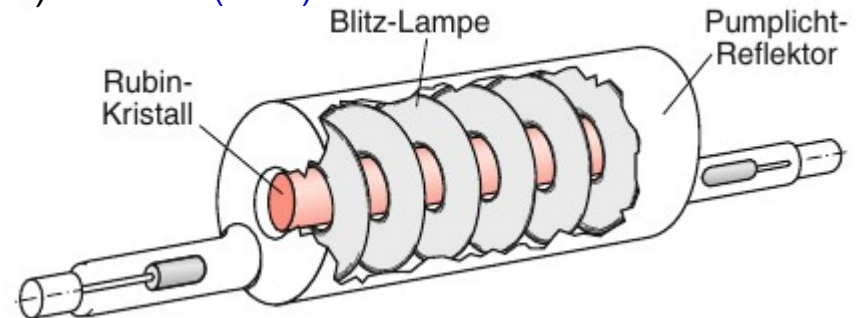
Für  $I > I_s$  wird dieser Ausdruck  
negativ → **Besetzungsinversion**

# Drei-Niveaue-Laser: technische Realisierung



Termschema des Rubins

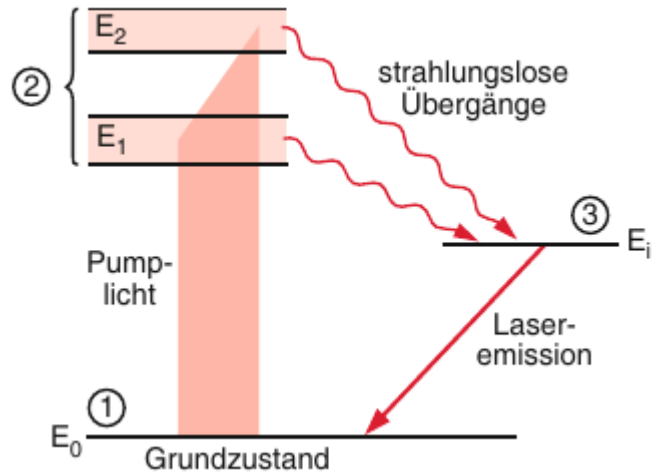
b) Maiman (1960)



Technische Realisierungen Rubin-Laser

(Aktives Medium: Rubin =  
Chrom-dotierter  $\text{Al}_2\text{O}_3$  – Stab)

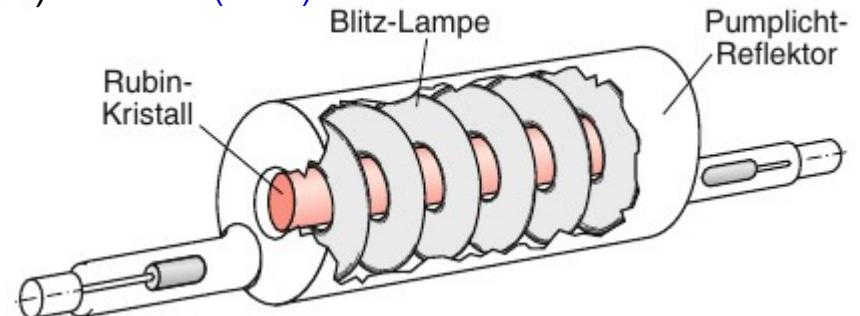
# Drei-Niveaue-Laser: technische Realisierung



Termschema des Rubins

- Anregung von  $\text{Cr}^{+++}$ -Ionen im Rubinstab durch Blitzlampe in zwei Energieniveaus  $E_1$ ,  $E_2$ ;
  - Niveaus verbreitert durch Wechselwirkung mit den Festkörperlernen  
→ bessere Absorption aus dem Blitzlicht;
  - Übergänge von  $E_1$ ,  $E_2$  ins Laserniveau  $E_3$ ;
  - zwei planparallele Spiegel als Resonator definieren Strahlrichtung
- Laserpulse von 0.2 ms Dauer mit  $\lambda=649 \text{ nm}$ .

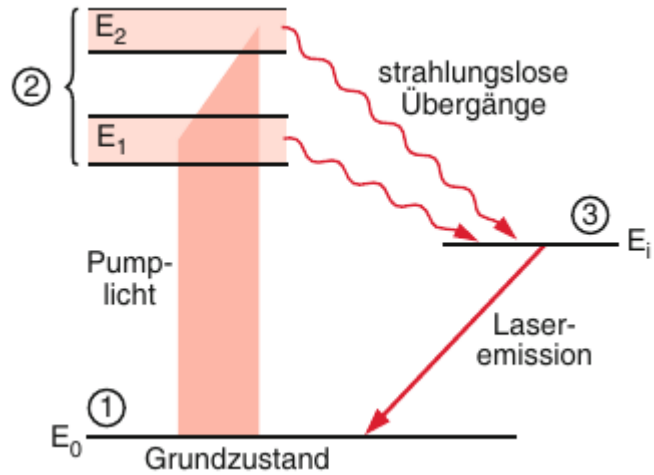
## b) Maiman (1960)



## Technische Realisierungen Rubin-Laser

(Aktives Medium: Rubin =  
Chrom-dotierter  $\text{Al}_2\text{O}_3$  – Stab)

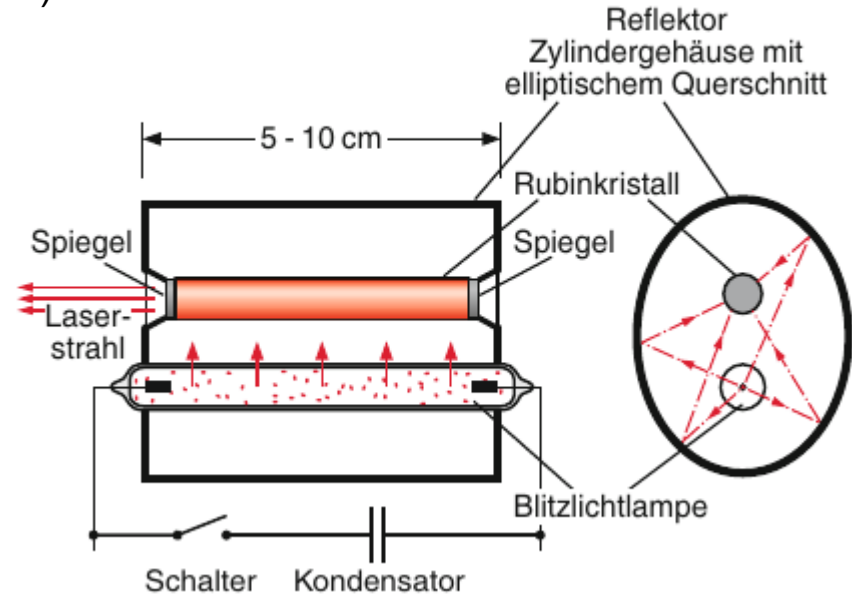
# Drei-Niveaue-Laser: technische Realisierung



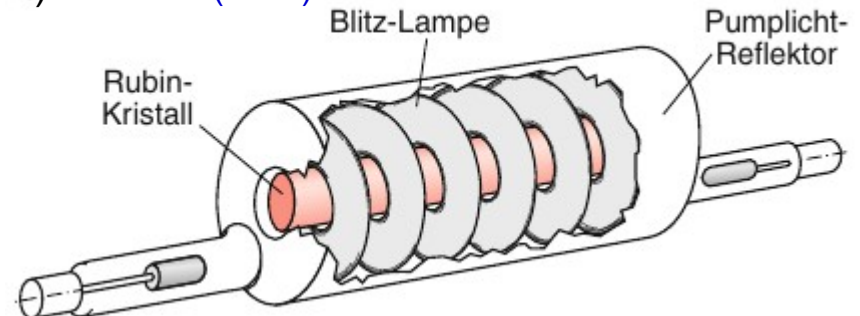
Termschema des Rubins

- Anregung von  $\text{Cr}^{+++}$ -Ionen im Rubinstab durch Blitzlampe in zwei Energieniveaus  $E_1$ ,  $E_2$ ;
- Niveaus verbreitert durch Wechselwirkung mit den Festkörperlernen  
→ bessere Absorption aus dem Blitzlicht;
- Übergänge von  $E_1$ ,  $E_2$  ins Laserniveau  $E_3$ ;
- zwei planparallele Spiegel als Resonator definieren Strahlrichtung  
→ Laserpulse von 0.2 ms Dauer mit  $\lambda=649 \text{ nm}$ .

## a) mit fokussierendem Reflektor



## b) Maiman (1960)



## Technische Realisierungen Rubin-Laser

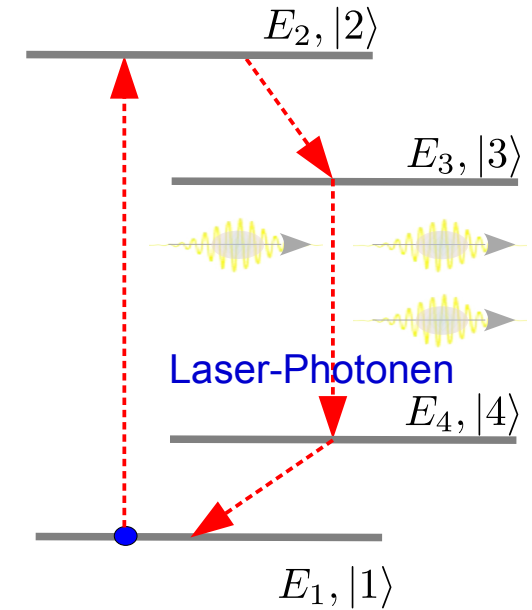
(Aktives Medium: Rubin =  
Chrom-dotierter  $\text{Al}_2\text{O}_3$  – Stab)

# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (3)

Es geht auch so:

## Das Vier-Niveau-System

(z.B. CO<sub>2</sub>-Laser oder He-Ne-Laser)



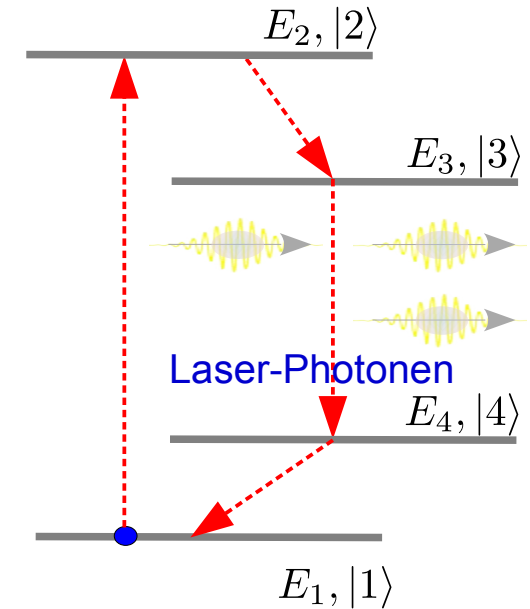
# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (3)

Es geht auch so:

## Das Vier-Niveau-System

(z.B. CO<sub>2</sub>-Laser oder He-Ne-Laser)

– Pumpen durch Stoßanregung auf  $E_2$



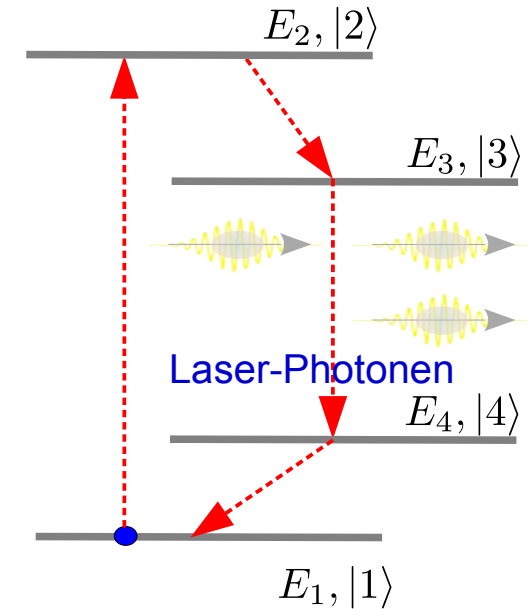
# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (3)

Es geht auch so:

## Das Vier-Niveau-System

(z.B. CO<sub>2</sub>-Laser oder He-Ne-Laser)

- Pumpen durch Stoßanregung auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)



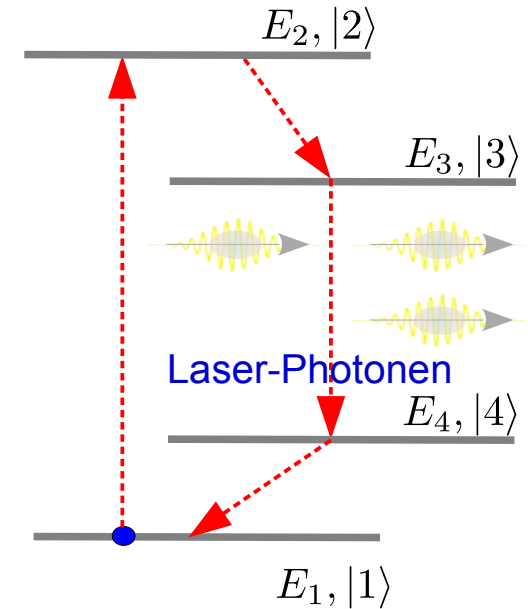
# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (3)

Es geht auch so:

## Das Vier-Niveau-System

(z.B. CO<sub>2</sub>-Laser oder He-Ne-Laser)

- Pumpen durch Stoßanregung auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)
- spontane Übergänge  $E_3 \rightarrow E_4$  der  
„Laser-Frequenz“  $\nu = h / (E_3 - E_4)$   
führen zu stimulierter Emission  $E_3 \rightarrow E_4$



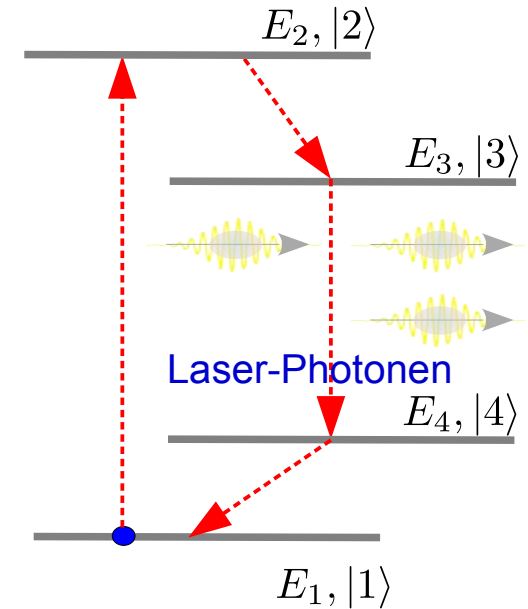
# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (3)

Es geht auch so:

## Das Vier-Niveau-System

(z.B. CO<sub>2</sub>-Laser oder He-Ne-Laser)

- Pumpen durch Stoßanregung auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)
- spontane Übergänge  $E_3 \rightarrow E_4$  der  
„Laser-Frequenz“  $\nu = h / (E_3 - E_4)$   
führen zu stimulierter Emission  $E_3 \rightarrow E_4$
- schneller Übergang  $E_4 \rightarrow E_1$   
durch Stöße



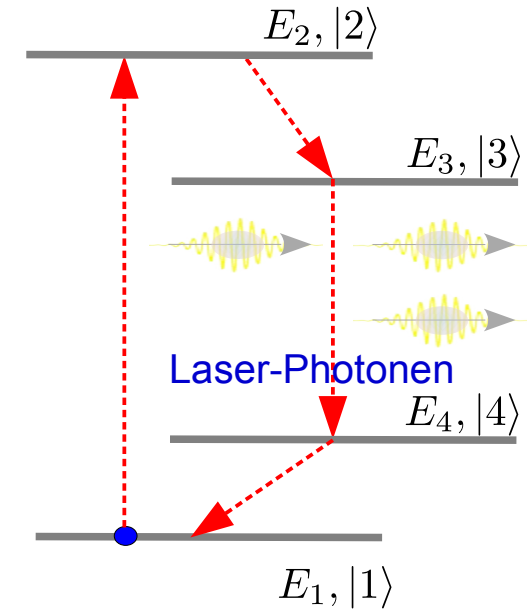
# Der Laser: Grundlegende Überlegungen (3)

Es geht auch so:

## Das Vier-Niveau-System

(z.B. CO<sub>2</sub>-Laser oder He-Ne-Laser)

- Pumpen durch Stoßanregung auf  $E_2$
- strahlungsloser, schneller Übergang zu  $E_3$   
(durch Molekül- oder Gitterschwingung)
- spontane Übergänge  $E_3 \rightarrow E_4$  der  
„Laser-Frequenz“  $\nu = h / (E_3 - E_4)$   
führen zu stimulierter Emission  $E_3 \rightarrow E_4$
- schneller Übergang  $E_4 \rightarrow E_1$   
durch Stöße

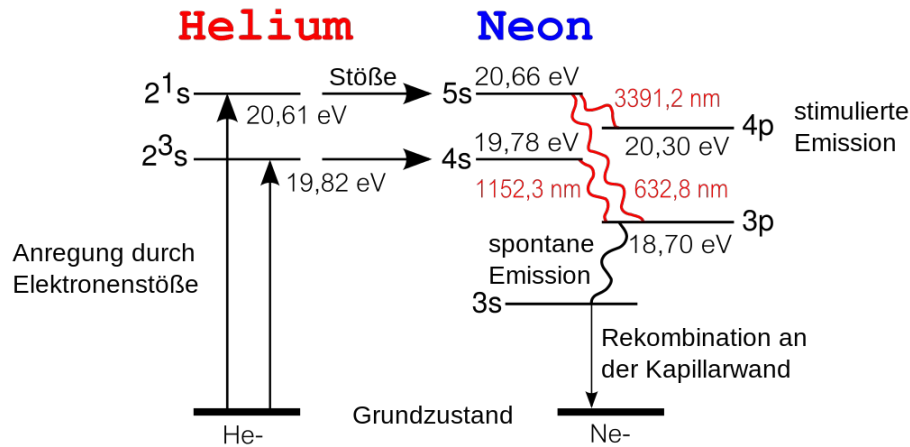


Betrachtung wie eben :

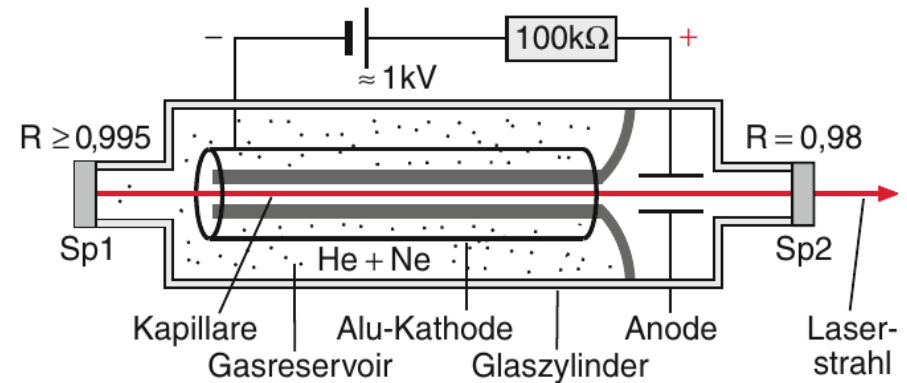
$$N_4 - N_3 = -(N_4 + N_3) \frac{I/I_s}{1 + I/I_s}$$

Dieser Ausdruck ist immer negativ  
→ **effiziente Besetzungsinversion**

# Vier-Niveau-Laser: technische Realisierung



Termschema He – Ne;  
mögliche Laserübergänge in rot



Aufbau eines He-Ne - Lasers

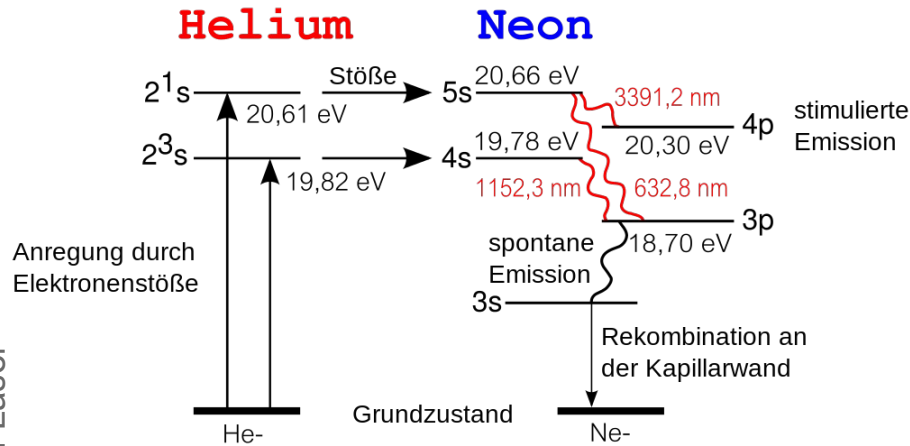
## W. Demtröder, Experimentalphysik 3,



- 

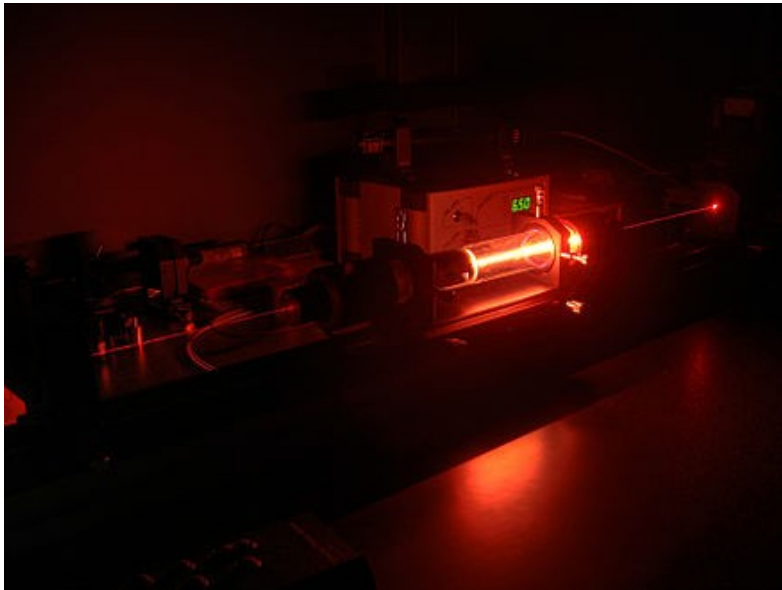
## Aufbau eines He-Ne - Lasers

# Vier-Niveau-Laser: technische Realisierung

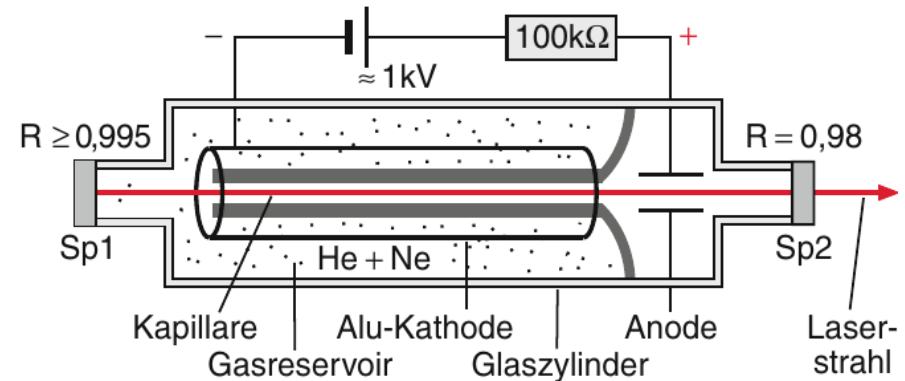


Termschema He – Ne;  
mögliche Laserübergänge in rot

- Gasentladung erzeugt angeregte He- und Ne-Atome;
- zwei metastabile Zustände des He ( $2^1S_0$  und  $2^3S_1$ ) reichern sich an;
- angeregte He-Atome übertragen in Stößen Energie auf die 4S und 5S-Niveaus von Ne;
- Besetzungsumkehr schon mit einem Bruchteil von  $\sim 1\text{ppM}$  der Ne-Atome  
→ kontinuierliches Laserlicht



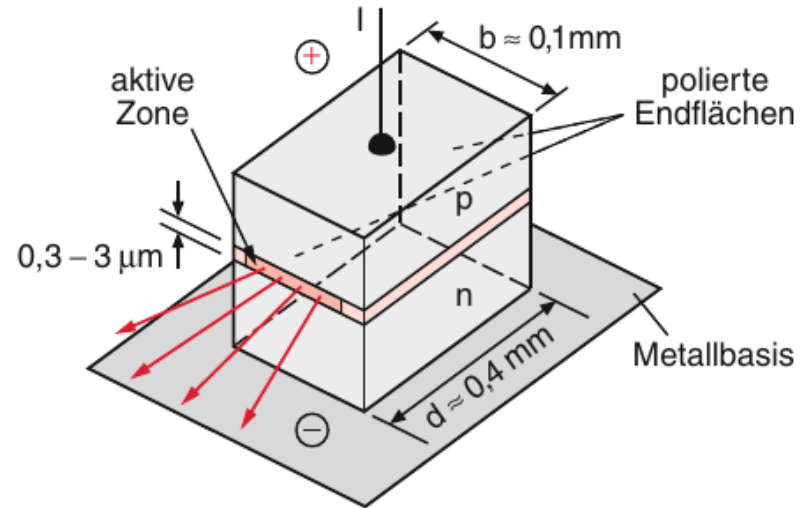
He-Ne-Laser im Betrieb



Aufbau eines He-Ne - Lasers

# Halbleiter-Laser

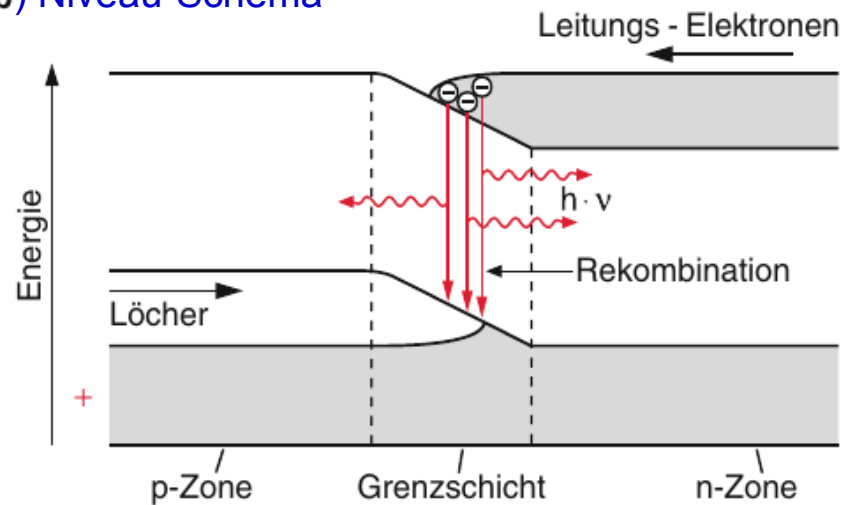
## a) vereinfachter Aufbau eines Halbleiterlasers



## Prinzip:

Elektron-Loch-Rekombination in  
stromdurchflossener Halbeiter-Diode  
mit verspiegelten Endflächen

## b) Niveau-Schema



# Weitere Typen von Lasern

| Aktives Medium         | Beispiele                         | Anwendung                       |
|------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| Festkörper: Kristalle  | Nd:YAG (Yttrium-Aluminium-Granat) | Industrie, Medizin, Forschung   |
| Festkörper: Halbleiter | AlGaInP                           | CD, DVD, Blu-ray                |
| Flüssigkeiten          | Farbstofflaser                    | abstimmbare Laserfrequenzen     |
| Gase                   | CO <sub>2</sub>                   | Industrie: schneiden, schweißen |
| freie Elektronen       | Flash, LCLS, XFEL                 | brillianten Röntgenlaser        |

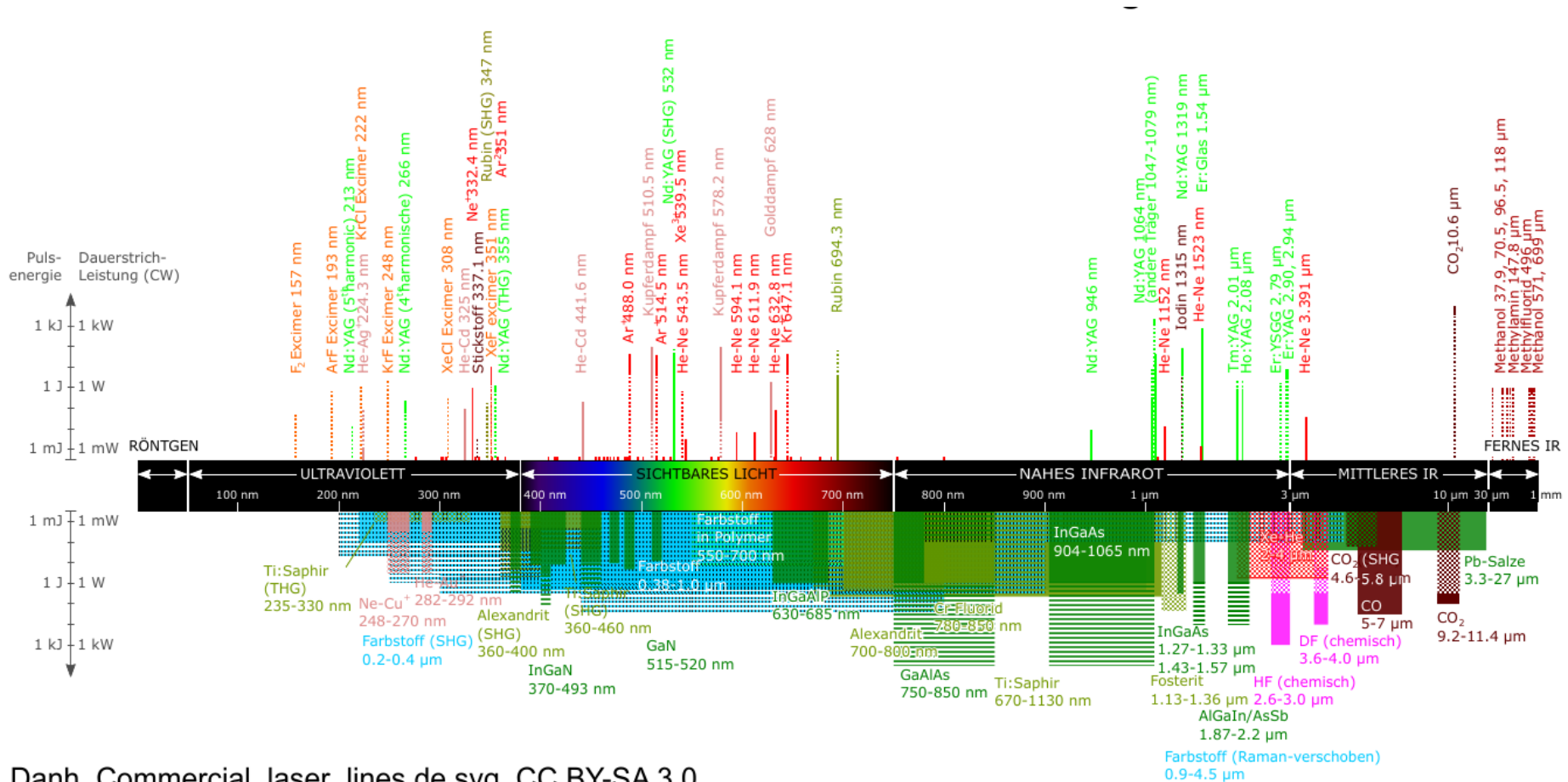
## Einteilung nach Betriebsmodus/Signalform:

- kontinuierlich (Dauerstrich, engl.: continuous wave, CW)  
nicht für alle aktiven Medien möglich
- Gepulst (z. B. durch gepulstes Pumpen)
  - ultrakurze Pulse: fs-Laser

# Typen von Lasern

Viele Typen von Lasern: **Gaslaser**, **Festkörperlaser**, **Farbstofflaser**

Gesamter Bereich von Ultraviolett bis Infrarot abgedeckt



Ende Vorlesung 13

und Zeit für Fragen ?