

# Theoretische Physik E — Quantenmechanik II

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. S. Gieseke

## Übungsblatt 7

Abgabe: Fr, 10.12.'10, 11.30 Uhr, Erdgeschoss Physikhochhaus.

### Aufgabe 25: Zweidimensionaler harmonischer Oszillator

[8]

Betrachten Sie einen isotropen harmonischen Oszillator in zwei Dimensionen,

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}(x^2 + y^2).$$

- Bestimmen Sie die Energien und Entartungen der drei niedrigsten Energieeigenzustände.
- Es werde nun eine Störung  $V = \delta m\omega^2 xy$  hinzugenommen. Darin ist  $\delta$  ein kleiner, dimensionsloser Parameter. Bestimmen Sie für jeden der drei niedrigsten Zustände aus (a) den Energieeigenzustand in nullter und die dazugehörige Energie in erster Ordnung Störungstheorie.
- Lösen Sie das Problem exakt und vergleichen Sie das Resultat mit den störungstheoretischen Ergebnissen aus Teil (b).

### Aufgabe 26: Tritium–Helium Übergang

[6]

Das Elektron eines Tritium Atoms ( ${}^3\text{H}$ ) befinde sich im Grundzustand. Durch  $\beta$ -Zerfall erhöht sich die Ladung des Kerns plötzlich auf  $Z = 2$  und wir bekommen ein geladenes  ${}^3\text{He}$ -Atom. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich das Elektron nach dem Zerfall immer noch im Grundzustand befindet. Die Wellenfunktion des Einelektronatoms lautet

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}.$$

### Aufgabe 27: Quadratischer Zeeman-Effekt

[6]

Der quadratische Term

$$H_Q = \frac{e^2 \vec{A}^2}{2m_e c^2} = \frac{e^2 B^2}{8m_e c^2} (x^2 + y^2)$$

im Hamilton-Operator des Einelektronenatoms im homogenen Magnetfeld  $\vec{B} = B\hat{z}$  wurde in der Vorlesung vernachlässigt. Berechnen Sie die Energiekorrektur durch  $H_Q$  für ein Wasserstoffatom im Grundzustand,  $\langle \vec{x} | 0 \rangle = (\pi a_0^3)^{-1/2} \exp(-r/a_0)$ . Die Energiekorrektur des Zeeman-Effekts ist proportional zu  $E_Z = e\hbar B / (2m_e c)$ . Zeigen Sie, dass der quadratische Zeeman-Effekt gegenüber dem linearen um  $E_Z / (1\text{Ry})$  unterdrückt ist.

---

$\Sigma_{\text{Blatt7}} = 20$