Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. L. Mihaila
http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/∼luminita/TheoE1213

WS 12/13 – Blatt 09
Abgabe: 14.12.2012
Besprechung: 08.01.2013

(*) Aufgabe 1 (2P) : Bilineare Kovarianten

Zeigen Sie, dass $\overline{\Psi}\gamma_5\Psi$ ein Pseudoskalar unter Lorentz-Transformation ist, *d.h.* dass gilt

$$\overline{\Psi}'(x')\gamma_5\Psi'(x') \quad = \quad \det(\Lambda)\overline{\Psi}(x)\gamma_5\Psi(x)\,.$$

(*) Aufgabe 2 (2P) : Lösungen der freien Dirac-Gleichung

Betrachten Sie die Lösungen $u^{(1)}(p)$ und $u^{(2)}(p)$ (vgl. Vorlesung) der freien Dirac-Gleichung zum Impuls p^μ. Bilden Sie daraus eine Linearkombination, die eine Eigenfunktion von Σ_x (vgl. Aufgabe 1 von Übungsblatt 8) ist. In welche Richtung zeigt der Impuls dieser Lösung?

(*) Aufgabe 3 (2P) : Nicht-relativistischer Limes für bilineare Kovarianten

Bestimmen Sie das führende Verhalten in v/c der bilinearen Kovarianten $\bar{u}\Gamma u$
(mit $\Gamma \in \{\mathbb{1}, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^5, \gamma^\mu\gamma^5\}$), wobei u eine Lösung der freien Dirac-Gleichung zum Impuls p^μ ist.
Hinweis: Beachten Sie, dass die beiden unteren Komponenten von u von der Ordnung v/c relativ zu den oberen sind.

(*) Aufgabe 4 (4P) : Projektoren für Energie und Spin

(a) Berechnen Sie die Kommutatoren

$$[\Lambda_\pm(p), \Sigma(s)]\,,$$

wobei $\Lambda_\pm(p) = \frac{\pm\not{p}+m}{2m}$ und $\Sigma(s) = \frac{1+\gamma_5\not{s}}{2}$ den Energie- bzw. Spinprojektor bezeichnet. s^μ ist der Polarisations-Vierervektor und p^μ der Viererimpuls.
(b) Zerlegen Sie s^μ in $\xi p^\mu + \eta g^{\mu 0}$, indem Sie $s^2 = -1$ und $s \cdot p = 0$ benutzen. Gegen welchen Ausdruck strebt s^μ für $p^\mu \to \infty$?
(c) Berechnen Sie $\Lambda_+\Sigma(s)$ für $p^\mu \to \infty$.
(d) Zeigen Sie, dass für freie Elektron-Wellenfunktionen mit Polarisations-Vierervektor s^μ und Viererimpuls p^μ gilt

$$u_\alpha(p,s)\overline{u}_\beta(p,s) = (\Lambda_+(p))_{\alpha\delta}(\Sigma(s))_{\delta\beta}\,.$$

Aufgabe 5 : Vollständigkeitsrelation

Zeigen Sie, dass für freie Elektron-Wellenfunktionen mit Viererimpuls p^μ die Vollständigkeitsrelation

$$\sum_{r=1}^{2} u_\alpha^{(r)}(p)\overline{u}_\beta^{(r)} - \sum_{r=1}^{2} v_\alpha^{(r)}(p)\overline{v}_\beta^{(r)} = \mathbb{1}_{\alpha\beta}$$

unabhängig von der speziellen Darstellung gilt.

Am Dienstag, den 18.12.2012 findet die Probeklausur während den Tutorienzeiten statt. Die Probeklausur muss in dem Tutorium geschrieben werden, zu dem Sie sich am Anfang des Semesters eingetragen haben (siehe auch
`http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/~luminita/TheoE1213/`).
Hilfsmittel: Ein eigenhändig beschriebenes DIN A4 Blatt.
Bringen Sie bitte zur Probeklausur Ihren Studentenausweis mit.

Inzwischen ist die Anmeldung zu den Vorleistungen in QISPOS frei geschalten. Sie können sich über das Studierendenportal anmelden.
