

Moderne Theoretische Physik II (Quantenmechanik 2)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. M. Fael, Dr. K. Schönwald

WS 20/21 – Blatt 06

Abgabe: 29.01.2021, 11:00 Uhr

Besprechung: 02.02.2021

Aufgabe 1*: Elektron-Muon-Streuung (6 Punkte)

Die Streuung eines Elektrons an einem Muon $e^-(p_1)\mu^-(p_2) \rightarrow e^-(k_1)\mu^-(k_2)$ wird durch das folgende Spinor-Matrixelement beschrieben

$$\mathcal{M} = \frac{e^2}{q^2} \left(\bar{u}(k_1) \gamma^\mu u(p_1) \right) \left(\bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(p_2) \right), \quad \text{mit } q = p_1 - k_1 = k_2 - p_2,$$

wobei p_1, k_1 und p_2, k_2 die Viererimpulse der Elektronen bzw. Muonen bezeichnen.

(i) Zeigen Sie dass gilt

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{s_1} \frac{1}{2} \sum_{s_2} \sum_{r_1} \sum_{r_2} |\mathcal{M}(s_1, s_2 \rightarrow r_1, r_2)|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{s_1} \frac{1}{2} \sum_{s_2} \sum_{r_1} \sum_{r_2} \frac{e^4}{q^4} \left(\bar{u}(k_1) \gamma^\mu u(p_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\nu u(k_1) \right) \left(\bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(p_2) \bar{u}(p_2) \gamma_\nu u(k_2) \right), \end{aligned}$$

wobei s_1, s_2, r_1, r_2 die Spinquantenzahlen der Teilchen bezeichnen.

- (ii) Berechnen Sie $\frac{1}{4} \sum_{spins} |\mathcal{M}(s_1, s_2 \rightarrow r_1, r_2)|^2$. Drücken Sie das Resultat als Funktion der Skalarprodukte $p_1 \cdot p_2, p_1 \cdot k_1, p_2 \cdot k_1$ und Massen der Teilchen aus.
- (iii) Vernachlässigen Sie nun die Elektronmasse und drücken Sie das Resultat von Aufgabenteil (ii) als Funktion von der Muonmasse m_μ , seiner Energie und Streuwinkel bzgl. der Elektronrichtung im Schwerpunktsystem aus.

Aufgabe 2: Nicht-relativistischer Limes für bilineare Kovarianten

Bestimmen Sie das führende Verhalten in v/c der bilinearen Kovarianten $\bar{u}\Gamma u$

(mit $\Gamma \in \{1, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^5, \gamma^\mu \gamma^5\}$), wobei u eine Lösung der freien Dirac-Gleichung zum Impuls p^μ ist.

Aufgabe 3*: Sudden Approximation, harmonischer Oszillator (4 Punkte)

Auf einen elektrisch geladenen harmonischen Oszillator, der sich im Grundzustand befindet, wirke plötzlich ein im weiteren Zeitablauf konstantes, homogenes, elektrisches Feld $\vec{E}$ in Richtung des Oszillators ein. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Übergang des Oszillators aus dem Grundzustand in den n -ten angeregten Zustand mit Hilfe der "sudden approximation". Zeigen Sie explizit, dass die Wahrscheinlichkeit für den Übergang in einen beliebigen Zustand eins ist.

Hinweis: Die Lösung des harmonischen Oszillators in einem elektrischen Feld $\vec{E}$ kann man durch einfaches Verschieben der Variablen in der Lösung für $\vec{E} = 0$ erhalten.

Aufgabe 4: Harmonischer Oszillator im zeitabhängigen elektrischen Feld

Betrachten Sie einen ein-dimensionalen harmonischen Oszillator mit Masse m , Ladung e und Frequenz ω in einem homogenen, elektrischen Feld $\vec{E}(t)$, welches entlang der z -Achse ausgerichtet ist. Die Amplitude von E ist gegeben durch

$$E(t) = E_0 e^{-(t/\tau)^2},$$

wobei E_0 und τ Konstanten sind.

- (i) Berechnen Sie zur ersten Ordnung in Störungstheorie die Übergangswahrscheinlichkeit P_{01} vom Grundzustand (für $t \rightarrow -\infty$) zum ersten angeregten Zustand.
- (ii) Berechnen Sie entsprechend auch die Wahrscheinlichkeit P_{02} für den Übergang vom Grundzustand in den zweiten angeregten Zustand.

Kurzpräsentationen: Themenvorschläge für Tutorium 7

- (i) Stellen Sie die Dirac'sche δ -Funktion vor (siehe z.B. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 3, Kap. 1.1). Gehen Sie dabei auf ihre Eigenschaften und mögliche Darstellungen durch Funktionenfolgen ein. Stellen Sie auch dar wie kann man die Ableitungen der δ -Funktion interpretieren kann.
- (ii) Wiederholen Sie Aspekte der Multipol-Strahlung (siehe z.B. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 3, Kap. 4.5.3).
- Wie wird diese theoretisch beschrieben?
 - Wie wird Multipol-Strahlung klassifiziert?
 - Was bedeutet die Notation E1, M1, E2, ...?