Übungen zur Theoretischen Physik E (QM II)

Prof. Dr. U. Nierste, Dr. M. Spinrath, Institut für Theoretische Teilchenphysik

WS 2013/2014 Blatt 1 Abgabe: 25.10.13 (12:00 Uhr)

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Zeigen Sie die Ganzzahligkeit der Quantenzahl l des Bahndrehimpulses, indem Sie die Ganzzahligkeit der Eigenwerte von L_z zeigen. Drücken Sie dazu den Operator L_z mithilfe der Transformation

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \left(\vec{a} + \vec{a}^\dagger\right) \\ \vec{p} &= -\mathrm{i} \sqrt{\frac{\hbar m\omega}{2}} \left(\vec{a} - \vec{a}^\dagger\right) \end{aligned}$$

durch Erzeugungs und Vernichtungsoperatoren aus. Bringen Sie L_z durch eine lineare Transformation der Operatoren a_x und a_y zu neuen Vernichtungsoperatoren b_1 und b_2 in die Gestalt

$$L_z = \hbar \left(b_2^\dagger b_2 - b_1^\dagger b_1\right) .$$

Begründen Sie, warum aus dieser Form die Ganzzahligkeit der Quantenzahlen m und l folgt.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Zeigen sie, daß

$$\vec{P} = \sum_{n=1}^{N} \vec{p}_n \qquad \text{und} \qquad \vec{L} = \sum_{n=1}^{N} \vec{x}_n \times \vec{p}_n$$

mit

$$H = \sum_{n=1}^{N} \frac{\vec{p}_n^{\,2}}{2m_n} + \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V(|\vec{x}_n - \vec{x}_{n'}|)$$

kommutieren,

(**a**) durch Auswertung der Kommutatoren,

(**b**) indem Sie verwenden, daß $\vec{L}$ und $\vec{P}$ Erzeugende von Drehungen und Translationen sind.

Hinweis: Die Übungsblätter erhalten Sie auch im Internet unter
http://www.ttp.kit.edu/∼spinrath/theoe.htm