

Diese Veranstaltung wir aufgezeichnet und als Medien-Cast über KIT - ILIAS bereit gestellt

Nur zur KIT-internen vorlesungsbegleitenden Nutzung, Weitergabe & anderweitige Verwendung ist untersagt

Vorlesung Moderne Physik (L)

Elektronen im Festkörper

Günter Quast



Vorlesungsevaluation

Vom 29. Juni bis 3. Juli können Sie an einer Online- Umfrage zur Vorlesung und zu den Übungen teilnehmen.

Dazu diese Links verwenden

Vorlesungsevaluation

Evaluation der Übungen für LA

oder Evaluation der Übungen für Geo/Met

(die gleichen Links finden Sie auf der Ilias-Seite der Vorlesung)

Das Übungs-Team und ich bitten um rege Teilnahme!

Zusammenfassung V17

• Beitrag von Gitterschwingungen zur molaren Wärmekapazität:

$$- C_v = \frac{dU}{dT}; U(E,T) = \int dE \ E \cdot D(E) \cdot f_{BE}(T,E);$$

- * $\propto R_m \cdot T^3$ für kleine T
- * $\propto 3 R_m$ große T
- * $R_m = N_A \cdot k_B$: molare Gaskonstante

Elektronen im Festkörper

- Bänder-Modell
 - Im Festkörper spalten die diskreten atomaren Niveaus in N Niveaus auf, die Bänder von erlaubten Energieniveaus bilden (vgl. bindender und antibindender Zustand im zweiatomigen Molekül)



Zusammenfassung V17 (2)

• Modell des Fermi-Gas zur näherungsweisen Beschreibung von Elektronen im Festkörper; die Verteilungsdichte der Elektronenergien ist gegeben durch

$$n(E) = \frac{4\pi (2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \sqrt{E} \cdot \frac{1}{\exp\left((E - E_F)/(k_B T)\right) - 1}$$

Nur Elektronen an der Fermi-Kante können Energie aus thermischen Stößen oder angelegten elektrischen Feldern aufnehmen. Elektronen an der Fermi-Kante bewegen sich mit der Geschwindigkeit $v_F = \sqrt{2E_F/m}$



Inhaltsübersicht VL Moderne Physik

1) Einführung

- 2) Wiederholung wichtiger Konzepte der klassischen Physik
- 3) Spezielle Relativitätstheorie
- 4) Schlüsselexperimente und Grundlagen der Quantenphysik
- 5) Die Schrödingergleichung
- 6) Anwendungen der Schrödingergleichung
- 7) Das Wasserstoff-Atom
- 8) Atome mit mehreren Elektronen
- 9) Wechselwirkung von Licht und Materie
- 10) Grundlagen der Festkörperphysik
- 11) Kern- und Teilchenphysik
- 12) Ausblick





Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{\mathrm{dk}}{\mathrm{dt}}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e\,\mathcal{E}\cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar}\mathcal{E}\frac{dE}{dk}dt$$



Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{\mathrm{dk}}{\mathrm{dt}}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$dE = Fds = e\mathcal{E} \cdot v_g dt = \frac{e}{\hbar} \mathcal{E} \frac{dE}{dk} dt \quad \rightarrow \frac{dk}{dt} = e\mathcal{E}/\hbar$$



Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{\mathrm{dk}}{\mathrm{dt}}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$d\mathbf{E} = \mathbf{F}d\mathbf{s} = \mathbf{e}\,\mathcal{E} \cdot \mathbf{v}_{g}d\mathbf{t} = \frac{\mathbf{e}}{\hbar}\mathcal{E}\frac{d\mathbf{E}}{d\mathbf{k}}d\mathbf{t} \quad \rightarrow \frac{d\mathbf{k}}{d\mathbf{t}} = e\mathcal{E}/\hbar$$
$$\Rightarrow a = \frac{e\,\mathcal{E}}{\hbar^{2}}\frac{d^{2}\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^{2}} =: e\,\mathcal{E}/m^{*} \operatorname{mit} m^{*} = \hbar^{2}/\frac{d^{2}\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^{2}}$$



Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{\mathrm{dk}}{\mathrm{dt}}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$d\mathbf{E} = \mathbf{F}d\mathbf{s} = \mathbf{e}\,\mathcal{E}\cdot\mathbf{v}_{\mathbf{g}}d\mathbf{t} = \frac{\mathbf{e}}{\hbar}\mathcal{E}\frac{d\mathbf{E}}{d\mathbf{k}}d\mathbf{t} \quad \rightarrow \frac{d\mathbf{k}}{d\mathbf{t}} = e\mathcal{E}/\hbar$$
$$\Rightarrow a = \frac{e\,\mathcal{E}}{\hbar^2}\frac{d^2\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^2} =: e\,\mathcal{E}/m^* \operatorname{mit} m^* = \hbar^2/\frac{d^2\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^2}$$



m* nennt man die effektive Masse;

sie ist bestimmt durch die Krümmung (2. Ableitung) der Dispersionskurve E(k)

Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{\mathrm{dk}}{\mathrm{dt}}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$d\mathbf{E} = \mathbf{F}d\mathbf{s} = \mathbf{e}\,\mathcal{E} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{g}}d\mathbf{t} = \frac{\mathbf{e}}{\hbar}\mathcal{E}\frac{d\mathbf{E}}{d\mathbf{k}}d\mathbf{t} \quad \rightarrow \frac{d\mathbf{k}}{d\mathbf{t}} = e\mathcal{E}/\hbar$$
$$\Rightarrow a = \frac{e\,\mathcal{E}}{\hbar^2}\frac{d^2\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^2} =: e\,\mathcal{E}/m^* \operatorname{mit} m^* = \hbar^2/\frac{d^2\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^2}$$



m* nennt man die effektive Masse;

sie ist bestimmt durch die Krümmung (2. Ableitung) der Dispersionskurve E(k)

- bei *k*=0 ist sie konstant, die effektive Masse also gleich der freien Masse

Dispersionsrelation ändert Elektronenbewegung im Gitter:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$
 $a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{\mathrm{dk}}{\mathrm{dt}}$

Beschleunigung im elektrischen Feld \mathcal{E} :

$$d\mathbf{E} = \mathbf{F}d\mathbf{s} = \mathbf{e}\,\mathcal{E}\cdot\mathbf{v}_{\mathbf{g}}d\mathbf{t} = \frac{\mathbf{e}}{\hbar}\mathcal{E}\frac{d\mathbf{E}}{d\mathbf{k}}d\mathbf{t} \quad \rightarrow \frac{d\mathbf{k}}{d\mathbf{t}} = e\mathcal{E}/\hbar$$
$$\Rightarrow a = \frac{e\,\mathcal{E}}{\hbar^2}\frac{d^2\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^2} =: e\,\mathcal{E}/m^* \operatorname{mit} m^* = \hbar^2/\frac{d^2\mathbf{E}}{d\mathbf{k}^2}$$



m* nennt man die effektive Masse;

sie ist bestimmt durch die Krümmung (2. Ableitung) der Dispersionskurve E(k)

- bei *k*=0 ist sie konstant, die effektive Masse also gleich der freien Masse
- in der Nähe der Bandkante wird sie kleiner als die freie Masse und sogar negativ
 - Elektronenwelle wird zurück gestreut,
 d.h. die Gruppengeschwindigkeit wird kleiner und kehrt sich nahe der Bandkante sogar um !







in 3d:
$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{xx} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}$$





in 3d:
$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{xx} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}$$

Tensor - Größe !





 $-\frac{\pi}{a}$

0



kx.

 $\frac{\pi}{a}$

 $(1/m^*)_{XX} = \frac{\hbar^{-2} \partial^2 E}{\partial k_x^2}$





in 3d:
$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{xx} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}$$

Tensor - Größe !

Wenn sich die freien Elektronen an der Bandoberkante, also in der Nähe des Randes der Brillouin-Zone befinden, bewegen sie sich entgegengesetzt zur Kraftwirkung eines angelegten elektrischen Feldes sie scheinen also positive Ladung zu haben !

 \rightarrow Erklärung für den anomalen Hall-Effekt ! (\rightarrow s. auch später, Löcherleitung)



https://www.spektrum.de/lexikon/physik/effektive-masse/36 45

Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



(a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt

→ Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden

Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



(a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt

- \rightarrow Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden
- (b) Leiter, bei dem das Valenzband das darüber liegende "Leitungsband" überlappt.

Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



Tipler, Phyisk

(a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt

- → Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden
- (b) Leiter, bei dem das Valenzband das darüber liegende "Leitungsband" überlappt.
- (c) typischer Isolator: gefülltes Valenzband durch breite Bandlücke vom Leitungsband getrennt.

Bandstruktur bestimmt elektrische Eigenschaften



Tipler, Phyisk

(a) typischer Leiter: "Valenzband" ist nur teilweise gefüllt

- \rightarrow Elektronen können leicht in direkt darüber liegende Niveaus angeregt werden
- (b) Leiter, bei dem das Valenzband das darüber liegende "Leitungsband" überlappt.
- (c) typischer Isolator: gefülltes Valenzband durch breite Bandlücke vom Leitungsband getrennt.
- (d) Halbleiter: Energielücke zwischen gefülltem Valenzband und Leitungsband ist klein
 - → Elektronen können bei Zimmertemperatur in das Leitungsband angeregt werden;
 - d. h. Leitfähigkeit steigt mit der Temperatur an !

Lücken im Valenzband tragen als positiv geladene "Löcher" zur Stromleitung bei (s. später)

Beschrieben durch

klassisches "Drude-Modell" mit quantenphysikalischen Korrekturen

Anlegen einer elektrischen Spannung *U* an einen Leiter der Länge *l* führt zu einer elektrischen Feldstärke E = U/l und eine Stromdichte $\vec{j} = \sigma \vec{\mathcal{E}}$

Elektronen erfahren eine Beschleunigung $a =: e \mathcal{E}/m^*$

Beschrieben durch

klassisches "Drude-Modell" mit quantenphysikalischen Korrekturen

Anlegen einer elektrischen Spannung *U* an einen Leiter der Länge *l* führt zu einer elektrischen Feldstärke E = U/l und eine Stromdichte $\vec{j} = \sigma \vec{\mathcal{E}}$

Elektronen erfahren eine Beschleunigung $a =: e \mathcal{E}/m^*$



Beschrieben durch

klassisches "Drude-Modell" mit quantenphysikalischen Korrekturen

Anlegen einer elektrischen Spannung *U* an einen Leiter der Länge *l* führt zu einer elektrischen Feldstärke E = U/l und eine Stromdichte $\vec{j} = \sigma \vec{\mathcal{E}}$

Elektronen erfahren eine Beschleunigung $a =: e \mathcal{E}/m^*$



Streuung der Elektronen an Störstellen (Verunreinigungen, Gitterfehler oder thermischen Gitterschwingungen) wirken der Beschleunigung entgegen;

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

 $\vec{v}_D = \frac{-e\vec{\mathcal{E}}}{m^*} \tau$ τ : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

 $\vec{v}_D = \frac{-e\vec{\mathcal{E}}}{m^*} \tau$ τ : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

man kann τ auch ausdrücken durch die "mittlere freie Weglänge" und die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen : $\tau = \frac{l}{\tau}$

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

 $\vec{v}_D = \frac{-e\vec{\mathcal{E}}}{m^*} \tau$ τ : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

man kann τ auch ausdrücken durch die "mittlere freie Weglänge" und die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen : $\tau = \frac{l}{v}$

Stromdichte ergibt sich

aus der Ladungsträgerdichte und der mittleren Driftgeschwindigkeit:

$$j = -e \cdot n_e \cdot \vec{v}_D = \frac{ne^2\tau}{m^*} \cdot \vec{\mathcal{E}} = \sigma \cdot \vec{\mathcal{E}} \text{ mit } \sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$

 \rightarrow es stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen ein:

 $\vec{v}_D = \frac{-e\vec{\mathcal{E}}}{m^*} \tau$ τ : mittlere Zeit bis zum nächsten Stoß, Materialkonstante

man kann τ auch ausdrücken durch die "mittlere freie Weglänge" und die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen : $\tau = \frac{l}{\bar{v}}$

Stromdichte ergibt sich

aus der Ladungsträgerdichte und der mittleren Driftgeschwindigkeit:

$$j = -e \cdot n_e \cdot \vec{v}_D = \frac{ne^2\tau}{m^*} \cdot \vec{\mathcal{E}} = \sigma \cdot \vec{\mathcal{E}} \text{ mit } \sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$

Mit der Ersetzung m^{*} → m entspricht das der von Paul Drude 1906 angegebenen Formel (mikroskopische Erklärung des Ohm'schen Gesetzes)

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $\langle v_D \rangle \propto \sqrt{T}$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $\langle v_D \rangle \propto \sqrt{T}$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit
- \rightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit τ bzw. "freie Weglänge" $l = v_e \tau$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $\langle v_D \rangle \propto \sqrt{T}$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit

 \rightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit τ bzw. "freie Weglänge" $l = v_e \tau$

Beispiel Kupfer (Cu):

Leitfähigkeit: $\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7 / (\Omega \cdot \mathrm{m})$

Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \,\mathrm{eV}$

Ladungsträgerdichte: $n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / \mathrm{m}^3$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $\langle v_D \rangle \propto \sqrt{T}$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit

 \rightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit τ bzw. "freie Weglänge" $l = v_e \tau$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit: $\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7 / (\Omega \cdot m)$ Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \text{ eV}$ Ladungsträgerdichte: $n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / m^3$ \rightarrow mittlere Stoßzeit: $\tau = \frac{\sigma m_e}{ne^2} = 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 25 \text{ fs}$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $\langle v_D \rangle \propto \sqrt{T}$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit

 \rightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $l = v_e \tau$

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $\langle v_D \rangle \propto \sqrt{T}$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit

 \rightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $l = v_e \tau$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit: $\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7 / (\Omega \cdot m)$ Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \text{ eV}$ Ladungsträgerdichte: $n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / m^3$ \rightarrow mittlere Stoßzeit: $\tau = \frac{\sigma m_e}{ne^2} = 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 25 \text{ fs}$ freie Weglänge: $l = \bar{v}_e \cdot \tau = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} \cdot \tau = 1.6 \cdot 10^6 \text{m/s} \cdot 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 39 \text{ nm}$ $l >> a_{Cu} = 0.26 \text{ nm}$ ok, vernünftiger Wert !

Problem: setzt man klassische, nach der Boltzmann-Verteilung erwartete mittlere Elektrongeschwindigkeiten $\langle v_D \rangle \propto \sqrt{T}$ ein, wird das Modell experimentell nicht bestätigt !

Lösung: quantenmechanisches Verhalten der Elektronen berücksichtigen:

- Effektive Masse m*
- Elektronen bewegen sich mit Fermi-Geschwindigkeit

 \rightarrow korrekter Wert für die mittlerer Stoßzeit au bzw. "freie Weglänge" $l = v_e \tau$

Beispiel Kupfer (Cu): Leitfähigkeit: $\sigma_{Cu} = 5,88 \cdot 10^7 / (\Omega \cdot m)$ Fermi-Energie: $E_F = 7.09 \text{ eV}$ Ladungsträgerdichte: $n_e = \frac{\rho N_A}{M} = 8.5 \cdot 10^{28} / m^3$ \rightarrow mittlere Stoßzeit: $\tau = \frac{\sigma m_e}{ne^2} = 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 25 \text{ fs}$ freie Weglänge: $l = \bar{v}_e \cdot \tau = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} \cdot \tau = 1.6 \cdot 10^6 \text{m/s} \cdot 2.5 \cdot 10^{-14} \text{s} = 39 \text{ nm}$ $l >> a_{Cu} = 0.26 \text{ nm}$ ok, vernünftiger Wert !

Mit der klassischen thermischen Geschwindigkeit der Elektronen erhält man einen Wert für *l*, der kleiner ist als die Gitterkonstante !

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\overline{v}}; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \text{ oder}$$

mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit \overline{v} der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\overline{v}}; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \text{ oder}$$

mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit \overline{v} der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert 1/ τ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.
spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\overline{v}}; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \text{ oder}$$

mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit \overline{v} der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert $1/\tau$ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.

Tragen mehrere Prozesse bei so gilt: $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Störstellen}}} + \dots$

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\overline{v}}; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \text{ oder}$$

mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit \overline{v} der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert 1/ τ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.

Tragen mehrere Prozesse bei so gilt: $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Störstellen}}} + \dots$

> Die **Elektron-Phonon-Streuung** ist bei Zimmertemperatur näherungsweise **proportional zur Temperatur**, die Streuung an Störstellen ist temperaturunabhängig.

spezifischer Widerstand: Temperaturabhängigkeit

Nach dem verbesserten Drude-Modell gilt für die spezifische Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\overline{v}}; \quad \text{die mittlere Stoßzeit } \tau \text{ oder}$$

mittlere freie Weglänge I und mittlere Geschwindigkeit \overline{v} der Elektronen sind dabei Materialkonstanten.

Der Kehrwert 1/ τ entspricht der Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit.

Tragen mehrere Prozesse bei so gilt: $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Störstellen}}} + \dots$

> Die **Elektron-Phonon-Streuung** ist bei Zimmertemperatur näherungsweise **proportional zur Temperatur**, die Streuung an Störstellen ist temperaturunabhängig.

Die Beiträge zum spezifischen Widerstand addieren sich, d.h.

 $\frac{1}{\sigma} = \rho = \rho_{\rm Phonon} + \rho_{\rm S\"{o}rstellen} + \dots$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

 $\kappa/\sigma = LT \operatorname{mit} L = 2.44 \cdot 10^{-8} \operatorname{W}\Omega \operatorname{K}^{-2}$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853) $\kappa/\sigma = LT \ {\rm mit} \ L = 2.44 \cdot 10^{-8} \ {\rm W} \Omega {\rm K}^{-2}$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \operatorname{mit} L = 2.44 \cdot 10^{-8} \operatorname{W}\Omega \mathrm{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v^e m_e n_e l\bar{v}$$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853) $\kappa/\sigma = LT \text{ mit } L = 2.44 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3} c_v^e m_e n_e l \bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \operatorname{mit} L = 2.44 \cdot 10^{-8} \operatorname{W}\Omega \mathrm{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3} c_v^e m_e n_e l \bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

$$\rightarrow \quad \frac{\kappa}{\sigma} = \frac{c_v^e m_e^2 \bar{v}^2}{3e^2}$$

sowohl die **Wärmekapazität** als auch die mittlere Geschwindigkeit erhalten quantenmechanische Korrekturen

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \operatorname{mit} L = 2.44 \cdot 10^{-8} \operatorname{W}\Omega \mathrm{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3} c_v^e m_e n_e l \bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

$$\rightarrow \quad \frac{\kappa}{\sigma} = \frac{c_v^e m_e^2 \bar{v}^2}{3e^2}$$

sowohl die **Wärmekapazität** als auch die mittlere Geschwindigkeit erhalten quantenmechanische Korrekturen

Durch Einsetzen folgt: $\frac{\kappa}{\sigma}$

$$\frac{\kappa}{\sigma} \propto \frac{k_B^2}{e^2} \cdot T$$

Stöße von Elektronen führen zu Wärmetransport

empirisches Wiedemann-Franz'sches Gesetz (1853)

$$\kappa/\sigma = LT \operatorname{mit} L = 2.44 \cdot 10^{-8} \operatorname{W}\Omega \mathrm{K}^{-2}$$

Beitrag der **Elektronen** zur **Wärmeleitfähigkeit** (aus Thermodynamik) hängt ab von Wärmekapazität, Elektrondichte, freier Weglänge und mittlerer Geschwindigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v^e m_e n_e l\bar{v}$$

Leitfähigkeit aus (verbessertem) Drude-Modell: $\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \operatorname{mit} \tau = \frac{l}{\bar{v}}$

 $\rightarrow \quad \frac{\kappa}{\sigma} = \frac{c_v^e m_e^2 \bar{v}^2}{3e^2} \qquad \qquad \text{sowohl die } \textbf{Wärmekapazität} \text{ als auch die mittlere Geschwindigkeit erhalten quantenmechanische Korrekturen}$

Durch Einsetzen folgt: $\frac{\kappa}{\sigma} \propto \frac{k_B^2}{c^2} \cdot T$

Proportionalitätsfaktor korrigiert von klassisch 2.55 \rightarrow 3.29 (Sommerfeld)

→ mit experimentellen Ergebnissen verträglich !

(wenn man Phonon-Beiträge zur Wärmeleitung herausrechnet)

Halbleiter

10.7

Halbleiter

Bei Halbleitern ist die Bandlücke E_q klein gegen k_B T,

so dass thermische Anregung ins Leitungsband möglich ist



thermische Anregung vom Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB)



→ bewegliches Elektron im LB, Defektelektron ("Loch") im VB

thermische Anregung vom Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB)



→ bewegliches Elektron im LB, Defektelektron ("Loch") im VB

- Lücke im VB wird durch andere Elektronen im VB besetzt

 \rightarrow Loch bewegt sich wie positiven Ladung !



thermische Anregung vom Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB)



→ bewegliches Elektron im LB, Defektelektron ("Loch") im VB

- Lücke im VB wird durch andere Elektronen im VB besetzt

 \rightarrow Loch bewegt sich wie positiven Ladung !



Analogie: Luftblase im Wasser Wassermoleküle bewegen sich um die Luftblase herum ↔ Beschreibung als Bewegung der Luftblase



 E_{L} E_{g} E_{V} E_{V

Lücke befindet sich an der Oberkante des Valenzbandes

→ negative effektive Masse m* für Elektronen

 \rightarrow Loch bewegt sich wie positive Ladung mit m* > 0



und Zeit für Fragen?

 \rightarrow Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p \, e^2 \, \tau_p}{m_p^*}$$

ergibt sich:
$$\sigma = n_e \, e \, \mu_e \, + \, n_p \, e \, \mu_p$$

 \rightarrow Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p \, e^2 \, \tau_p}{m_p^*}$$

durch Einführung der "**Beweglichkeiten**" $\mu_e = \frac{e \tau_e}{m_e^*}$ für Elektronen im LB und $\mu_p = \frac{e \tau_p}{m_p^*}$ für Löcher im VB

ergibt sich: $\sigma = n_e \, e \, \mu_e \, + \, n_p \, e \, \mu_p$

 \rightarrow Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p \, e^2 \, \tau_p}{m_p^*}$$

durch Einführung der "**Beweglichkeiten**" $\mu_e = \frac{e \tau_e}{m_e^*}$ für Elektronen im LB und $\mu_p = \frac{e \tau_p}{m_p^*}$ für Löcher im VB

ergibt sich:
$$\sigma = n_e \, e \, \mu_e \, + \, n_p \, e \, \mu_p$$

Im reinen Halbleiter (auch "intrinsischer Halbleiter) entspricht jedem Elektron ein Loch, daher sind die Ladungsträgerdichten gleich.

 \rightarrow Leitfähigkeit von Halbleitern bekommt einen zusätzlichen Term:

$$\sigma = \frac{n_e \, e^2 \, \tau_e}{m_e^*} + \frac{n_p \, e^2 \, \tau_p}{m_p^*}$$

durch Einführung der "Beweglichkeiten" $\mu_e = \frac{e \tau_e}{m_e^*}$ für Elektronen im LB und $\mu_p = \frac{e \tau_p}{m_p^*}$ für Löcher im VB

ergibt sich:
$$\sigma = n_e \, e \, \mu_e \, + \, n_p \, e \, \mu_p$$

Im reinen Halbleiter (auch "intrinsischer Halbleiter) entspricht jedem Elektron ein Loch, daher sind die Ladungsträgerdichten gleich.

Beispiel: Silizium (Si) bei T = 300 K

■ Ladungsträgerdichte (in reinstem Si): n_e = n_p = 1.45 ·10¹⁶ / m³

- $\mu_{p} = 450 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$
- Spezifischer Widerstand: ρ = 230 k Ω cm

Charakteristisch für Halbleiter ist, dass sie "Heißleiter" sind: ihr spezifische Leitwert steigt exponentiell mit der Temperatur,

Charakteristisch für Halbleiter ist, dass sie "Heißleiter" sind: ihr spezifische Leitwert steigt exponentiell mit der Temperatur,



Bandlücke mit Verteilung der temperaturabhängigen Besetzung der Zustände

Charakteristisch für Halbleiter ist, dass sie "Heißleiter" sind: ihr spezifische Leitwert steigt exponentiell mit der Temperatur,



Bandlücke mit Verteilung der temperaturabhängigen Besetzung der Zustände



Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit und der Ladungsträgerdichte in reinem Silizium

Halbleiter: Anwendung

Der spezifische Widerstand von Halbleitern sinkt mit der Temperatur, sie sind sog. "Heißleiter"

Daher der Name für ein elektrisches Bauteil: NTC = Negative Temperature Coefficient

 $1 M = \frac{1}{100k}$ 1 0 k 1 k 1 k 1 k 1 k 0 5 0 1 0 1 0 1

Anwendung als (nicht-linearer) Temperatursensor

typ. Kennlinie, Bauformen und Schaltzeichen von NTC-Widerständen

Durch "Dotieren" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

Leeres Leitungsband

Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik !





Donatorniveaus

> Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



Gefülltes Valenzband



Gefülltes Valenzband

Durch "**Dotieren**" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

Leeres Leitungsband

Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik !

Leeres Leitungsband



Gefülltes Valenzband

Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



Gefülltes Valenzband

Durch "Dotieren" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

Leeres Leitungsband

Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik !

Leeres Leitungsband



Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus in der Nähe der Bandkanten



Gefülltes Valenzband



n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...)



... geben lose gebundenes Elektronen ab → Elektron im LB ohne Loch im VB

Durch "**Dotieren**" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

Leeres Leitungsband

Leeres Leitungsband



n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...) Überzähliges Elektron Überzähliges Elektron

... geben lose gebundenes Elektronen ab → Elektron im LB ohne Loch im VB

p-Dotierung mit Atomen mit 3 Valenz-Elektronen (B, Al, Ga, ...)



Grafiken: Tipler, Physik

Durch "**Dotieren**" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

Leeres Leitungsband

Leeres Leitungsband



n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...) Überzähliges Elektron Überzähliges Elektron



... geben lose gebundenes Elektronen ab → Elektron im LB ohne Loch im VB

p-Dotierung mit Atomen mit 3 Valenz-Elektronen (B, Al, Ga, ...)



Durch "Dotieren" – d.h. durch

gezieltes Einbringen kontrollierter Mengen von Fremdatomen ins Gitter -

lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Halbeitern beeinflussen

Leeres Leitungsband
Grundlage der gesamten (Halbleiter-)Elektronik !
Dotieren erzeugt zusätzliche Niveaus
in der Nähe der Bandkanten
Gefülltes Valenzband

n-Dotierung mit Atomen mit 5 Valenz-Elektronen (P, As, Sb, ...)



Konzentration der Fremdatome typ. 10¹⁶ bis 10¹⁹ / cm³ sehr gering i. Vgl. zur Zahl der Si-Atome von 10²³ / cm³

p-Dotierung mit Atomen mit 3 Valenz-Elektronen (B, Al, Ga, ...)



Grafiken: Tipler, Physik

... geben lose gebundenes Elektronen ab → Elektron im LB ohne Loch im VB



Zusätzliche Niveaus in dotiertem Silizium für verschiedene Fremdatome (Quelle: Hartmann)

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

• $N_{\rm D} = N_{\rm A} = 0$: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e} = n_{\rm p} =: n$, Elektronen- und Löcherleitung

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $N_{\rm D} = N_{\rm A} = 0$: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e} = n_{\rm p} =: n$, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A = 0$: p-Halbleiter, $n_e >> n_p$, Elektronenleitung

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $N_{\rm D} = N_{\rm A} = 0$: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e} = n_{\rm p} =: n$, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_{\rm D} \neq 0$, $N_{\rm A} = 0$: p-Halbleiter, $n_{\rm e} >> n_{\rm p}$, Elektronenleitung
- $N_{\rm D}$ = 0, $N_{\rm A} \neq$ 0: p-Halbleiter, $n_{\rm p} >> n_{\rm e}$, Löcherleitung
Dotieren von Halbleitern (2)

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $N_{\rm D} = N_{\rm A} = 0$: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e} = n_{\rm p} =: n$, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_{\rm D} \neq 0$, $N_{\rm A} = 0$: p-Halbleiter, $n_{\rm e} >> n_{\rm p}$, Elektronenleitung
- $N_{\rm D}$ = 0, $N_{\rm A} \neq$ 0: p-Halbleiter, $n_{\rm p} >> n_{\rm e}$, Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A \neq 0$: gemischte Halbleiter, Elektron- und Löcherleitung

Dotieren von Halbleitern (2)

Konzentration n_D der Donatoren oder n_A der Akzeptoren bestimmt Art der (dominierenden) Stromleitung:

- $N_{\rm D} = N_{\rm A} = 0$: Intrinsischer Halbleiter, $n_{\rm e} = n_{\rm p} =: n$, Elektronen- und Löcherleitung
- $N_{\rm D} \neq 0$, $N_{\rm A} = 0$: p-Halbleiter, $n_{\rm e} >> n_{\rm p}$, Elektronenleitung
- $N_{\rm D}$ = 0, $N_{\rm A} \neq$ 0: p-Halbleiter, $n_{\rm p} >> n_{\rm e}$, Löcherleitung
- $N_D \neq 0$, $N_A \neq 0$: gemischte Halbleiter, Elektron- und Löcherleitung

Unter Vernachlässigung der Eigenleitung ist die **Leitfähigkeit eines dotierten Halbleiters** gegeben durch:

$$\sigma = e \left(\mu_e N_D + \mu_p N_A \right)$$

 μ_{e} , $\mu_{p}~$: Mobilität der Elektronen bzw. Löcher $N_{D},~N_{A}~$: Donator- bzw. Akzeptor-Konzentration

Dotierte Halbleiter: Temperaturabhängigkeit

Temperaturabhängigkeit:

Schon bei kleinen Temperaturen :

- Anregungen der Elektronen von Donatoren ins LB
- Anregungen von Elektronen vom VB in Akzeptorniveaus
- Bei höheren Temperaturen werden auch Elektronen vom VB ins LB angreregt
- → Stromleitung in Halbleitern

ist sehr temperaturabhängig !



Abhängigkeit der Elektronendichte in einem n-Halbleiter von der (inversen) Temperatur

→ charakteristischer Verlauf der spezifischen Leitfähigkeit mit *T*

Halbleiter: Anwendung

- i. Vgl. zu Metallen geringe Dichte an Ladungsträgern
 - → bei gleicher Stromdichte $j = n e v_D$ ist die Geschwindigkeit der Ladungsträger höher

\rightarrow großer Hall-Effekt

Anwendung als

- "Hall-Sensor" zur Messung von Magnetfeldern
- kostengünstige Magnetsensoren für Schalter,







dotierte Halbleiter: der p-n-Übergang

Direkter Kontakt eines p-Halbleiters und eines n-Halbleiters

- Löcher diffundieren von der p-Seite zur n-Seite
- Elektronen diffundieren von der n-Seite zur p-Seite
- Elektronen und Löcher "rekombinieren"

Elektronen

- → ladungsträgerverarmte Zone am Übergang
 - effektive negative Ladung auf p-Seite und
 - positive Ladung auf n-Seite

 \rightarrow elektrisches Feld von von n \rightarrow p wirkt Diffusion entgegen

p-n-Übergang: Verarmungszone

p-n-Übergang im Gleichgewicht

- Diffusion von Löchern (p→n) und Elektronen (n→p) erzeugt durch Rekombination der Ladungsträger eine an Ladungsträgern verarmte Zone mit Raumladungen
- das resultierende elektrisches Feld führt zu entgegengesetztem, im Gleichgewicht gleich großen Strom
- Breite der Raumladungsdichte hängt von Ladungsträgerdichte, also der Dotierung, ab
- Raumlasungsdichte führt zu elektrischem Feld
- \rightarrow Potential des elektrischen Feldes

Durch Anlegen einer **elektrischen Spannung** kann die Potentialstufe verringert oder vergrößert werden.



Ladungsverteilung, E-Feld und Potential, (p-Seite stärker dotiert als n-Seite)

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

mit $\rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{ sonst} \end{cases}$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$
$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n\\ -eN_A & -x_p < x < 0\\ 0 & \text{ sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$
$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n\\ -eN_A & -x_p < x < 0\\ 0 & \text{ sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Integration liefert $\epsilon_0 \epsilon_r V(x) = \begin{cases} -eN_D/2(x-x_n)^2 & 0 < x < x_n \\ eN_A/2(x+x_p)^2 & -x_p < x < 0 \end{cases}$

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$
$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n\\ -eN_A & -x_p < x < 0\\ 0 & \text{ sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Integration liefert $\epsilon_0 \epsilon_r V(x) = \begin{cases} -eN_D/2 (x - x_n)^2 & 0 < x < x_n \\ eN_A/2 (x + x_p)^2 & -x_p < x < 0 \end{cases}$

Stetigkeit bei x = 0 führt zu $(N_D x_n^2 + N_A x_p^2) = 0$

d.h. niedrige Konzentration bedingt große Breite

Elektrisches Feld und Potential in der ladungsträgerverarmten Zone aus Maxwell-Gleichung:



$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0 \epsilon_r} \text{ bzw. } \frac{dE}{dx} = -\frac{dV^2}{d^2x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$
$$\text{mit } \rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n\\ -eN_A & -x_p < x < 0\\ 0 & \text{ sonst} \end{cases}$$

und $N_A x_p = N_D x_n$ wegen Ladungserhaltung

Lösung:
$$\epsilon_0 \epsilon_r E(x) = \begin{cases} eN_D(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ -eN_A(x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Integration liefert
$$\epsilon_0 \epsilon_r V(x) = \begin{cases} -eN_D/2 (x - x_n)^2 & 0 < x < x_n \\ eN_A/2 (x + x_p)^2 & -x_p < x < 0 \end{cases}$$

Stetigkeit bei x = 0 führt zu $(N_D x_n^2 + N_A x_p^2) = 0$

d.h. niedrige Konzentration bedingt große Breite

Auflösen nach
$$x_p, x_n \rightarrow$$

Gesamtbreite der Verarmungszone:
 $W = |x_p| + |x_n| = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} (V(x_p) - V(x_n)) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}$

- Diffusion und Rekombination erzeugen ein elektrisches Feld;
- elektrisches Potenzial der positiv geladen n-Seite höher,
 - d.h. potentielle Energie der (negativ geladenen) Elektronen wird abgesenkt





- Diffusion und Rekombination erzeugen ein elektrisches Feld;
- elektrisches Potenzial der positiv geladen n-Seite höher,
 - d.h. potentielle Energie der (negativ geladenen) Elektronen wird abgesenkt





p-n-Übergang

Die Verarmungszone ($n_e = n_p = 0$) hat einen sehr hohen Widerstand ! Bei kleinen Spannungen ist der p-n-Übergang nicht-leitend !

Die Höhe der Potentialstufe hängt von der Rekombinationswahrscheinlichkeit der von den Donatoren und Akzeptoren stammenden Elektronen und Löcher mit thermisch erzeugten Elektron-Loch-Paaren ab ("Minoritätsträger").



Die Höhe der Potentialstufe hängt von der Rekombinationswahrscheinlichkeit der von den Donatoren und Akzeptoren stammenden Elektronen und Löcher mit thermisch erzeugten Elektron-Loch-Paaren ab ("Minoritätsträger").



Ohne Herleitung:

Die Höhe der Potentialstufe, d.h. die Diffusionsspannung UD, hängt von

- der **Dotierung**, d.h. den Donator- und Akzeptorkonzentrationen $N_{\rm D}$ und $N_{\rm A}$
- der intrinsischen Ladungsträgerdichte n_i ("Eigenleitung) und der
- der **Temperatur** ab: $e \cdot U_D = k_B T \ln \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2}$

Die Höhe der Potentialstufe hängt von der Rekombinationswahrscheinlichkeit der von den Donatoren und Akzeptoren stammenden Elektronen und Löcher mit thermisch erzeugten Elektron-Loch-Paaren ab ("Minoritätsträger").



Ohne Herleitung:

Die Höhe der Potentialstufe, d.h. die Diffusionsspannung UD, hängt von

- der **Dotierung**, d.h. den Donator- und Akzeptorkonzentrationen $N_{\rm D}$ und $N_{\rm A}$
- der intrinsischen Ladungsträgerdichte n_i ("Eigenleitung) und der
- der Temperatur

ab:

$$e \cdot U_D = k_B T \ln \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2}$$

Die Diffusionsspannung und damit die Bandverbiegung ist abhängig vom Logarithmus des Verhältnisses der Konzentrationen von Majoritäts- und Minoritätsträgern.

Ende Vorlesung 18

und Zeit für Fragen ?