

Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. L. Mihaila

<http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/~luminita/TheoE1213>

WS 12/13 – Blatt 06

Abgabe: 23.11.2012

Besprechung: 27.11.2012

(*) Aufgabe 1 (4P): Lorentz-Transformation des elektromagnetischen Feldes

(a) Leiten Sie aus dem Transformationsverhalten des Feldstärketensors

$$F'_{\mu\nu} = \Lambda_{\mu}^{\rho} \Lambda_{\nu}^{\sigma} F_{\rho\sigma}$$

das Transformationsverhalten der Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ unter einer Lorentz-Transformation entlang der z -Achse her.

(b) Ein punktförmiges Teilchen mit der elektrischen Ladung Q befinde sich in einem Inertialsystem IS in Ruhe. Das System IS bewege sich gegenüber dem Laborsystem IS' mit der Geschwindigkeit v parallel zur z -Achse.

(i) Bestimmen Sie die Ladungsdichte ρ und die Stromdichte $\vec{j}$ im Ruhesystem des Teilchens und berechnen Sie daraus die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$.

(ii) Berechnen Sie die Größen $\vec{E}'$ und $\vec{B}'$ im Laborsystem unter Verwendung der Lorentz-Transformation.

(*) Aufgabe 2 (2P): Lorentz-Transformation des Levi-Civita-Tensors

(a) Zeigen Sie, dass der Levi-Civita-Tensor ein Pseudotensor vierter Stufe unter Lorentz-Transformation ist, d.h. dass gilt

$$\varepsilon'^{\alpha\beta\gamma\delta} = \det(\Lambda) \Lambda_{\alpha'}^{\alpha} \Lambda_{\beta'}^{\beta} \Lambda_{\gamma'}^{\gamma} \Lambda_{\delta'}^{\delta} \varepsilon^{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} = \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$$

(b) Zeigen Sie nun, dass $\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha} b_{\beta} c_{\gamma} d_{\delta}$, wobei $a_{\alpha}, b_{\beta}, c_{\gamma}, d_{\delta}$ Vierervektoren sind, ein Pseudoskalar unter Lorentz-Transformationen ist.

(*) Aufgabe 3 (4P): Relativistisches Teilchen im elektromagnetischen Feld

Betrachten Sie ein relativistisches, geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld.

(a) Berechnen Sie die Bewegungsgleichungen aus der Lagrangefunktion

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \beta^2} - q\Phi(\vec{r}, t) + q\vec{v} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t), \quad \beta^2 = \vec{v}^2/c^2.$$

$\vec{A}$ ist das Vektorpotential und Φ ist das skalare Potential.

(b) Zeigen Sie, dass die kovariante Formulierung der Lorentz-Kraft gilt

$$K^{\mu} = qF^{\mu\nu} \frac{p_{\nu}}{m}, \quad \text{wobei} \quad K^0 = \frac{1}{c} \frac{\vec{F}_L \cdot \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad K^i = \frac{F_L^i}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

und p_{ν} der Viererimpuls des Teilchens ist. Die Lorentz-Kraft $\vec{F}_L$ ist, wie in der klassischen Mechanik, gegeben durch $\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, wobei $\vec{E}$ und $\vec{B}$ das elektrische bzw. magnetische Feld bezeichnet.

(c) Stellen Sie die kovariante Form der Bewegungsgleichung auf.

Aufgabe 4: $Z \rightarrow \tau^+ \tau^-$

Ein ruhendes Z -Boson der Masse $M_Z = 91.1887 \text{ GeV}/c^2$ zerfalle in ein $\tau^+ \tau^-$ -Paar ($m_{\tau^\pm} = 1.7771 \text{ GeV}/c^2$).

- (a) Berechnen Sie die Energie und den Impuls der Zerfallsprodukte (in GeV bzw. GeV/c).
- (b) Die mittlere Lebensdauer ruhender τ -Leptonen beträgt $2.956 \cdot 10^{-13} \text{ s}$. Wie weit kommen die τ -Leptonen im Mittel?
-