

Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. L. Mihaila

<http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/~luminita/TheoE1213>

WS 12/13 – Blatt 01

Besprechung: 23.10.2012

Aufgabe 1: Pauli Matrizen

Die Pauli Matrizen sind definiert als :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und die normierten Eigenvektoren.

(b) Verifizieren Sie, dass gilt:

$$\begin{aligned} \{\sigma_i, \sigma_j\} &= 2\delta_{ij}, \\ [\sigma_i, \sigma_j] &= 2i\varepsilon_{ijk}\sigma_k. \end{aligned}$$

(c) Zeigen Sie mit Hilfe von (b), dass für beliebige Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ die Identität

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} I + i \vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

gilt. Dabei bezeichnet I die 2×2 Einheitsmatrix.

Aufgabe 2: Drehimpulsoperator

(a) Berechnen Sie die Erwartungswerte und die mittleren Schwankungsquadrate $(\Delta L_i)^2$ für die Komponenten L_1 und L_2 des Drehimpulsoperators in beliebigen Eigenzuständen $|l, m\rangle$ von $\vec{L}^2$ und L_3 .

(b) Berechnen Sie die Matrixdarstellung der Operatoren L_i ($i = 1, 2, 3$), wobei die Matrixelemente gegeben sind durch $\langle l, m | L_i | l, m' \rangle$ ($m, m' = l, l-1, \dots, -l$) für $l = 1/2$ und $l = 1$. Berechnen Sie die Matrixdarstellung von $\vec{L}^2$.

(c) Ein Teilchen habe den Drehimpuls $|\vec{L}| = \sqrt{2}\hbar$ und für L_3 sei $\hbar$ gemessen worden. Welche sind die möglichen Werte von L_1 und mit welchen Wahrscheinlichkeiten treten Sie auf?

Aufgabe 3: Wasserstoffatom

Der Radialanteil der Wellenfunktion des Wasserstoffatoms $\Psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$ ist gegeben durch:

$$R_{nl}(r) = -\left(\frac{2}{a_0}\right)^{3/2} \frac{1}{n^2} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{2[(n+l)!]^3}} F_{nl}\left(\frac{2r}{na_0}\right), \quad \text{mit} \quad F_{nl}(\rho) = \rho^l e^{-\rho/2} L_{n+l}^{2l+1}(\rho).$$

$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0.529 \times 10^{-10}$ m ist der Bohrsche Radius. Dabei lauten für $p, k \in \mathbb{N}$ die Laguerre-Polynome

$$L_p^k(\rho) = \frac{d^k}{d\rho^k} \left[e^\rho \frac{d^p}{d\rho^p} (\rho^p e^{-\rho}) \right]$$

und erfüllen die Orthogonalitätsrelation

$$\frac{(p-k)!}{(2p-k+1)(p!)^3} \int_0^\infty d\rho \rho^{k+1} e^{-\rho} L_p^k(\rho) L_q^k(\rho) = \delta_{pq}.$$

Berechnen Sie die Erwartungswerte der Operatoren $1/r$, $1/r^2$ und $1/r^3$ für die gebundenen Energieeigenzustände.

- **Übungsbetrieb**

Die Übungen zur Vorlesung „Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)“ finden dienstags um 14:00 Uhr, um 15:45 Uhr und um 17:30 Uhr statt. Der reguläre Übungsbetrieb beginnt am 23.10.2012.

Die Übungsblätter können freitags ab 11:30 Uhr von obiger Webseite heruntergeladen werden. Ein Teil der Aufgaben ist mit einem Stern (*) gekennzeichnet. Diese Aufgaben müssen bis Freitag 11:00 Uhr der folgenden Woche bearbeitet und in den gekennzeichneten Kasten am Eingang des Hochhauses eingeworfen werden. Die Aufgaben werden am darauf folgenden Dienstag in den Tutorien besprochen.

Auf jedem Übungsblatt können 10 Punkte erreicht werden.

- **Anmeldung zu den Tutorien**

Sie können sich bis **Sonntag, den 21.10.2012, 24:00 Uhr** für ein Tutorium eintragen. Verwenden Sie dazu das Webformular unter

<http://www.physik.kit.edu/Tutorium/WS1213/TheorieE>.

Die Webseite wird am Mittwoch 17.10.2012 um 14:00 Uhr freigeschalten.

Ab Montag, den 22.10.2012, 14:00 Uhr hängen Listen am Eingang des Physikhochhauses aus, denen Sie Raum und Zeit Ihrer Übungsgruppe entnehmen können.

- Das **Beratungstutorium** findet mittwochs 15:45 - 17:15 Uhr im Raum 3.1 (Geb. 30.23) statt.

- **Probeklausur**

Am 18.12.2012 findet eine Probeklausur in den Tutorien statt. Es können 30 Punkte erreicht werden, die zu den Übungspunkten addiert werden.

- **Klausur**

Die Modulklausur findet voraussichtlich am 21.02.2013 statt.

Zu Beginn des SS 13 wird ein weiterer Klausurtermin angeboten.

- **Leistungsnachweise/Prüfungen**

PO 2008:

Als Vorleistung zur Teilnahme an der Modulklausur müssen mindestens 50% der Punkte aus den Übungen und der Probeklausur erreicht werden. Die Modulnote wird in der Modulklausur ermittelt.

P0 2010:

Als Vorleistung zur Teilnahme an der Modulklausur müssen mindestens 50% der Punkte aus den Übungen und der Probeklausur erreicht werden. Dies stellt die erste Erfolgskontrolle dar. Die zweite Erfolgskontrolle wird erreicht durch das Bestehen der Modulklausur.

- **QISPOS:**

Sobald die Vorleistung in QISPOS freigeschaltet ist, wird dies auf den Übungsblättern angekündigt.
