

Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. A. Hasselhuhn
<http://www.ttp.kit.edu/~ahassel/TheoE1516>

WS 15/16 – Blatt 13
Abgabe: 08.02.2016, 11:00 Uhr
Besprechung: 09.02.2016

Aufgabe 1* (5 Punkte)

Betrachten Sie ein System von zwei identische Teilchen mit (a) Spin $1/2$ und (b) Spin 1 , die sich im Potential eines harmonischen Oszillator befinden. Vernachlässigen Sie dabei die Wechselwirkung zwischen den beiden Teilchen.

- (i) Geben Sie die Symmetrieeigenschaften der Eigenvektoren der Operatoren $\vec{S}^2$ und S_z an, wobei $\vec{S}$ der Gesamspinoperator ist.
Hinweis: Benutzen Sie dazu z.B. die tabellierte Clebsch-Gordan-Koeffizienten aus <http://pdg.lbl.gov/2015/reviews/rpp2014-rev-clebsch-gordan-coefs.pdf>.
- (ii) Berechnen Sie die Energien und die Wellenfunktionen für den Grundzustand und den ersten angeregten Zustand. Geben Sie jeweils den Entartungsgrad an.

Aufgabe 2* (5 Punkte)

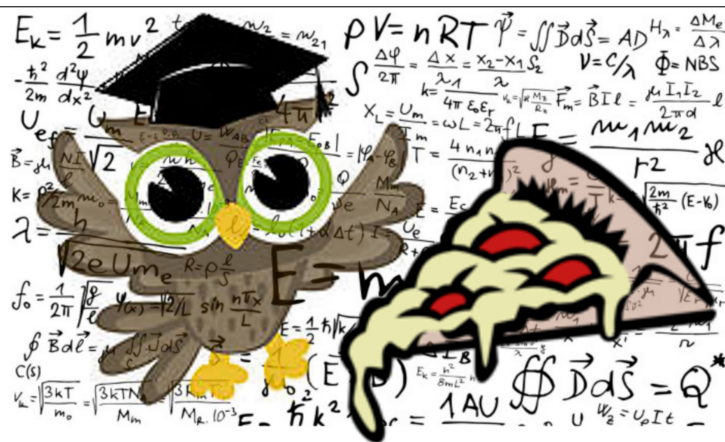
Leiten Sie mithilfe des Lagrange-Formalismus die Bewegungsgleichungen aus den angegebenen Lagrange-Dichten her:

- (i) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des komplexen Klein-Gordon-Feldes mit $\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi^*)(\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^* \phi$. (*Anmerkung:* Lagrangedichten nachträglich korrigiert)
 - (ii) Zeigen Sie, dass aus $\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + A^\mu j_\mu$ die inhomogenen Maxwellgleichungen $\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$ folgen, wobei der Feldstärketensor über $F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu$ definiert ist. Überprüfen Sie ferner, dass die homogenen Maxwellgleichungen $0 = \partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu}$ per Definition von $F^{\mu\nu}$ erfüllt sind.
-

Aufgabe 3

Berechnen Sie für ein wechselwirkungsfreies Elektronengas die Fermi-Energie, d.h. die maximale Energie, die von einem Elektron im Grundzustand des Gases besetzt ist. Gehen Sie dafür folgendermaßen vor:

- (i) Bestimmen Sie die Energieniveaus eines quantenmechanischen Teilchens im 3-dimensionalen Kastenpotential $-\frac{L}{2} \leq x, y, z \leq \frac{L}{2}$. Benutzen Sie dabei ihre Kenntnis der Lösung des 1-dimensionalen Kastenpotentials.
- (ii) Skizzieren Sie die Lage der Zustände in der k_x - k_y -Ebene.
- (iii) Seien nun n Elektronen (d.h. Fermionen) in diesem Potential. Vernachlässigen Sie alle Wechselwirkungen zwischen den Elektronen. Begründen Sie, dass dieses Elektronengas im Grundzustand alle Zustände innerhalb einer Kugel im k -Raum besetzt. Berechnen Sie den Radius dieser Kugel. *Hinweis:* Beachten Sie, dass jeder Zustand durch vier Quantenzahlen charakterisiert wird: n_x, n_y, n_z und die Spinquantenzahl m_s .
- (iv) Bestimmen Sie damit die Fermi-Energie des Elektronengases, und berechnen Sie daraus die Zustandsdichte $\rho(E) = \frac{dn}{dE}$.



Geselliges, überraschend triviales Pizza-Essen
am 16.02.2016 nach der Theo A Klausur!
Beginn: 20:30 Uhr
Weitere Infos auf der Homepage der Fachschaft