

Theoretische Physik E

Quantenmechanik II

Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Dr. B. Jäger

WS 2004/05
Übungsblatt 3

Abgabe bis Freitag, 12.11.2004, 9:45 Uhr.

Aufgabe 9: *Pulsförmiges Potential*

Ein Teilchen bewege sich unter dem Einfluß eines zeitunabhängigen Potentials in einer Richtung. Die Energieniveaus und entsprechenden Eigenfunktionen des Problems können als bekannt angenommen werden. Das Teilchen werde nun einem Puls ausgesetzt, der durch das zeitabhängige Potential

$$V(t) = A \delta(x - ct)$$

mit $A = \textit{konst.}$ dargestellt werden kann.

- Nehmen Sie an, das Teilchen befinde sich zur Zeit $t = -\infty$ im Grundzustand mit der Energie-Eigenfunktion $\langle x | i \rangle = u_i(x)$. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, das System bei $t = +\infty$ in einem angeregten Zustand mit der Energie-Eigenfunktion $\langle x | f \rangle = u_f(x)$ zu finden.
- Interpretieren Sie das Ergebnis aus a) physikalisch, indem Sie den Delta-Puls als Überlagerung harmonischer Störungen betrachten.

(10 Punkte)

Aufgabe 10: *Tritium $\rightarrow$ Helium Übergang*

Betrachten Sie ein Atom, das aus einem Elektron und einem einfach geladenen ($Z = 1$) Tritiumkern besteht (^3H). Anfangs befinde sich das System in seinem Grundzustand ($n = 1$, $l = 0$). Die Kernladung nehme nun plötzlich um eine Einheit zu (z. B. durch Emission eines Elektrons und eines Antineutrinos). Dadurch geht der Tritiumkern in einen Heliumkern mit $Z = 2$ und Massenzahl 3 über (^3He). Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, das System im Grundzustand des entstandenen Heliumions zu finden.

Hinweis: Die Wellenfunktion eines wasserstoffartigen Systems ist gegeben durch

$$\psi_{n=1,l=0}(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}.$$

(10 Punkte)

Aufgabe 11: Photoelektrischer Effekt

Linear polarisiertes Licht der Kreisfrequenz ω treffe auf ein “Ein-Elektron-Atom”, dessen Wellenfunktion durch den Grundzustand eines dreidimensionalen isotropen harmonischen Oszillators der Kreisfrequenz ω_0 genähert werden kann. Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ für den Ausstoß eines Photoelektrons, indem Sie annehmen, daß das Elektron mit Impuls $\hbar\vec{k}_f$ durch eine ebene Welle beschrieben werden kann.

Hinweis: Benutzen Sie dazu den in der Vorlesung hergeleiteten Ausdruck für den differentiellen Wirkungsquerschnitt bei Photoemission eines Elektrons mit Impuls $\hbar\vec{k}_f$ durch ein Strahlungsfeld mit Ausbreitungsrichtung $\hat{\mathbf{n}}$, Polarisationsrichtung $\hat{\mathbf{e}}$ und Frequenz ω ,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\hbar k_f}{m_e \omega} |\hat{\mathbf{e}} \cdot \vec{k}_f|^2 |\phi_i(\hbar\vec{q})|^2 h^3 ,$$

wobei $k_f = |\vec{k}_f|$ und $\vec{q} = \vec{k}_f - \frac{\omega}{c} \hat{\mathbf{n}}$.

Legen Sie das Koordinatensystem so, daß $\hat{\mathbf{e}}$ und $\hat{\mathbf{n}}$ entlang der x - bzw. der z -Achse ausgerichtet sind und schreiben Sie $\vec{k}_f$ als $(k_f \sin \theta \cos \phi, k_f \sin \theta \sin \phi, k_f \cos \theta)$.

(10 Punkte)