

Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. L. Mihaila

<http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/~luminita/TheoE1213>

WS 12/13 – Blatt 13

Abgabe: 01.02.2013

Besprechung: 05.02.2013

(* Aufgabe 1 (5P): Lebensdauer für Dipolübergänge

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom, wobei sich das Elektron in einem $2P$ -Zustand mit $m = 0, +1$ oder -1 befindet. Mit Hilfe der zeitabhängigen Störungstheorie erster Ordnung (vgl. Vorlesung) erhält man für die Übergangsrate in den $1S$ -Zustand

$$\Gamma_{2P \rightarrow 1S, \vec{k}\lambda} = \frac{\alpha}{2\pi c^2} \omega^3 |\vec{d}_{2P,1S} \cdot \vec{\epsilon}_{\vec{k}\lambda}^*|^2,$$

wobei \vec{k} und λ Wellenzahl und Polarisation des Photons sind und sich ω aus der Energiedifferenz zwischen dem $2P$ - und $1S$ -Niveau ergibt.

(a) Summieren Sie über beiden Polarisationszustände und integrieren Sie über den Raumwinkel $d\Omega$ (des Vektors \vec{k}), um die Lebensdauer in Abhängigkeit vom Betrag des Dipolmatrixelements $|\vec{d}_{2P,1S}|$ zu bekommen.

(b) Berechnen Sie das Dipolmatrixelement $\vec{d}_{2P,1S}$ und drücken Sie die Lebensdauer τ durch α , m_e , c und \hbar aus.

(c) Werten Sie τ numerisch aus. Numerische Werte für die Konstanten finden Sie auf der Webseite pdg.lbl.gov/2012/reviews/contents_sports.html

Aufgabe 2: Auswahlregeln für Dipolübergänge eines harmonischen Oszillators

Betrachten Sie einen elektrisch geladenen harmonischen Oszillator. Leiten Sie die Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge her. Berechnen Sie die möglichen Frequenzen der emittierten bzw. absorbierten Strahlung.

Hinweis: Die Hermite-Polynome genügen folgender Rekursionsformel:

$$H_{n+1}(x) = 2x H_n(x) - 2n H_{n-1}(x).$$

(* Aufgabe 3 (5P): System von zwei identischen Teilchen

Betrachten Sie ein System von zwei identische Teilchen mit (i) Spin $1/2$ und (ii) Spin 1 , die sich im Potential eines harmonischen Oszillator befinden. Vernachlässigen Sie dabei die Wechselwirkung zwischen den beiden Teilchen.

(a) Geben Sie die Symmetrieeigenschaften der Eigenvektoren der Operatoren \vec{S}^2 und S_z an, wobei \vec{S} der Gesamtspinoperator ist.

Hinweis: Benutzen Sie dazu die Ergebnisse der Aufgabe 1 von Übungsblatt 3.

(b) Berechnen Sie die Energien und die Wellenfunktionen für den Grundzustand und den ersten angeregten Zustand. Geben Sie jeweils den Entartungsgrad an.

Aufgabe 4: System von N nicht-wechselwirkenden identischen Bosonen

Betrachten Sie ein System aus N nicht-wechselwirkenden identischen Bosonen, bei dem das i -te Niveau n_i -fach besetzt sei. Die Ein-Teilchen-Zustände seien gegeben durch $|\alpha, i_\alpha\rangle$, wobei α bzw. i_α den Teilchen- bzw. Niveauindex bezeichnen. Drücken Sie den Zustandsvektor dieses Systems unter Berücksichtigung des Symmetrisierungspostulats durch die Produktzustände $|1, i_1; 2, i_2; \dots; N, i_N\rangle =$

$|1, i_1\rangle \otimes \cdots \otimes |N, i_N\rangle$ aus und leiten Sie die Normierungskonstante her.

Ab dem 8. Februar können Sie sich zur Klausur, die am 21. Februar 2013 stattfindet, anmelden. Beachten Sie dazu auch den Aushang am Schwarzen Brett und die Informationen auf der Website zur Vorlesung.
