

Aufgabe 7

(5 Punkte)

Wechselwirkende Spins:

Betrachten Sie zwei wechselwirkende Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen ($i = 1, 2$) mit folgendem Hamilton-Operator

$$H = -J(S_{x,1}S_{x,2} + S_{y,1}S_{y,2} + S_{z,1}S_{z,2}) \quad (1)$$

- (a) (3 Punkte) Schreiben Sie den Hamiltonoperator als 4x4 Matrix in den vier Basiszuständen $|+, +\rangle$, $|+, -\rangle$, $|-, +\rangle$, und $|-, -\rangle$, die die gemeinsamen Eigenzustände von $S_{z,1}$ und $S_{z,2}$ bezeichnen.
- (b) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Eigenzustände und Energieeigenwerte des Hamilton-Operators, indem Sie die Matrix in (a) diagonalisieren.

Aufgabe 8

(6 Punkte)

Zeitunabhängige nichtentartete Störungstheorie:

Ein System werde durch den Hamiltonoperator $H = H_0 + \lambda W$ mit einem reellen Entwicklungsparameter $\lambda \ll 1$ beschrieben. Die Eigenwerte $E_n^{(0)}$ zu H_0 seien alle nichtentartet, und die entsprechenden Eigenvektoren seien $|\Psi_n^{(0)}\rangle$.

- (a) (3 Punkte) Berechnen Sie die Korrekturen zu den Wellenfunktionen $|\Psi_n^{(0)}\rangle$ in zweiter Ordnung Störungstheorie.
- (b) (3 Punkte) Berechnen Sie die Korrekturen zu den Eigenwerten $E_n^{(0)}$ in dritter Ordnung Störungstheorie (3 Punkte).

Aufgabe 9

(9 Punkte)

Zeitunabhängige entartete Störungstheorie:

Betrachten Sie den Hamiltonoperator

$$H = aL^2 + bL_z^2 + cL_y^2$$

wobei L , L_z , L_y Drehimpulsoperatoren sind und $c \ll a, b$ gelten soll. Wir wollen den letzten Term (cL_y^2) in erster Ordnung Störungstheorie behandeln.

- (a) (2 Punkte) Berechnen Sie zunächst das Energiespektrum für $c = 0$. Die Eigenfunktionen sind die Kugelflächenfunktionen $Y_l^m(\vartheta, \varphi) = \langle r|l, m\rangle$ mit $l = 0, 1, 2, \dots$ und $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Wie oft sind die Zustände $|l, m\rangle$ entartet?
- (b) (2 Punkte) Berechnen Sie die Korrekturen zum Energiespektrum für die Zustände $|l, 0\rangle$ in erster Ordnung nichtentarteter Störungstheorie.
- (c) (5 Punkte) Berechnen Sie nun die Korrekturen zum Energiespektrum für die paarweise entarteten Zustände $|l, m\rangle$, $|l, -m\rangle$ in erster Ordnung Störungstheorie. Für welche m wird die Entartung durch die Störung aufgehoben?

[Hinweis: Drücken Sie L_y^2 durch L^2 , L_z^2 und $L_\pm^2$ aus, wobei L_+ und L_- die gewöhnlichen Kletteroperatoren sind.]