

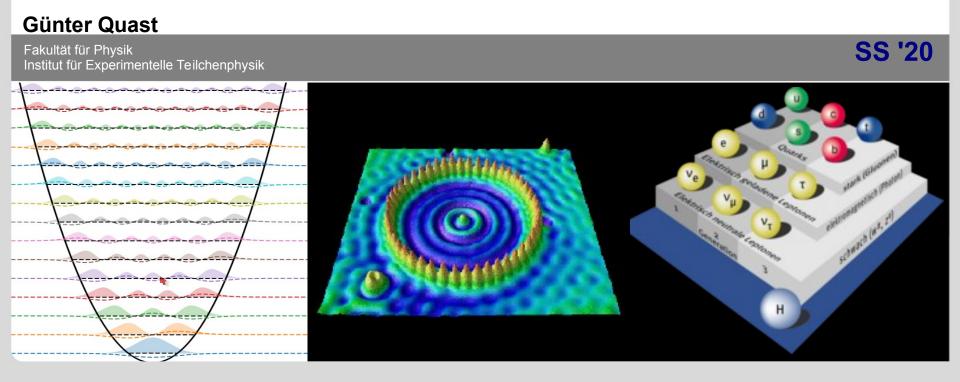


Diese Veranstaltung wir aufgezeichnet und als Medien-Cast über KIT - ILIAS bereit gestellt

Nur zur KIT-internen vorlesungsbegleitenden Nutzung, Weitergabe & anderweitige Verwendung ist untersagt

Vorlesung Moderne Physik (L)

Elektronen im Festkörper



Vorlesungsevaluation

Vom 29. Juni bis 3. Juli können Sie an einer Online- Umfrage zur Vorlesung und zu den Übungen teilnehmen.

Dazu diese Links verwenden

Vorlesungsevaluation

Evaluation der Übungen für LA

oder

Evaluation der Übungen für Geo/Met

(die gleichen Links finden Sie auf der Ilias-Seite der Vorlesung)

Das Übungs-Team und ich bitten um rege Teilnahme!

Zusammenfassung V17

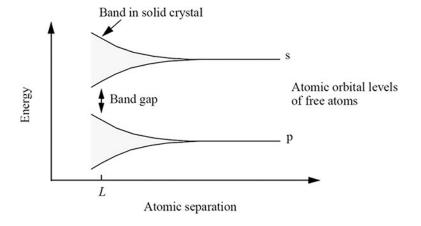
• Beitrag von Gitterschwingungen zur molaren Wärmekapazität:

$$- C_v = \frac{dU}{dT}; U(E,T) = \int dE E \cdot D(E) \cdot f_{BE}(T,E);$$

- * $\propto R_m \cdot T^3$ für kleine T
- * $\propto 3R_m$ große T
- * $R_m = N_A \cdot k_B$: molare Gaskonstante

Elektronen im Festkörper

- Bänder-Modell
 - Im Festkörper spalten die diskreten atomaren Niveaus in N Niveaus auf, die Bänder von erlaubten Energieniveaus bilden (vgl. bindender und antibindender Zustand im zweiatomigen Molekül)



Zusammenfassung V17

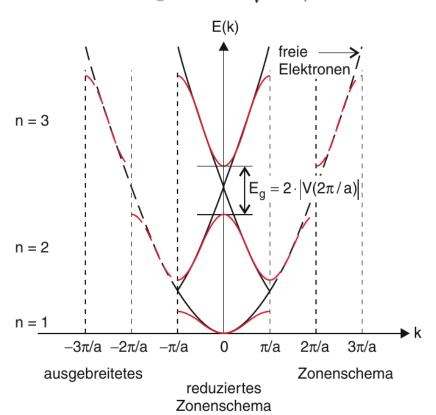
 Modell des Fermi-Gas zur n\u00e4herungsweisen Beschreibung von Elektronen im Festk\u00f6rper; die Verteilungsdichte der Elektronenergien ist gegeben durch

$$n(E) = \frac{4\pi (2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \sqrt{E} \cdot \frac{1}{\exp((E - E_F)/(k_B T)) - 1}.$$

Nur Elektronen an der Fermi-Kante können Energie aus thermischen Stößen oder angelegten elektrischen Feldern aufnehmen. Elektronen an der Fermi-Kante bewegen sich mit der Geschwindigkeit $v_F = \sqrt{2E_F/m}$

· Bewegung von Elektronen im Festkörper

Durch Bragg-Reflexion an den Grenzen der Brillouin-Zonen wird die Dispersionsrelation, d. h. der Zusammenhang zwischen Energie E(k) und Wellenzahl k, im Vergleich zum freien Teilchen modifiziert



(2)

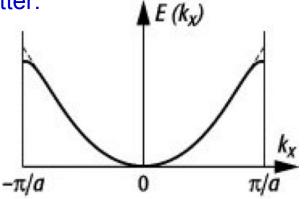
Inhaltsübersicht VL Moderne Physik

- 1) Einführung
- 2) Wiederholung wichtiger Konzepte der klassischen Physik
- 3) Spezielle Relativitätstheorie
- 4) Schlüsselexperimente und Grundlagen der Quantenphysik
- 5) Die Schrödingergleichung
- 6) Anwendungen der Schrödingergleichung
- 7) Das Wasserstoff-Atom
- 8) Atome mit mehreren Elektronen
- 9) Wechselwirkung von Licht und Materie
- 10) Grundlagen der Festkörperphysik
- 11) Kern- und Teilchenphysik
- 12) Ausblick

Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{dk}{dt}$



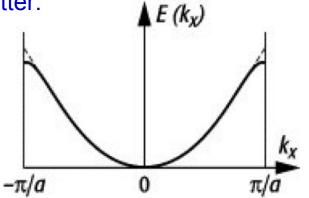
Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{dk}{dt}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e \mathcal{E} \cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar} \mathcal{E} \frac{dE}{dk} dt$$



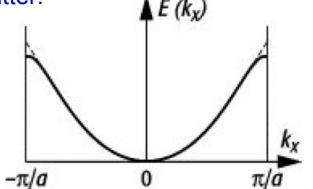
Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{dk}{dt}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e \mathcal{E} \cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar} \mathcal{E} \frac{dE}{dk} dt \rightarrow \frac{dk}{dt} = e \mathcal{E} / \hbar$$



Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

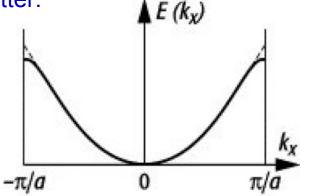
$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{\mathrm{dk}}{\mathrm{dt}}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e\mathcal{E} \cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar} \mathcal{E} \frac{dE}{dk} dt \rightarrow \frac{dk}{dt} = e\mathcal{E}/\hbar$$

$$\Rightarrow a = \frac{e \mathcal{E}}{\hbar^2} \frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{d} k^2} =: e \mathcal{E}/m^* \operatorname{mit} m^* = \hbar^2 / \frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{d} k^2}$$



Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

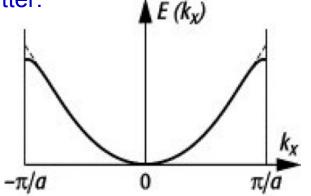
$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{dk}{dt}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e \mathcal{E} \cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar} \mathcal{E} \frac{dE}{dk} dt \rightarrow \frac{dk}{dt} = e \mathcal{E}/\hbar$$

$$\Rightarrow a = \frac{e \mathcal{E}}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} =: e \mathcal{E}/m^* \operatorname{mit} m^* = \hbar^2 / \frac{d^2 E}{dk^2}$$



m* nennt man die effektive Masse;

sie ist bestimmt durch die Krümmung (2. Ableitung) der Dispersionskurve E(k)

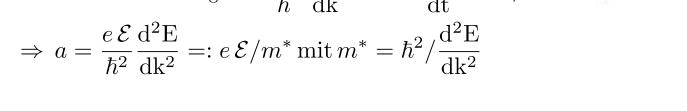
Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

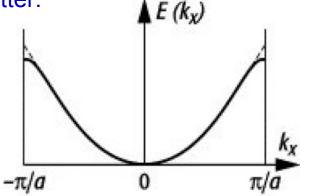
$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{dk}{dt}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e \mathcal{E} \cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar} \mathcal{E} \frac{dE}{dk} dt \rightarrow \frac{dk}{dt} = e \mathcal{E} / \hbar$$





m* nennt man die effektive Masse;

sie ist bestimmt durch die Krümmung (2. Ableitung) der Dispersionskurve E(k)

- bei *k*=0 ist sie konstant, die effektive Masse also gleich der freien Masse

Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

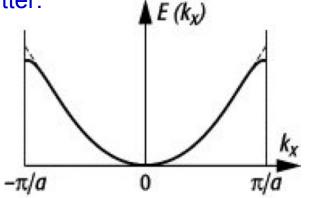
$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{dk}{dt}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e \mathcal{E} \cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar} \mathcal{E} \frac{dE}{dk} dt \rightarrow \frac{dk}{dt} = e \mathcal{E} / \hbar$$

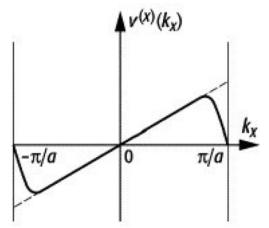
$$\Rightarrow a = \frac{e \mathcal{E}}{\hbar^2} \frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{dk}^2} =: e \mathcal{E}/m^* \text{ mit } m^* = \hbar^2 / \frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{dk}^2}$$

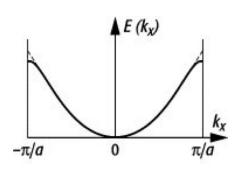


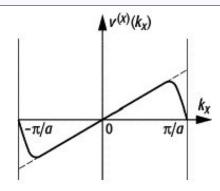
m* nennt man die effektive Masse;

sie ist bestimmt durch die Krümmung (2. Ableitung) der Dispersionskurve E(k)

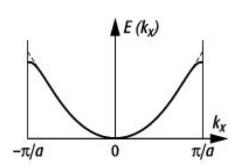
- bei *k*=0 ist sie konstant, die effektive Masse also gleich der freien Masse
- in der Nähe der Bandkante wird sie kleiner als die freie Masse und sogar negativ
 - → Elektronenwelle wird zurück gestreut, d.h. die Gruppengeschwindigkeit wird kleiner und kehrt sich nahe der Bandkante sogar um!

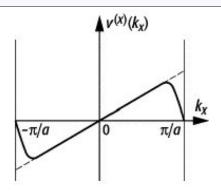






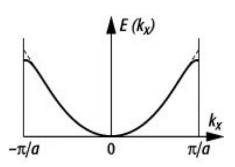
in 3d:
$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{xx} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}$$

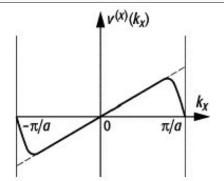




in 3d:
$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{xx} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}$$

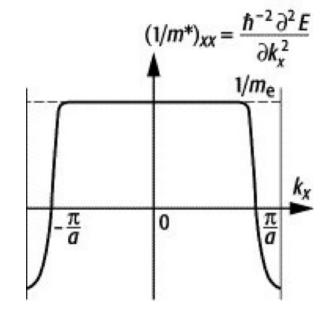
Tensor - Größe!



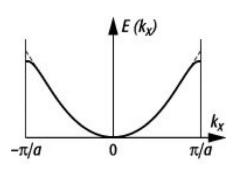


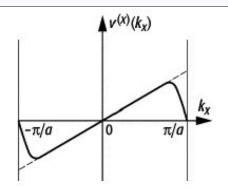
in 3d:
$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{xx} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}$$

Tensor - Größe!



https://www.spektrum.de/lexikon/physik/effektive-masse/36





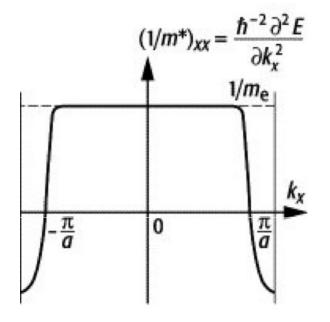
in 3d:
$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{xx} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}$$

Tensor - Größe!

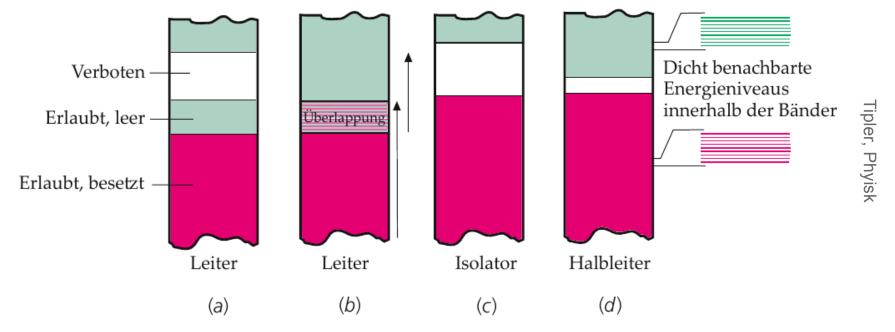
Wenn sich die freien Elektronen an der Bandoberkante, also in der Nähe des Randes der Brillouin-Zone befinden, bewegen sie sich entgegengesetzt zur Kraftwirkung eines angelegten elektrischen Feldes -

sie scheinen also positive Ladung zu haben!

→ Erklärung für den anomalen Hall-Effekt! (→ s. auch später, Löcherleitung)

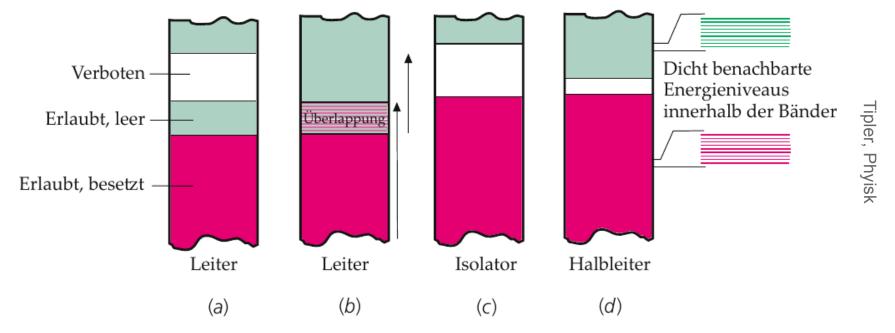


Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



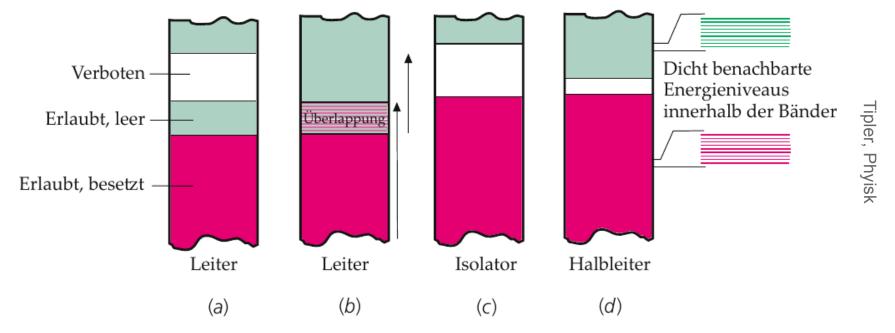
- (a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt
 - → Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden

Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



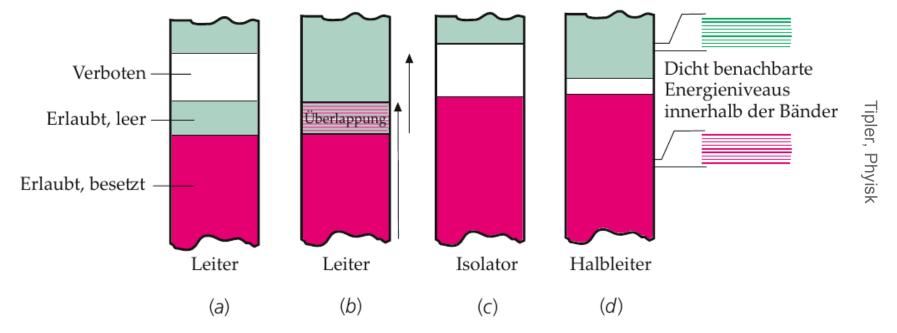
- (a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt
 - → Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden
- (b) Leiter, bei dem das Valenzband das darüber liegende "Leitungsband" überlappt.

Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



- (a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt
 - → Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden
- (b) Leiter, bei dem das Valenzband das darüber liegende "Leitungsband" überlappt.
- (c) typischer Isolator: gefülltes Valenzband durch breite Bandlücke vom Leitungsband getrennt.

Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



- (a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt
 - → Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden
- (b) Leiter, bei dem das Valenzband das darüber liegende "Leitungsband" überlappt.
- (c) typischer Isolator: gefülltes Valenzband durch breite Bandlücke vom Leitungsband getrennt.
- (d) Halbleiter: Energielücke zwischen gefülltem Valenzband und Leitungsband ist klein
 - → Elektronen können bei Zimmertemperatur in das Leitungsband angeregt werden;
 - d. h. Leitfähigkeit steigt mit der Temperatur an!

Lücken im Valenzband tragen als positiv geladene "Löcher" zur Stromleitung bei (s. später)

Beschrieben durch klassisches "Drude-Modell" mit quantenphysikalischen Korrekturen

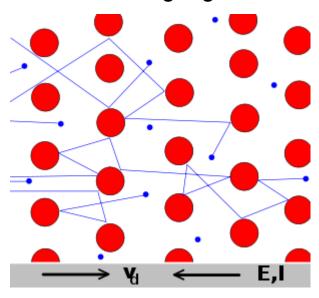
Anlegen einer elektrischen Spannung U an einen Leiter der Länge l führt zu einer elektrischen Feldstärke E=U/l und eine Stromdichte $\vec{j}=\sigma\vec{\mathcal{E}}$

Elektronen erfahren eine Beschleunigung $a =: e \mathcal{E}/m^*$

Beschrieben durch klassisches "Drude-Modell" mit quantenphysikalischen Korrekturen

Anlegen einer elektrischen Spannung U an einen Leiter der Länge l führt zu einer elektrischen Feldstärke E=U/l und eine Stromdichte $\vec{j}=\sigma\vec{\mathcal{E}}$

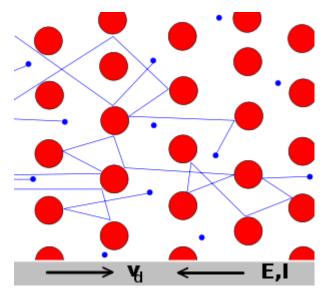
Elektronen erfahren eine Beschleunigung $a =: e \mathcal{E}/m^*$



Beschrieben durch klassisches "Drude-Modell" mit quantenphysikalischen Korrekturen

Anlegen einer elektrischen Spannung U an einen Leiter der Länge l führt zu einer elektrischen Feldstärke E=U/l und eine Stromdichte $\vec{j}=\sigma\vec{\mathcal{E}}$

Elektronen erfahren eine Beschleunigung $a =: e \mathcal{E}/m^*$



Streuung der Elektronen an Störstellen (Verunreinigungen, Gitterfehler oder thermischen Gitterschwingungen) wirken der Beschleunigung entgegen;

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

$$ec{v}_D = rac{-eec{\mathcal{E}}}{m^*} \, au$$
 au : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

$$ec{v}_D = rac{-eec{\mathcal{E}}}{m^*} au$$
 au : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

man kann $\pmb{\tau}$ auch ausdrücken durch die "mittlere freie Weglänge" und die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen : $\tau=\frac{l}{\overline{v}}$

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

$$ec{v}_D = rac{-eec{\mathcal{E}}}{m^*}\, au$$
 au : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

man kann $\pmb{\tau}$ auch ausdrücken durch die "mittlere freie Weglänge" und die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen : $\tau = \frac{l}{\bar{v}}$

Stromdichte ergibt sich aus der Ladungsträgerdichte und der mittleren Driftgeschwindigkeit:

$$j = -e \cdot n_e \cdot \vec{v}_D = \frac{ne^2\tau}{m^*} \cdot \vec{\mathcal{E}} = \sigma \cdot \vec{\mathcal{E}} \text{ mit } \sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

$$ec{v}_D = rac{-eec{\mathcal{E}}}{m^*} \, au$$
 au : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

man kann $\pmb{\tau}$ auch ausdrücken durch die "mittlere freie Weglänge" und die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen : $\tau = \frac{l}{\overline{v}}$

Stromdichte ergibt sich aus der Ladungsträgerdichte und der mittleren Driftgeschwindigkeit:

$$j = -e \cdot n_e \cdot \vec{v}_D = \frac{ne^2 \tau}{m^*} \cdot \vec{\mathcal{E}} = \sigma \cdot \vec{\mathcal{E}} \text{ mit } \sigma = \frac{ne^2 \tau}{m^*}$$

Mit der Ersetzung m* → m entspricht das der von Paul Drude 1906 angegebenen Formel (mikroskopische Erklärung des Ohm'schen Gesetzes)

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $< v_D > \propto \sqrt(T)$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt!

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $< v_D > \propto \sqrt(T)$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit
- \rightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit τ bzw. "freie Weglänge" $l = v_e \tau$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $< v_D > \propto \sqrt(T)$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit
- ightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $extit{l} = ext{v}_{ ext{e}} au$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit: $\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7/(\Omega \cdot m)$

Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \,\mathrm{eV}$

Ladungsträgerdichte: $n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / \mathrm{m}^3$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $< v_D > \propto \sqrt(T)$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit
- ightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $extit{l} = ext{v}_{ ext{e}} au$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit:
$$\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7/(\Omega \cdot m)$$

Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \, \mathrm{eV}$

Ladungsträgerdichte:
$$n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / \mathrm{m}^3$$

$$\rightarrow$$
 mittlere Stoßzeit: $\tau = \frac{\sigma m_e}{ne^2} = 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 25 \, \text{fs}$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $< v_D > \propto \sqrt(T)$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit
- ightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $extit{l} = ext{v}_{ ext{e}} au$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit:
$$\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7/(\Omega \cdot m)$$

Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \, \mathrm{eV}$

Ladungsträgerdichte:
$$n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / \mathrm{m}^3$$

$$\rightarrow$$
 mittlere Stoßzeit: $\tau = \frac{\sigma m_e}{ne^2} = 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 25 \, \text{fs}$

freie Weglänge:
$$l = \bar{v}_e \cdot \tau = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} \cdot \tau = 1.6 \cdot 10^6 \text{m/s} \cdot 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 39 \, \text{nm}$$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $< v_D > \propto \sqrt(T)$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit
- ightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $extit{l} = ext{v}_{ ext{e}} au$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit:
$$\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7/(\Omega \cdot m)$$

Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \, \mathrm{eV}$

Ladungsträgerdichte:
$$n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / \mathrm{m}^3$$

$$\rightarrow$$
 mittlere Stoßzeit: $\tau = \frac{\sigma m_e}{ne^2} = 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 25 \, \text{fs}$

freie Weglänge:
$$l = \bar{v}_e \cdot \tau = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} \cdot \tau = 1.6 \cdot 10^6 \text{m/s} \cdot 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 39 \, \text{nm}$$

$$l>>a_{Cu}=0.26\,\mathrm{nm}$$
 ok, vernünftiger Wert!

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $< v_D > \propto \sqrt(T)$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt!

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit
- ightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $extit{l} = ext{v}_{ ext{e}} au$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit:
$$\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7/(\Omega \cdot m)$$

Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \, \mathrm{eV}$

Ladungsträgerdichte:
$$n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / \mathrm{m}^3$$

$$\rightarrow$$
 mittlere Stoßzeit: $\tau = \frac{\sigma m_e}{m_e^2} = 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 25 \, \text{fs}$

freie Weglänge:
$$l = \bar{v}_e \cdot \tau = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} \cdot \tau = 1.6 \cdot 10^6 \text{m/s} \cdot 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 39 \, \text{nm}$$

$$l>>a_{Cu}=0.26\,\mathrm{nm}$$
 ok, vernünftiger Wert!

Mit der klassischen thermischen Geschwindigkeit der Elektronen erhält man einen Wert für *l*, der kleiner ist als die Gitterkonstante!

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau}{m^*} \, \, \text{mit} \, \tau = \frac{l}{\bar{v}} \, ; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \, \text{oder}$$
 mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit $\, \, \bar{v} \, \,$ der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau}{m^*} \, \, \text{mit} \, \tau = \frac{l}{\bar{v}} \, ; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \, \text{oder}$$
 mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit $\, \, \bar{v} \, \,$ der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert $1/\tau$ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e\,e^2\,\tau}{m^*}\,\,\mathrm{mit}\,\tau = \frac{l}{\bar{v}}\,; \quad \text{die mittlere Stoßzeit τ oder}$$
 mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit \bar{v} der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert $1/\tau$ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.

Tragen mehrere Prozesse bei so gilt:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}} + \frac{1}{\tau_{\text{St\"{o}rstellen}}} + \dots$$

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau}{m^*} \, \, \text{mit} \, \tau = \frac{l}{\bar{v}} \, ; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \, \text{oder}$$
 mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit $\, \, \bar{v} \, \,$ der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert $1/\tau$ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.

Tragen mehrere Prozesse bei so gilt:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}} + \frac{1}{\tau_{\text{St\"{o}rstellen}}} + \dots$$

Die **Elektron-Phonon-Streuung** ist bei Zimmertemperatur näherungsweise **proportional zur Temperatur**, die Streuung an Störstellen ist temperaturunabhängig.

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e\,e^2\,\tau}{m^*}\,\,\mathrm{mit}\,\tau = \frac{l}{\bar{v}}\,; \quad \text{die mittlere Stoßzeit τ oder}$$
 mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit \bar{v} der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert $1/\tau$ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.

Tragen mehrere Prozesse bei so gilt:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}} + \frac{1}{\tau_{\text{St\"{o}rstellen}}} + \dots$$

Die **Elektron-Phonon-Streuung** ist bei Zimmertemperatur näherungsweise **proportional zur Temperatur**, die Streuung an Störstellen ist temperaturunabhängig.

Die Beiträge zum spezifischen Widerstand addieren sich, d.h.

$$\frac{1}{\sigma} = \rho = \rho_{\text{Phonon}} + \rho_{\text{S\"orstellen}} + \dots$$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v^e m_e n_e l\bar{v}$$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v^e m_e n_e l\bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau}{m^*} \, \, \mathrm{mit} \, \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \,\text{W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v^e m_e n_e l\bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau}{m^*} \, \, \mathrm{mit} \, \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

$$\rightarrow \frac{\kappa}{\sigma} = \frac{c_v^e m_e^2 \bar{v}^2}{3e^2}$$

sowohl die **Wärmekapazität** als auch die mittlere Geschwindigkeit erhalten quantenmechanische Korrekturen

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \,\text{W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v^e m_e n_e l\bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau}{m^*} \, \text{mit} \, \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

$$\rightarrow \frac{\kappa}{\sigma} = \frac{c_v^e m_e^2 \bar{v}^2}{3e^2}$$

sowohl die Wärmekapazität als auch die $ightarrow rac{\kappa}{\sigma} = rac{c_v^e m_e^2 ar{v}^2}{3e^2}$ sowoni die **vvarmekapazitat** als at mittlere Geschwindigkeit erhalten quantenmechanische Korrekturen

Durch Einsetzen folgt: $\frac{\kappa}{\sigma} \propto \frac{k_B^2}{\sigma^2} \cdot T$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \,\text{W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v^e m_e n_e l\bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau}{m^*} \, \, \mathrm{mit} \, \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

$$\rightarrow \quad \frac{\kappa}{\sigma} = \frac{c_v^e m_e^2 \bar{v}^2}{3e^2} \qquad \text{sowohl die $W\"{a}rmekapazit\"{a}t$ als auch die mittlere Geschwindigkeit erhalten quantenmechanische Korrekturen}$$

Durch Einsetzen folgt:
$$\frac{\kappa}{\sigma} \propto \frac{k_B^2}{e^2} \cdot T$$

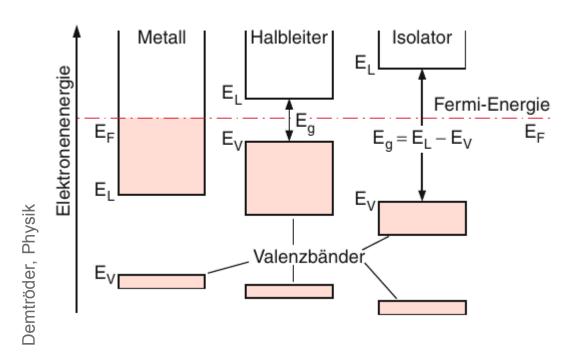
Proportionalitätsfaktor korrigiert von klassisch 2.55 → 3.29 (Sommerfeld)

→ mit experimentellen Ergebnissen verträglich! (wenn man Phonon-Beiträge zur Wärmeleitung herausrechnet)

Halbleiter

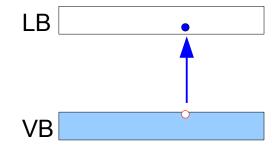
Halbleiter

Bei Halbleitern ist die Bandlücke E_g klein gegen $k_{\rm B}$ T, so dass thermische Anregung ins Leitungsband möglich ist



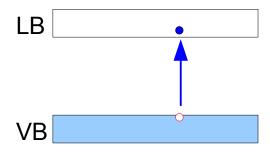
Stoff	$E_{\rm g}/{\rm eV}$
Diamant	5,60
Si	1,11
Ge	0,66

thermische Anregung vom Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB)

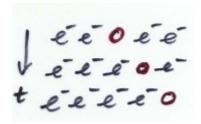


→ bewegliches Elektron im LB, Defektelektron ("Loch") im VB

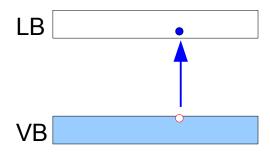
thermische Anregung vom Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB)



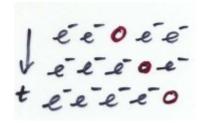
- → bewegliches Elektron im LB, Defektelektron ("Loch") im VB
- Lücke im VB wird durch andere Elektronen im VB besetzt
 - → Loch bewegt sich wie positiven Ladung!



thermische Anregung vom Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB)



- → bewegliches Elektron im LB, Defektelektron ("Loch") im VB
- Lücke im VB wird durch andere Elektronen im VB besetzt
 - → Loch bewegt sich wie positiven Ladung!

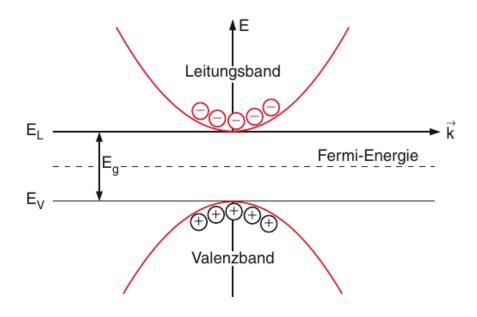


Analogie: Luftblase im Wasser

Wassermoleküle bewegen sich um die Luftblase herum

→ Beschreibung als Bewegung der Luftblase





Lücke befindet sich an der Oberkante des Valenzbandes

- → negative effektive Masse m* für Elektronen
 - → Loch bewegt sich wie positive Ladung mit m* > 0

Pause

und Zeit für Fragen?

→ Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p \, e^2 \, \tau_p}{m_p^*}$$

ergibt sich: $\sigma = n_e \, e \, \mu_e \, + \, n_p \, e \, \mu_p$

→ Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p \, e^2 \, \tau_p}{m_p^*}$$

durch Einführung der "Beweglichkeiten" $\mu_e=\frac{e\,\tau_e}{m_e^*}$ für Elektronen im LB und $\mu_p=\frac{e\,\tau_p}{m_p^*}$ für Löcher im VB

ergibt sich: $\sigma = n_e e \mu_e + n_p e \mu_p$

→ Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p \, e^2 \, \tau_p}{m_p^*}$$

durch Einführung der "Beweglichkeiten"
$$\mu_e=\frac{e\,\tau_e}{m_e^*}$$
 für Elektronen im LB und $\mu_p=\frac{e\,\tau_p}{m_p^*}$ für Löcher im VB

ergibt sich: $\sigma = n_e \, e \, \mu_e \, + \, n_p \, e \, \mu_p$

Im reinen Halbleiter (auch "intrinsischer Halbleiter) entspricht jedem Elektron ein Loch, daher sind die Ladungsträgerdichten gleich.

→ Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p e^2 \tau_p}{m_p^*}$$

durch Einführung der "Beweglichkeiten" $\mu_e=\frac{e\,\tau_e}{m_e^*}$ für Elektronen im LB und $\mu_p=\frac{e\,\tau_p}{m_p^*}$ für Löcher im VB

ergibt sich: $\sigma = n_e \, e \, \mu_e \, + \, n_p \, e \, \mu_p$

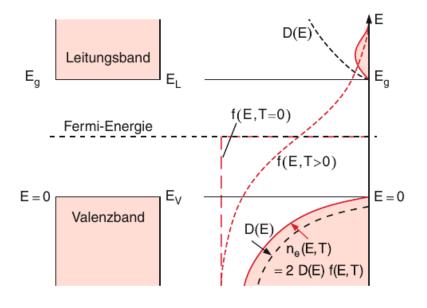
Im reinen Halbleiter (auch "intrinsischer Halbleiter) entspricht jedem Elektron ein Loch, daher sind die Ladungsträgerdichten gleich.

Beispiel: Silizium (Si) bei T = 300 K

- Ladungsträgerdichte (in reinstem Si): n_e = n_p = 1.45 ·10¹⁶ / m³
- $\mu_n = 1450 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$
- $\mu_{\rm D}$ = 450 cm² / Vs
- **Spezifischer Widerstand:** ρ = 230 kΩ cm

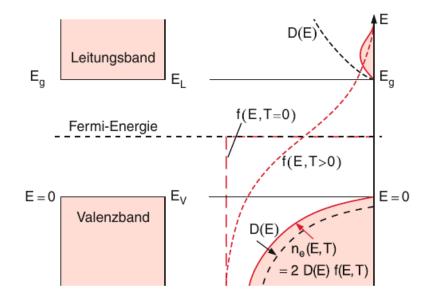
Charakteristisch für Halbleiter ist, dass sie "Heißleiter" sind: ihr spezifische Leitwert steigt exponentiell mit der Temperatur,

Charakteristisch für Halbleiter ist, dass sie "Heißleiter" sind: ihr spezifische Leitwert steigt exponentiell mit der Temperatur,



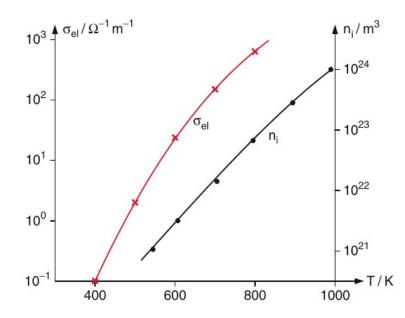
Bandlücke mit Verteilung der temperaturabhängigen Besetzung der Zustände

Charakteristisch für Halbleiter ist, dass sie "Heißleiter" sind: ihr spezifische Leitwert steigt exponentiell mit der Temperatur,



Demtröder, Physik

Bandlücke mit Verteilung der temperaturabhängigen Besetzung der Zustände



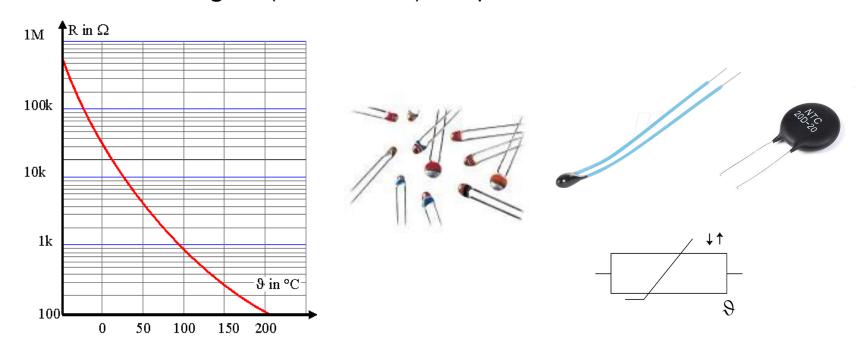
Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit und der Ladungsträgerdichte in reinem Silizium

Halbleiter: Anwendung

Der spezifische Widerstand von Halbleitern sinkt mit der Temperatur, sie sind sog. "Heißleiter"

Daher der Name für ein elektrisches Bauteil: NTC = **N**egative **T**emperature **C**oefficient

Anwendung als (nicht-linearer) Temperatursensor

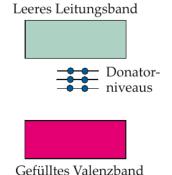


typ. Kennlinie, Bauformen und Schaltzeichen von NTC-Widerständen

Durch "Dotieren" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

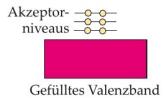
lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen



Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik!



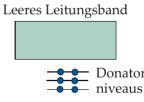
Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



Durch "Dotieren" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

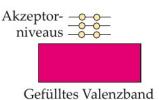


Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik!

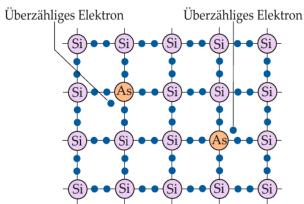




Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



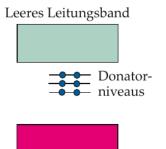
n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...)



Durch "**Dotieren**" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

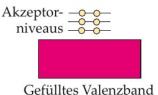


Gefülltes Valenzband

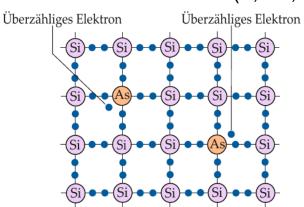
Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik!



Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...)



... geben lose gebundenes Elektronen ab

→ Elektron im LB ohne Loch im VB

Durch "Dotieren" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

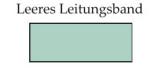
lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

Leeres Leitungsband

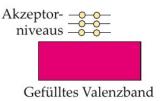
Donatorniveaus

Gefülltes Valenzband

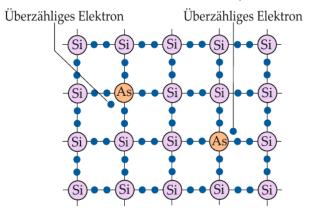
Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik!



Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



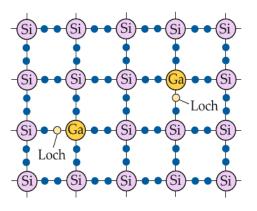
n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...)



... geben lose gebundenes Elektronen ab

→ Elektron im LB ohne Loch im VB

p-Dotierung mit Atomen mit
3 Valenz-Elektronen (B, Al, Ga, ...)

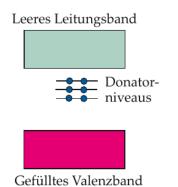


Grafiken: Tipler, Physik

Durch "Dotieren" – d.h. durch

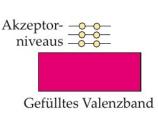
gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen



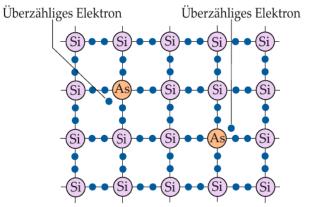
Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik!

Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



Leeres Leitungsband

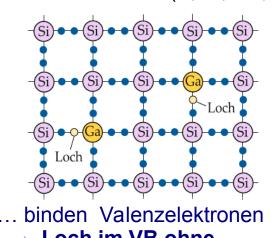
n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...)



... geben lose gebundenes Elektronen ab

→ Elektron im LB ohne Loch im VB





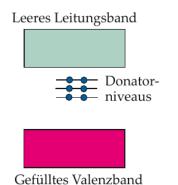
Grafiken: Tipler, Physik

→ Loch im VB ohne Elektron im LB

Durch "**Dotieren**" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

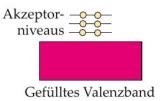
lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen



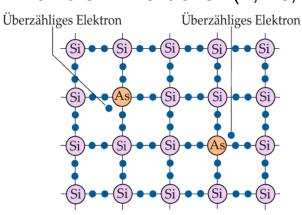
Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik!

Leeres Leitungsband

Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten

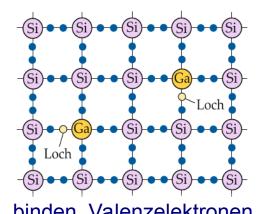


n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...)



Konzentration der Fremdatome typ. 10¹⁶ bis 10¹⁹ / cm³ sehr gering i. Vgl. zur Zahl der Si-Atome von 10²³ / cm³

p-Dotierung mit Atomen mit 3 Valenz-Elektronen (B, Al, Ga, ...)

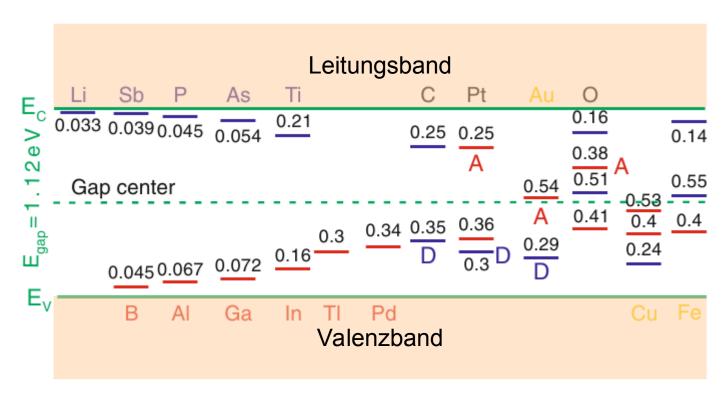


Grafiken: Tipler, Physik

binden Valenzelektronen

Loch im VB ohne Elektron im LB

... geben lose gebundenes Elektronen ab → Elektron im LB ohne Loch im VB



Zusätzliche Niveaus in dotiertem Silizium für verschiedene Fremdatome (Quelle: Hartmann)

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

 $\sim N_{\rm D} = N_{\rm A} = 0$: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e} = n_{\rm p} =: n$, Elektronen- und Löcherleitung

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $Arr N_{\rm D}$ = $N_{\rm A}$ = 0: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e}$ = $n_{\rm p}$ =: n, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A = 0$: p-Halbleiter, $n_e >> n_p$, Elektronenleitung

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $N_{\rm D}$ = $N_{\rm A}$ = 0: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e}$ = $n_{\rm p}$ =: n, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A = 0$: p-Halbleiter, $n_e >> n_p$, Elektronenleitung
- $N_{\rm D}$ = 0, $N_{\rm A}$ ≠ 0: p-Halbleiter, $n_{\rm p}$ >> $n_{\rm e}$, Löcherleitung

Dotieren von Halbleitern (2)

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $N_{\rm D}$ = $N_{\rm A}$ = 0: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e}$ = $n_{\rm p}$ =: n, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A = 0$: p-Halbleiter, $n_e >> n_p$, Elektronenleitung
- N_D = 0, $N_A \neq$ 0: p-Halbleiter, $n_p >> n_e$, Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A \neq 0$: gemischte Halbleiter, Elektron- und Löcherleitung

Dotieren von Halbleitern (2)

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $N_{\rm D}$ = $N_{\rm A}$ = 0: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e}$ = $n_{\rm p}$ =: n, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A = 0$: p-Halbleiter, $n_e >> n_p$, Elektronenleitung
- $N_{\rm D}$ = 0, $N_{\rm A}$ ≠ 0: p-Halbleiter, $n_{\rm p}$ >> $n_{\rm e}$, Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A \neq 0$: gemischte Halbleiter, Elektron- und Löcherleitung

Unter Vernachlässigung der Eigenleitung ist die Leitfähigkeit eines dotierten Halbleiters gegeben durch:

$$\sigma = e \left(\mu_e N_D + \mu_p N_A \right)$$

 μ_{e} , $\mu_{\text{p}}~$: Mobilität der Elektronen bzw. Löcher

 N_D , N_A : Donator- bzw. Akzeptor-Konzentration

Dotierte Halbleiter: Temperaturabhängigkeit

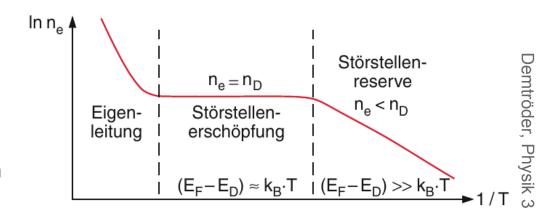
Temperaturabhängigkeit:

Schon bei kleinen Temperaturen :

- Anregungen der Elektronen von Donatoren ins LB
- Anregungen von Elektronen vom VB in Akzeptorniveaus

Bei höheren Temperaturen werden auch Elektronen vom VB ins LB angreregt

→ Stromleitung in Halbleitern ist sehr temperaturabhängig!



Abhängigkeit der Elektronendichte in einem n-Halbleiter von der (inversen) Temperatur

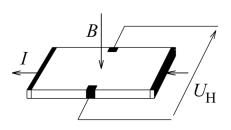
→ charakteristischer Verlauf der spezifischen Leitfähigkeit mit T

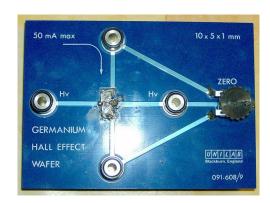
Halbleiter: Anwendung

- i. Vgl. zu Metallen geringe Dichte an Ladungsträgern
 - \rightarrow bei gleicher Stromdichte j = n e v_D ist die Geschwindigkeit der Ladungsträger höher
 - → großer Hall-Effekt

Anwendung als

- "Hall-Sensor" zur Messung von Magnetfeldern
- kostengünstige Magnetsensoren für Schalter,



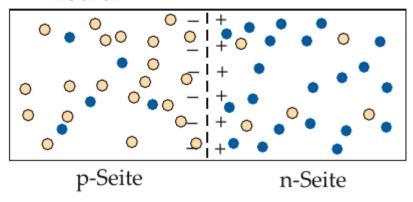




dotierte Halbleiter: der p-n-Übergang

Direkter Kontakt eines p-Halbleiters und eines n-Halbleiters

- Elektronen
- o + Löcher



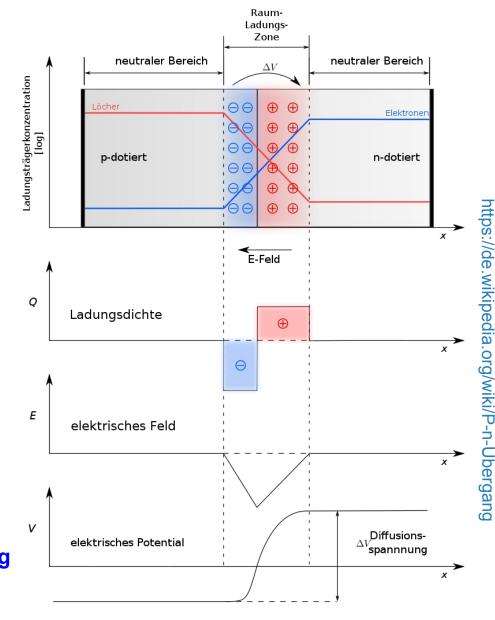
- Löcher diffundieren von der p-Seite zur n-Seite
- Elektronen diffundieren von der n-Seite zur p-Seite
- Elektronen und Löcher "rekombinieren"
 - → ladungsträgerverarmte Zone am Übergang
 - effektive negative Ladung auf p-Seite und
 - positive Ladung auf n-Seite
 - → elektrisches Feld von von n→p wirkt Diffusion entgegen

p-n-Übergang: Verarmungszone

p-n-Übergang im Gleichgewicht

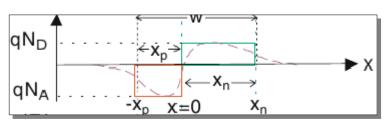
- Diffusion von Löchern (p→n) und Elektronen (n→p) erzeugt durch Rekombination der Ladungsträger eine an Ladungsträgern verarmte Zone mit Raumladungen
- das resultierende elektrisches Feld führt zu entgegengesetztem, im Gleichgewicht gleich großen Strom
- Breite der Raumladungsdichte hängt von Ladungsträgerdichte, also der Dotierung, ab
- Raumlasungsdichte führt zu elektrischem Feld
- → Potential des elektrischen Feldes

Durch Anlegen einer **elektrischen Spannung** kann die Potentialstufe verringert oder vergrößert werden.



Ladungsverteilung, E-Feld und Potential, (p-Seite stärker dotiert als n-Seite)

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:

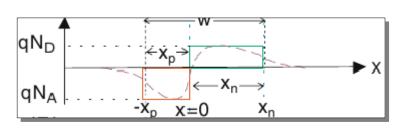


$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \, \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \, \epsilon_r}$$

$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



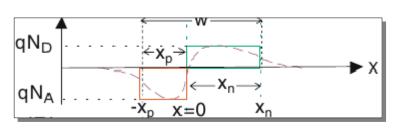
$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \, \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \, \epsilon_r}$$

$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \, \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \, \epsilon_r}$$

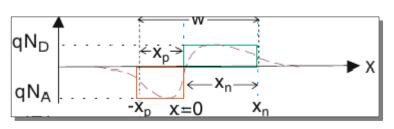
$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Integration liefert
$$\epsilon_0 \epsilon_r V(x) = \begin{cases} -eN_D/2 (x - x_n)^2 & 0 < x < x_n \\ eN_A/2 (x + x_p)^2 & -x_p < x < 0 \end{cases}$$

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \, \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \, \epsilon_r}$$

$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

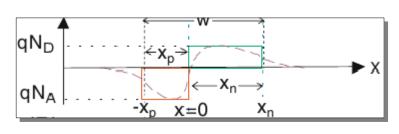
und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Integration liefert
$$\epsilon_0 \epsilon_r V(x) = \begin{cases} -eN_D/2 (x - x_n)^2 & 0 < x < x_n \\ eN_A/2 (x + x_p)^2 & -x_p < x < 0 \end{cases}$$

Stetigkeit bei x = 0 führt zu $(N_D x_n^2 + N_A x_p^2) = 0$ d.h. niedrige Konzentration bedingt große Breite

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \, \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \, \epsilon_r}$$

$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Integration liefert
$$\epsilon_0 \epsilon_r V(x) = \begin{cases} -eN_D/2 (x - x_n)^2 & 0 < x < x_n \\ eN_A/2 (x + x_p)^2 & -x_p < x < 0 \end{cases}$$

Stetigkeit bei x=0 führt zu $(N_Dx_n^2+N_Ax_p^2)=0$ d.h. niedrige Konzentration bedingt große Breite

Auflösen nach $x_p, x_n \rightarrow$

Gesamtbreite der Verarmungszone:

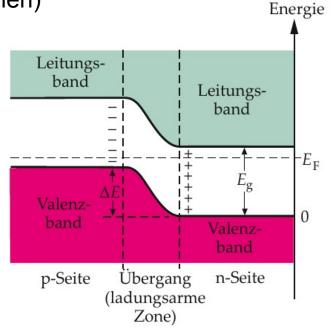
$$W = |x_p| + |x_n| = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \,\epsilon_0}{e}} \left(V(x_p) - V(x_n) \right) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)$$

- Diffusion und Rekombination erzeugen ein elektrisches Feld;
- elektrisches Potenzial der positiv geladen n-Seite höher,

d.h. **potentielle Energie der** (negativ geladenen) **Elektronen wird abgesenkt**

- Elektronen
- Löcher

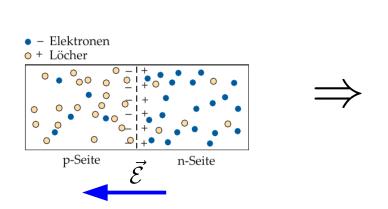
- L

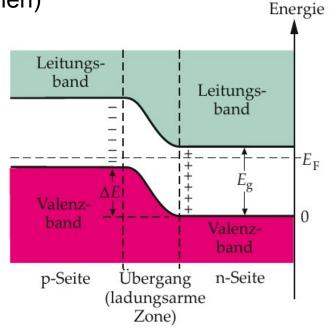


Potentielle Energie von Elektronen, "Verbiegung der Bandkanten" am p-n-Übergang

- Diffusion und Rekombination erzeugen ein elektrisches Feld;
- elektrisches Potenzial der positiv geladen n-Seite höher,

d.h. **potentielle Energie der** (negativ geladenen) **Elektronen wird abgesenkt**

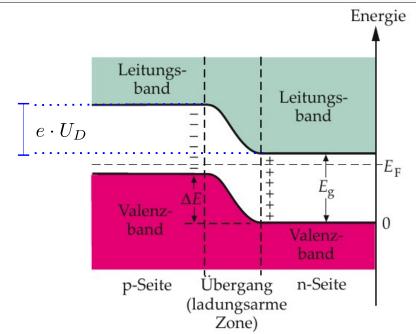




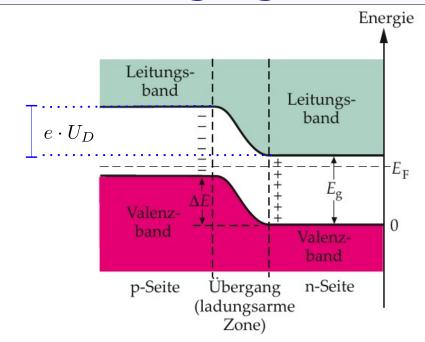
Potentielle Energie von Elektronen, "Verbiegung der Bandkanten" am p-n-Übergang

Die Verarmungszone ($n_e = n_p = 0$) hat einen sehr hohen Widerstand! Bei kleinen Spannungen ist der p-n-Übergang nicht-leitend!

Die Höhe der Potentialstufe hängt von der Rekombinationswahrscheinlichkeit der von den Donatoren und Akzeptoren stammenden Elektronen und Löcher mit thermisch erzeugten Elektron-Loch-Paaren ab ("Minoritätsträger").



Die Höhe der Potentialstufe hängt von der Rekombinationswahrscheinlichkeit der von den Donatoren und Akzeptoren stammenden Elektronen und Löcher mit thermisch erzeugten Elektron-Loch-Paaren ab ("Minoritätsträger").



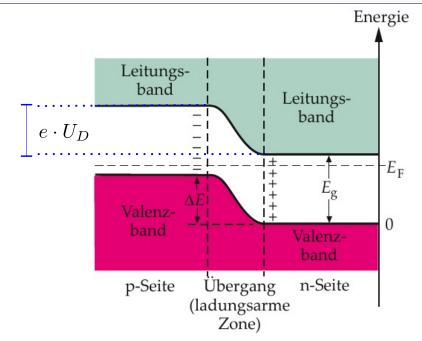
Ohne Herleitung:

Die Höhe der Potentialstufe, d.h. die **Diffusionsspannung** U_D , hängt von

- der **Dotierung**, d.h. den Donator- und Akzeptorkonzentrationen N_{D} und N_{A}
- der **intrinsischen Ladungsträgerdichte** $n_{\rm i}$ ("Eigenleitung) und der

- der **Temperatur** ab:
$$e \cdot U_D = k_B T \ln \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2}$$

Die Höhe der Potentialstufe hängt von der Rekombinationswahrscheinlichkeit der von den Donatoren und Akzeptoren stammenden Elektronen und Löcher mit thermisch erzeugten Elektron-Loch-Paaren ab ("Minoritätsträger").



Ohne Herleitung:

Die Höhe der Potentialstufe, d.h. die **Diffusionsspannung** U_D , hängt von

- der **Dotierung**, d.h. den Donator- und Akzeptorkonzentrationen N_{D} und N_{A}
- der **intrinsischen Ladungsträgerdichte** $n_{\rm i}$ ("Eigenleitung) und der

- der **Temperatur** ab:
$$e \cdot U_D = k_B T \ln \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2}$$

Die Diffusionsspannung und damit die Bandverbiegung ist abhängig vom Logarithmus des Verhältnisses der Konzentrationen von Majoritäts- und Minoritätsträgern.

Ende Vorlesung 18

und Zeit für Fragen?