

Theoretische Physik E

Quantenmechanik II

Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Dr. B. Jäger

WS 2004/05
Ergänzungsblatt

Aufgabe: *Zwei-Niveausystem in zeitabhängigem Potential*

Betrachten Sie ein Zwei-Niveausystem mit $E_1 < E_2$. Die beiden Niveaus sind durch ein zeitabhängiges Potential folgendermaßen verknüpft:

$$V_{11} = V_{22} = 0, \quad V_{12} = \gamma e^{i\omega t}, \quad V_{21} = \gamma e^{-i\omega t}, \quad (\gamma \text{ reell}).$$

Zur Zeit $t = 0$ ist nur das niedrigere Niveau besetzt, also $c_1(0) = 1$, $c_2(0) = 0$. Bestimmen Sie $|c_1(t)|^2$ und $|c_2(t)|^2$ für $t > 0$, indem Sie die gekoppelte Differentialgleichung

$$i\hbar\dot{c}_k = \sum_{n=1}^2 V_{kn}(t)e^{i\omega_{kn}t}c_n, \quad (k = 1, 2)$$

mit $\omega_{kn} \equiv (E_k - E_n)/\hbar$ exakt lösen.

Hinweis: Das Ergebnis lautet

$$|c_2(t)|^2 = \frac{\gamma^2/\hbar^2}{\gamma^2/\hbar^2 + (\omega - \omega_{21})^2/4} \sin^2 \left\{ \left[\frac{\gamma^2}{\hbar^2} + \frac{(\omega - \omega_{21})^2}{4} \right]^{1/2} t \right\},$$
$$|c_1(t)|^2 = 1 - |c_2(t)|^2.$$