Institut für Theoretische Teilchenphysik

Moderne Theoretische Physik für Lehramtskandidaten

WS 2015/16

Übungsblatt 13
Vorübung
Keine Abgabe.

Prof. Dr. U. Nierste
Dr. S. Schacht, Dr. M. Spinrath

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt Ihrer Lösung und geben Sie auf der ersten Seite Ihre Tutorgruppe (Ort, Zeit, Name des Tutors) an.

Aufgabe 1 (10 Punkte): Betrachten Sie ein endliches Kastenpotentzial

$$V(x) = -V_0\,\theta(a - |x|)\,, \qquad V_0 > 0\,. \tag{1}$$

a) (1 Punkt) Aufgrund allgemeiner Überlegungen kann man zeigen, dass gerade ($\psi(x) = \psi(-x)$) und ungerade ($\psi(x) = -\psi(-x)$) Lösungen existieren. Geben Sie diese allgemeinen Lösungen mit unbestimmten Koeffizienten an. Beachten Sie die dabei die Normierbarkeit der Wellenfunktionen. Verwenden Sie die folgenden “Bausteine”:

$$\cos(qx), \quad \sin(qx), \quad e^{\kappa x}, \quad e^{-\kappa x}\,. \tag{2}$$

b) (2 Punkte) Lösen Sie die Schrödingergleichung und finden Sie die daraus folgenden Implikationen für q und κ.

c) (2 Punkte) Geben Sie die Stetigkeitsbedingungen an. Finden Sie die daraus folgende transzendente Gleichung zwischen κ und q. Formen Sie diese Gleichung in eine solche zwischen qa und ζ um, mit

$$\zeta \equiv \frac{\sqrt{2mV_0}a}{\hbar}\,. \tag{3}$$

d) (2 Punkt) Betrachten Sie nun den Limes des unendlich tiefen Potentialtopfes $V_0 \to \infty$. Außerhalb des Topfes verschwindet die Wellenfunktion und wir haben $\psi(\pm a) = 0$. Geben Sie unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen die geraden und ungeraden Eigenfunktionen an.

e) (3 Punkte) Berechnen Sie die Ortsunschärfe ΔX der Eigenfunktionen für den unendlich tiefen Potentialtopf.
Hinweise: Das Integral $\int_{-a}^{a} f(y)dy$ verschwindet, wenn $f(y) = -f(-y)$ ist. Weiterhin ist

$$\sin^2 y = \frac{1}{2}\left(1 - \cos(2y)\right)\,, \tag{4}$$

$$\cos^2 y = \frac{1}{2}\left(1 + \cos(2y)\right)\,. \tag{5}$$