



Name: _____

Tutorium: _____

Abgabe: Dienstag, 14. Januar 2008, in Übungsgruppe

Punkte: _____

Aufgabe 21: *Helium-Atom*

Das Heliumatom besteht aus zwei Elektronen, die sich im Coulomb-Potenzial eines (schweren!) Kerns mit der Ladungszahl $Z = 2$ bewegen. Der Hamiltonoperator lautet

$$H = H_0 + H_1$$
$$H_0 = \frac{\vec{p}_1^2}{2m} + \frac{\vec{p}_2^2}{2m} - \frac{2e^2}{r_1} - \frac{2e^2}{r_2}$$
$$H_1 = \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}.$$

Hierbei beschreibt H_0 nicht wechselwirkende Elektronen im Coulomb-Potenzial, während H_1 die Coulomb-Abstoßung der beiden Elektronen untereinander berücksichtigt.

- a) Vernachlässigen Sie zunächst H_1 und geben Sie – unter Verwendung der bekannten Resultate für das Wasserstoffatom – Energie und Wellenfunktion des Grundzustandes an. Bestimmen Sie außerdem Energie und Wellenfunktionen (Entartung!) der Zustände zur nächsthöheren Energie. Beachten Sie, daß die Gesamtwellenfunktion, bestehend aus Ortswellenfunktion und Spinanteil, antisymmetrisch sein muß (Pauli-Prinzip).
(4 Punkte)

- b) Berechnen Sie in erster Ordnung Störungstheorie die durch H_1 bewirkte Änderung der Grundzustandsenergie.

Hinweis: Zur Auswertung des auftretenden Integrals verwenden Sie für $\vec{r}_2$ am besten Kugelkoordinaten mit $\vec{r}_1$ als z -Achse. Substituieren Sie dann für die Winkelintegration $u = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2$.

(3 Punkte)

- c) Wir betrachten nun Zustände zur nächsthöheren Energie. Zerlegen Sie den entsprechenden Energieeigenraum aus Teilaufgabe a) in einen Spin-Triplett-Teil (sog. Orthohelium) und einen Spin-Singlett-Teil (sog. Parahelium). Zeigen Sie, daß die durch H_1 verursachte Korrektur in erster Ordnung Störungstheorie für Ortho- und Parazustände verschieden ist.

(3 Punkte)