

Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik II)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. J. Davies, D. Wellmann

<http://www.ttp.kit.edu/~wellmann/TheoE/WS1718>

WS 17/18 – Blatt 07

Abgabe: 02.02.2018, 11:30 Uhr

Besprechung: 06.02.2018

Aufgabe 1* (5 Punkte)

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom, wobei sich das Elektron in einem $2P$ -Zustand mit $m = 0, +1$ oder -1 befindet. Mit Hilfe der zeitabhängigen Störungstheorie erster Ordnung erhält man für die Übergangsrate in den $1S$ -Zustand (in SI-Einheiten)

$$\frac{d\Gamma_{2P \rightarrow 1S, \vec{k}\lambda}}{d\Omega} = \frac{\alpha}{2\pi c^2} \omega^3 |\vec{d}_{2P,1S} \cdot \vec{\epsilon}_{\vec{k}\lambda}^*|^2,$$

wobei $\vec{k}$ und λ Wellenzahl und Polarisation des Photons sind und sich ω aus der Energiedifferenz zwischen dem $2P$ - und $1S$ -Niveau ergibt.

- (i) Summieren Sie über beide Polarisationszustände und integrieren Sie über den Raumwinkel $d\Omega$ (des Vektors $\vec{k}$), um die Lebensdauer in Abhängigkeit vom Betrag des Dipolmatrixelements $|\vec{d}_{2P,1S}|$ zu bekommen.
- (ii) Berechnen Sie das Dipolmatrixelement $\vec{d}_{2P,1S}$ und drücken Sie die Lebensdauer τ durch α , m_e , c und $\hbar$ aus.
- (iii) Werten Sie τ numerisch aus. Numerische Werte für die Konstanten finden Sie auf der Webseite <http://pdg.lbl.gov/>

Aufgabe 2* (5 Punkte)

Betrachten Sie ein System von zwei identischen Teilchen mit (a) Spin $1/2$ und (b) Spin 1 , die sich im Potential eines harmonischen Oszillators befinden. Vernachlässigen Sie dabei die Wechselwirkung zwischen den beiden Teilchen.

- (i) Geben Sie die Symmetrieeigenschaften der Eigenvektoren der Operatoren $\vec{S}^2$ und S_z an, wobei $\vec{S}$ der Gesamtspinoperator ist.
- (ii) Berechnen Sie die Energien und die Wellenfunktionen für den Grundzustand und den ersten angeregten Zustand. Geben Sie jeweils den Entartungsgrad an.

Aufgabe 3

Betrachten Sie einen elektrisch geladenen harmonischen Oszillator. Leiten Sie die Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge her. Berechnen Sie die möglichen Frequenzen der emittierten bzw. absorbierten Strahlung.

Hinweis: Die Hermite-Polynome genügen folgender Rekursionsformel:

$$H_{n+1}(x) = 2x H_n(x) - 2n H_{n-1}(x).$$