Universität Karlsruhe
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Dr. Robert Harlander, Dr. Jan Brinckmann
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre robert.harlander@cern.ch janbri@tkm.uni-karlsruhe.de

WS 2004/2005

10.02.05

Klausur zur Vorlesung Theorie C f. Lehramtskandidaten WS 2004/05

Name:		**Matrikelnr.:**	
Vorname:		**Studiengang, Semester:**	
Tutor / Übungsgr.:			

Wichtige Hinweise:

- ☐ **Studentenausweis bitte sichtbar bereitlegen.**
- ☐ **Bitte nur das gestellte Papier verwenden. Bei Mangel: Handzeichen geben.**
- ☐ **Bitte Namen auf jedes Blatt schreiben.**
- ☐ **Wer vor Ablauf der Zeit abgeben möchte: bitte Handzeichen geben.**
- ☐ **Dieses Blatt mit abgeben.**
- ☐ **Handys ausschalten und wegpacken !!**

Aushang der Ergebnisse ab Di., 15.02.05 im Eingangsbereich Hochhaus.
Rückgabe von Klausur und Scheinen am Di. und Mi. in den Übungsgruppen.

Bitte wenden: Aufgaben auf der Rückseite $\Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow$

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Σ	Üb.	Schein
Punkte														
von max.	3	2	3	3	3	4	3	2	3	3	1	30	102	

Klausur Theorie C f. Lehramtler **WS 2004/05** **10.02.2005**

$\boxed{1}$ [3 P] Berechnen Sie $\nabla\varphi(\mathbf{r})$ für $\varphi(\mathbf{r}) = x^2 + 2y^2$, $\varphi(\mathbf{r}) = \sin(a\,x)\sin(b\,z^2)$ und $\varphi(\mathbf{r}) = 1 + (\mathbf{a}\,\mathbf{r})^2$, $a, b, \mathbf{a}$ =const.

$\boxed{2}$ Man berechne

a)[1 P] $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, \sin(\cos(a\,x))\,\delta(x-z)$

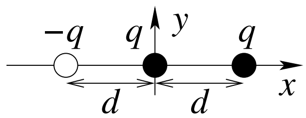
b)[1 P] $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y\, e^{-a\,x^2} \cos(b\,y)\,\delta(x-z)\,\delta(x-y)$.

$\boxed{3}$ [3 P] Es sei das elektrische Feld $\mathbf{E}$ gegeben. Bestimmen Sie über das Gaußsche Gesetz die in dem Volumen V enthaltene Ladung, für

$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_r\,E_0\,\dfrac{1}{r^2}$, $\mathbf{e}_r = \dfrac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$, V =Kugel um den Ursprung mit Radius R.

$\boxed{4}$ [3 P] Bestimmen Sie über das Gaußsche Gesetz das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ eines unendlich langen und unendlich dünnwandigen Hohlzylinders (Rohr) mit der konstanten Flächenladungsdichte σ. Die Zylinderachse ist die z-Achse, der Rohrquerschnitt hat den Radius R. Betrachten Sie den Innen- und Außenraum getrennt.

$\boxed{5}$ [3 P] Berechnen Sie das elektrostatische Mono- und Dipolmoment der nebenstehenden Anordnung von Punktladungen.



Geben Sie eine Anordnung aus 2 Punktladungen an (Skizze), die dasselbe Mono- und Dipolmoment liefert.

$\boxed{6}$ [4 P] Gegeben ist ein unendlich langer Vollzylinder mit Radius R um die z-Achse. Der Zylinder wird von der folgenden Stromdichte durchflossen:

$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = j_0\,\mathbf{e}_z\,(1-\dfrac{\rho}{R})$, $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ für $0 \le \rho < R$ bzw. $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = 0$ für $\rho \ge R$.

Bestimmen Sie das Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ über das Ampèresche Gesetz, für $0 \le \rho < R$ und $\rho \ge R$.

$\boxed{7}$ [3 P] Gegeben ist eine elektromagn. Welle mit $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = E_0\,(\cos(kz-\omega t)\,,\ \sin(kz-\omega t)\,,\ 0)$.
Das Magnetfeld $\mathbf{B}$ habe die Amplitude B_0. Wie lautet $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$?
Welche Energiestromdichte $\mathbf{S}$ führt die Welle?

$\boxed{8}$ [2 P] Eine entfernte Galaxie bewegt sich mit der Geschwindigkeit v relativ zur Erde, der Vektor $\mathbf{v}$ steht $\perp$ auf dem Vektor Erde–Galaxie. Außerirdische auf der Galaxie senden im Abstand von 4 sec. Signale aus, die wir im Abstand von 6 sec. registrieren. Wie groß ist v?

$\boxed{9}$ [3 P] Ein Teilchen bewegt sich auf der x-Achse in einem Potentialtopf, gegeben durch

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{für} \quad -\infty < x < -L \quad \text{und} \quad L < x < \infty\ , \quad V_0 > 0 \\ 0 & \text{für} \quad -L \le x \le L \end{cases}$$

Welche Bedingungen müssen Sie an die Wellenfunktion $\Psi(x)$ zu einer Energie E mit $0 < E < V_0$ stellen? Wie könnte $\Psi(x)$ demnach aussehen? (1 Vorschlag genügt, Skizze und Beschreibung!). Nehmen Sie Ψ als reell an.

$\boxed{10}$ [3 P] Ein Teilchen der Masse m bewegt sich auf der x-Achse über eine Potentialstufe
$V(x) = V_0$ für $x > 0$, $V(x) = 0$ für $x \le 0$.
Das Teilchen kommt *von rechts* mit einer Energie $E > V_0$, wir verwenden also den Ansatz
$x \le 0\ :\ \Psi_<(x) = C\,\exp(-ik'x)$ $\quad x > 0\ :\ \Psi_>(x) = \exp(-ikx) + B\,\exp(ikx)$ $\quad k, k' > 0$.
Bestimmen Sie k, k', B, C über die Schrödinger-Gleichung und $\Psi_< = \Psi_>$, $\Psi'_< = \Psi'_>$.
Gibt es Reflektion?

$\boxed{11}$ [1 P] Nennen Sie einen Film oder ein Theaterstück, indem (ein oder mehrere) Hauptrollen Physiker/innen darstellen.

Musterlösung zur Klausur Theorie C f. Lehramtskandidaten **WS 2004/05**

10.02.2005

$\boxed{1}$

$$\nabla(x^2+2y^2) = \begin{pmatrix} 2x \\ 4y \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \boxed{\mathbf{1}\text{ Punkt}}$$

$$\nabla \sin(ax)\sin(bz^2) = \begin{pmatrix} a\cos(ax)\sin(bz^2) \\ 0 \\ \sin(ax)b2z\cos(bz^2) \end{pmatrix} \qquad \boxed{\mathbf{1}\text{ Punkt}}$$

$$\nabla(1+(\mathbf{ar})^2) = 2(\mathbf{ar})\,\nabla(\mathbf{ar}) \;\;,\quad \nabla(\mathbf{ar}) = \nabla(a_x x + a_y y + a_z z) = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \mathbf{a}$$

$$\Rightarrow \quad \nabla(1+(\mathbf{ar})^2) = 2(\mathbf{ar})\mathbf{a} \qquad \boxed{\mathbf{1}\text{ Punkt}}$$

$\boxed{\Sigma = \mathbf{3}\text{ Punkte}}$

$\boxed{2}$ **a)**

$f(z) = \sin(\cos(az))$ $\boxed{\mathbf{1}\text{ Punkt}}$

b)

$$\int \mathrm{d}x = ??? \quad \Rightarrow \quad \int \mathrm{d}y \quad \text{zuerst ausführen!}$$

$$\Rightarrow \quad f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, e^{-ax^2}\delta(x-z)\,\cos(bx) = e^{-az^2}\cos(bz) \qquad \boxed{\mathbf{1}\text{ Punkt}}$$

$\boxed{\Sigma = \mathbf{2}\text{ Punkte}}$

$\boxed{3}$ Gauß: $\int_{\partial V} \mathbf{E}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{a} = \frac{1}{\varepsilon_0}Q \;\;,\quad Q = \int_V \mathrm{d}^3r\,\rho(\mathbf{r})$

Symmetrie: $\mathbf{E}$ zeigt nach außen, $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E(r)\,\mathbf{e}_r$. Der Normalenvektor der Kugeloberfläche ist ebenfalls $\mathbf{e}_r$. $\boxed{\mathbf{1}\text{ Punkt}}$

Damit folgt

$$\int_{\partial V} \mathbf{E}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{a} = E(R)\int_{\partial V} \mathrm{d}a = E(R)\,4\pi R^2$$

Die in der Kugel enthaltene Ladung ist also

$$Q = 4\pi\varepsilon_0 R^2\,E(R) \;\;,\quad E(r) = E_0\frac{1}{r^2} \quad \Rightarrow \quad Q = 4\pi\varepsilon_0 E_0 \qquad \boxed{\mathbf{2}\text{ Punkte}}$$

Bemerkung: Offenbar ist Q unabhängig von R, es muß sich also um eine Punktladung handeln.

$\boxed{\Sigma = \mathbf{3}\text{ Punkte}}$

---

4 Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z). Aufgrund der Symmetrie zeigt $\mathbf{E}$ stets nach außen und ist von z und φ unabhängig: $\mathbf{E}(\rho, \varphi, z) = E(\rho)\,\mathbf{e}_\rho$.

Als Testvolumen betrachten wir ein Zylinderstück mit Länge L (z.B.) und Radius ρ. **1** Punkt

Damit ergibt sich

$$\int_{\partial V} \mathbf{E}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r} = E(\rho) \cdot L \cdot 2\pi\rho$$

Innenraum: $\rho < R \quad \Rightarrow \quad Q = 0 \quad \Rightarrow \quad E_<(\rho) = 0$ **1** Punkt

Außenraum: $\rho > R \quad \Rightarrow \quad Q = \sigma \cdot L \cdot 2\pi R \quad \Rightarrow \quad E_>(\rho) = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\dfrac{R}{\rho}$ **1** Punkt

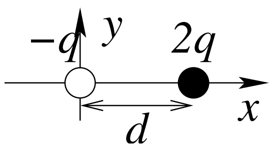
$\Sigma =$ **3** Punkte

5

Monopolmoment = Ladung = q **1** Punkt

Dipolmoment $= \mathbf{p} = \int \mathrm{d}^3r\,\mathbf{r}\,\rho(\mathbf{r}) = (2qd, 0, 0)$ **1** Punkt

Alternative Konfiguration mit 2 Ladungen (*zum Beispiel*):



1 Punkt

$\Sigma =$ **3** Punkte

---

6 Monsieur Ampère:

$$\int_{\partial F} \mathbf{B}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r} = \mu_0 I \quad , \quad I = \int_F \mathbf{j}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{a}$$

Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z). Da $\mathbf{j}$ in z-Richtung fließt, umläuft $\mathbf{B}$ die z-Achse àla rechte-Hand-Regel; da $\mathbf{j}$ von z und φ unabhängig ist, gilt dies auch für $\mathbf{B}$, also $\mathbf{B}(\rho, \varphi, z) = B(\rho)\,\mathbf{e}_\varphi$. **1** Punkt

Die Testfläche ist eine Kreisscheibe mit Radius ρ, das Linienelement $\mathrm{d}\mathbf{r}$ also auch $||\mathbf{e}_\varphi$:

$$\int_{\partial F} \mathbf{B}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r} = B(\rho)\,2\pi\rho = \mu_0 I(\rho) \quad \Rightarrow \quad B(\rho) = \frac{\mu_0 I(\rho)}{2\pi\rho}$$ **1** Punkt

Der Strom durch die Testfläche ist

$$I(\rho) = \int_F j(\rho')\,\mathrm{d}a' \quad , \quad \mathrm{d}a' = \rho'\,\mathrm{d}\rho'\,\mathrm{d}\varphi' \quad \Rightarrow \quad I(\rho) = 2\pi \int_0^\rho \rho'\,j(\rho')\,\mathrm{d}\rho'$$

Innenraum: $0 \le \rho < R$: $\quad I(\rho) = 2\pi j_0 \int_0^\rho \mathrm{d}\rho'\,\rho'(1 - \rho'/R) = \pi j_0 \rho^2 (1 - \dfrac{2}{3}\dfrac{\rho}{R})$

also

$$0 \le \rho < R : \quad B_<(\rho) = \frac{1}{2}\mu_0 j_0\,\rho\,(1 - \frac{2}{3}\frac{\rho}{R})$$

Außenraum: $\rho > R$: $\quad I(\rho) = 2\pi \int_0^R \ldots = \pi j_0 R^2 (1 - 2/3) \quad \Rightarrow \quad B_>(\rho) = \dfrac{\mu_0 j_0 R^2}{6\,\rho}$

2 Punkte

$\Sigma =$ **4** Punkte

---

7 **B** steht senkrecht auf **E** und auch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung $\mathbf{e}_z$, also muß wohl

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = B_0 \begin{pmatrix} -\sin(kz-\omega t) \\ \cos(kz-\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \boxed{\textbf{2} \text{ Punkte}}$$

Die Energiestromdichte ist

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}(\mathbf{E}\times\mathbf{B}) = \frac{E_0 B_0}{\mu_0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos^2() + \sin^2() \end{pmatrix} = \frac{E_0 B_0}{\mu_0}\mathbf{e}_z \qquad \boxed{\textbf{1} \text{ Punkt}}$$

$\boxed{\Sigma = \textbf{3} \text{ Punkte}}$

8 Zeitdilatation:

$$T_{erde} = \frac{T_{gal}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{c} = \sqrt{1-(T_{gal}/T_{erde})^2} = \sqrt{1-(2/3)^2} = \sqrt{5}/3$$

$\boxed{\Sigma = \textbf{2} \text{ Punkte}}$

9 Bedingungen für gebundenen Zustand:

Normierbar, überall stetig und stetig differenzierbar. $\boxed{\textbf{1} \text{ Punkt}}$

Mögliche Wellenfunktion:

Für $|x| > L$ mit zunehmendem $|x|$ abfallend (damit normierbar), für das angegebene Potential exponentiell. Für $|x| \leq L$ ist im Prinzip irgendein Verlauf mit endlicher Amplitude möglich (für das angegebene Potential oszillatorisch, also sinus oder cosinus oder Linearkombination davon). Die drei Teile der Wellenfunktion gehen bei $x = \pm L$ stetig und mit gleicher Steigung ineinander über. Skizze ... $\boxed{\textbf{2} \text{ Punkte}}$

$\boxed{\Sigma = \textbf{3} \text{ Punkte}}$

10 Schrödinger:

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m}\partial_x^2 + V(x) - E\right]\Psi(x) = 0$$

links: $V(x) = 0$ und $\Psi_<(x) = C\,e^{-ik'x} \quad \Rightarrow \quad \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} - E = 0 \quad \Rightarrow \quad k' = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE} > 0\,,$ reell

rechts: $V(x) = V_0$ und $\Psi_>(x) = e^{-ikx} + B\,e^{ikx} \quad \Rightarrow$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 - E = 0 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E-V_0)} > 0\,, \text{ reell}$$

$\boxed{\textbf{1} \text{ Punkt}}$

Anschlußbedingungen:

$$\Psi_<(0) = \Psi_>(0) \quad \Rightarrow \quad C = 1 + B$$

$$\Psi'_<(0) = \Psi'_>(0) \quad \Rightarrow \quad (-ik')C = (-ik) + (ik)B \quad \Rightarrow \quad \frac{k'}{k}C = 1 - B$$

auflösen:

$$(1 + \frac{k'}{k})C = 2 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{2}{1 + k'/k} = \frac{2k}{k + k'}$$

$$(1 - \frac{k'}{k})C = 2B \quad \Rightarrow \quad B = \frac{1 - k'/k}{1 + k'/k} = \frac{k - k'}{k + k'}$$

1 Punkt

Reflexion: der reflektierte Anteil der Wellenfunktion wird durch B bestimmt; mit $B \neq 0$ ist offenbar Reflexion vorhanden (obwohl das Teilchen von der höheren Energie kommt!). **1** Punkt

Σ= **3** Punkte

---

11 Film:

Der zerrissene Vorhang (Torn Curtain), Alfred Hitchcock 1966, mit Paul Newman, Julie Andrews, Manfred Krug u.a.

Krieg der Welten (The War of The Worlds), Byron Haskin 1953, mit Gene Barry, Ann Robinson u.a., nach dem Roman von H.G. Wells.

Theater:

Die Physiker (was sonst!), Friedrich Dürrenmatt 1962.

Σ= **1** Punkte
