

Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. A. Hasselhuhn
<http://www.ttp.kit.edu/~ahassel/TheoE1516>

WS 15/16 – Blatt 12
Abgabe: 01.02.2016, 11:00 Uhr
Besprechung: 02.02.2016

Aufgabe 1* (6 Punkte)

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom, wobei sich das Elektron in einem $2P$ -Zustand mit $m = 0, +1$ oder -1 befindet. Mit Hilfe der zeitabhängigen Störungstheorie erster Ordnung erhält man für die Übergangsrate in den $1S$ -Zustand (in SI-Einheiten)

$$\frac{d\Gamma_{2P \rightarrow 1S, \vec{k}\lambda}}{d\Omega} = \frac{\alpha}{2\pi c^2} \omega^3 |\vec{d}_{2P,1S} \cdot \vec{\epsilon}_{\vec{k}\lambda}^*|^2,$$

wobei \vec{k} und λ Wellenzahl und Polarisation des Photons sind und sich ω aus der Energiedifferenz zwischen dem $2P$ - und $1S$ -Niveau ergibt.

- (i) Summieren Sie über beide Polarisationszustände und integrieren Sie über den Raumwinkel $d\Omega$ (des Vektors \vec{k}), um die Lebensdauer in Abhängigkeit vom Betrag des Dipolmatrixelements $|\vec{d}_{2P,1S}|$ zu bekommen.
- (ii) Berechnen Sie das Dipolmatrixelement $\vec{d}_{2P,1S}$ und drücken Sie die Lebensdauer τ durch α , m_e , c und \hbar aus.
- (iii) Werten Sie τ numerisch aus. Numerische Werte für die Konstanten finden Sie auf der Webseite http://pdg.lbl.gov/2015/reviews/contents_sports.html

Aufgabe 2* (4 Punkte)

Überprüfen Sie die Kommutatorrelation für den Drehimpulsoperator \vec{L} und den Ortsoperator \vec{r}

$$[\vec{L}^2, [\vec{L}^2, \vec{r}]] = 2\hbar^2 \{\vec{L}^2, \vec{r}\}.$$

Berechnen Sie dazu die Kommutatoren $[\vec{L}^2, x_i]$, wobei x_i eine Komponente des Ortsoperators bezeichnet.

Aufgabe 3

Betrachten Sie einen elektrisch geladenen harmonischen Oszillator. Leiten Sie die Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge her. Berechnen Sie die möglichen Frequenzen der emittierten bzw. absorbierten Strahlung.

Hinweis: Die Hermite-Polynome genügen folgender Rekursionsformel:

$$H_{n+1}(x) = 2x H_n(x) - 2n H_{n-1}(x).$$
