

Übungen zur Theoretischen Physik E (QM II)

Prof. Dr. U. Nierste, Dr. M. Spinrath, Institut für Theoretische Teilchenphysik

WS 2013/2014

Blatt 6

Abgabe: 29.11.13 (12:00 Uhr)

Aufgabe 11: Wigner-Eckart-Theorem (6 Punkte)

Betrachten Sie ein skalares Teilchen (Spin $s = 0$) in einem Potential mit einer Zentralkraft.

(a) (3 Punkte) Setzen Sie die beiden Matrixelemente

$$\langle n', l', m' | \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(x \pm i y) | n, l, m \rangle \text{ und } \langle n', l', m' | z | n, l, m \rangle$$

so viel wie möglich zueinander in Beziehung unter *ausschließlicher* Verwendung des Wigner-Eckart-Theorems. Stellen Sie sicher unter welchen Voraussetzungen die Matrixelemente nicht verschwinden.

(b) (3 Punkte) Lösen Sie das gleiche Problem unter Verwendung der Wellenfunktion $\psi(\vec{x}) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi)$.

Hinweis: Sie können verwenden, dass

$$\int d\Omega (Y_l^m)^* Y_{l_1}^{m_1} Y_{l_2}^{m_2} = \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)}{4\pi(2l+1)}} \langle l_1, l_2; 0, 0 | l, 0 \rangle \langle l_1, l_2; m_1, m_2 | l, m \rangle. \quad (1)$$

Aufgabe 12: Zwei-Spin-System mit Störung (4 Punkte)

Wir betrachten wieder ein System, das aus zwei verschiedenen Spin- $S = \frac{1}{2}$ Teilchen besteht (Aufgabe 6). Betrachten Sie den Fall, dass im entsprechenden Hamilton-Operator

$$H = C - \frac{X}{2}(S_{1,z} + S_{2,z})B - \frac{Y}{2}(S_{1,z} - S_{2,z})B + J\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$$

der Term $\hbar Y B$ klein im Vergleich zu $\hbar^2 J$ ist. Hierbei sind B, C, X, Y, J Konstanten.

- (a) (3 Punkte) Fassen sie nun den Term $-\frac{Y}{2}(S_{1,z} - S_{2,z})B$ als Störterm auf und berechnen Sie die Korrekturen
- i) 1. Ordnung zu den Eigenwerten,
 - ii) 1. Ordnung zu den Eigenzuständen und
 - iii) 2. Ordnung zu den Eigenwerten.
- (b) (1 Punkt) Vergleichen Sie die entwickelten Ergebnisse für die Eigenwerte aus Aufgabe 6) mit den Ergebnissen Ihrer Störungsrechnung.

Hinweis: Die Übungsblätter erhalten Sie auch im Internet unter
<http://www.ttp.kit.edu/~spinrath/theoe.htm>